

文章编号: 0253-2239(2005)04-561-6

共蒸法制备非均匀膜的速率控制分析

沈自才^{1,2} 王英剑¹ 范正修¹ 邵建达¹

〔 1 中国科学院上海光学精密机械研究所, 上海 201800
2 中国科学院研究生院, 北京 100039 〕

摘要: 渐变折射率薄膜, 又称为非均匀膜。利用德鲁德理论分析了混合介质膜的介电常量与各个膜料的介电常量之间的关系, 介绍了共蒸法制备非均匀膜的制备机理。对混合膜的沉积速率为两种膜料的沉积速率之和的情况, 分别从两种膜料的单分子体积是否相等和总的沉积速率是否为常数两个方面, 探讨了双源共蒸法制备的非均匀膜的折射率分布规律与膜料的沉积速率之间的关系, 并给出了几种常见的折射率分布如线性变化、正弦变化、指数变化和双曲变化规律的膜料沉积速率表达式。最后以混合介质膜的总沉积速率为常数、折射率按照线性变化为例进行了说明。

关键词: 薄膜光学; 非均匀膜; 渐变折射率; 德鲁德理论

中图分类号: O484 文献标识码: A

Analysis of Deposition Rate of Inhomogeneous Coatings Prepared by Co-Evaporation

Shen Zicai^{1,2} Wang Yingjian¹ Fan Zhengxiu¹ Shao Jianda¹

〔 1 Shanghai Institute of Optics and Fine Mechanics, The Chinese Academy of Sciences, Shanghai 201800
2 Graduate School of the Chinese Academy of Sciences, Beijing 100039 〕

Abstract: Graded index coatings are also called inhomogeneous coatings. Based on Drude theory, the relationship of dielectric constants between inhomogeneous coatings and coating materials was analyzed. The mechanism of preparing inhomogeneous coatings by multi-source corevaporation was introduced. Subsequently, we discussed how to get the distribution of deposition rate $v(x)$ of coating materials from the refractive index distribution $n(x)$ of inhomogeneous coatings on the assumptions that the volumes of different materials were equal or not and the total deposition rate was constant or not, and some deposition rate expressions of different refractive index distribution such as linearity, sine, exponent, and hyperbola were given too. In the end, a simple example was given, in which the total deposition rate was constant and the change law of refractive index was linearity.

Key words: thin films optics; inhomogeneity films; graded index; Drude theory

1 引言

渐变折射率薄膜, 又称为非均匀膜, 其主要特征为沿着膜层表面的法线方向折射率连续变化, 而在垂直于法线的水平方向上折射率保持不变^[1]。传统的分层介质膜, 由于膜层之间界面的跃变特性及其不稳定性, 使得某些特定的光谱性能很难实现, 并容易形成损伤或性能退化; 而渐变折射率薄膜, 既消除了膜层间的界面, 又极大地增加了膜系设计的调控度, 可以用来满足现代薄膜光学中均匀薄膜所无法

满足的光谱特性要求, 因此, 越来越受到科研工作者的重视并得到了应用。

渐变折射率光学薄膜的研究起步虽然较早, 但是与均匀薄膜^[2,3]相比较, 研究的并不是很多。在国内, 主要是研究渐变折射率光波导^[4]的性能, 而对渐变折射率光学薄膜的研究基本是空白。在应用上, 目前主要研究的是减反射膜、太阳能玻璃吸收膜、啁啾介质激光镜^[5,6]和 rugate 滤光片^[7]等。

非均匀薄膜的制备方法可以分为三大类: 一是

作者简介: 沈自才(1980~), 男, 山东临沂人, 在读博士, 主要从事渐变折射率光学薄膜的原理、设计与制备的研究。

E-mail: zicaishen@163.com。

收稿日期: 2004-05-21; 收到修改稿日期: 2004-08-22

多源共蒸法;二是反应沉积法;三是沉积参量(如沉积温度,基底温度,气压)的变化来实现折射率的变化。目前研究最多的是反应沉积法和多元共蒸法。

多源共蒸法制备光学薄膜,关键是要精确控制不同膜料的蒸镀速率,从而来实现不同混合介质膜的折射率渐变,但是通常是利用梯度模型等效连续变化的渐变折射率薄膜^[8]。本文利用经典的德鲁德(Drude)理论,从共沉积法制备混合介质膜的介电常量分析入手,由折射率的变化关系,推导出膜层中介电常量变化的规律,进一步推导出不同介质膜料的沉积速率变化规律,从而可以实现通过控制沉积速率的逐渐变化来实现折射率的逐渐变化,为利用共蒸法镀制折射率连续变化的渐变折射率薄膜提供理论上的指导,对实现计算机自动控制来制备光学非均匀膜具有重要指导意义。

2 介电常量 ϵ 力的德鲁德理论分析

从宏观分析,电介质特性由下面方程表示:

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon E, \quad (1)$$

可以得到

$$P = (\epsilon - 1) \epsilon_0 E, \quad (2)$$

式中 D 为电位移矢量, E 为电场强度, P 为单位体积中的极化强度, ϵ 为介电常量, ϵ_0 是真空介电常量,在国际单位制中 $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$ 。对于各向同性介质, ϵ 是一个标量。

在共蒸法制备的光学电介质膜中,我们假设电介质由相同的“基元”组成,总的分子数密度为 N (单位为 m^{-3})。如果在其上施加电场 E , 产生定域电场强度为 E' , 则在分子中将产生的电偶极矩为

$$P' = \alpha E', \quad (3)$$

则每单位体积内的总极化强度为

$$P = N P' = N \alpha E'. \quad (4)$$

对 k 种不同膜料蒸镀的混合介质膜, 则其总极化强度可表示为

$$P = \sum_{x=1}^k N_x \alpha_x E'_x, \quad (5)$$

式中 α 是分子极化率, E'_x 是第 x 种分子所在位置的定域电场强度, N_x 是第 x 种电介质的分子数密度。

在德鲁德理论中, 不考虑周围介质极化所引起的局部干扰, 则有

$$E = E'. \quad (6)$$

由(2)式、(4)式和(6)式可以得到

$$\epsilon - 1 = N \alpha / \epsilon_0. \quad (7)$$

同理, 对 k 种组分的混合物, 由(5)式得

$$\epsilon - 1 = \sum_{x=1}^k \frac{N_x}{N} (\epsilon_x - 1). \quad (8)$$

假设混合物中第 x 种分子物质的量浓度为 c_x , 则

$$c_x = N_x / N. \quad (9)$$

由(8)式和(9)式可以得到介电常量为

$$\epsilon = \sum_{x=1}^k \epsilon_x c_x / \sum_{x=1}^k c_x. \quad (10)$$

3 渐变折射率薄膜的制备机理

在利用多源共蒸法制备渐变折射率薄膜时, 一般采用两个蒸发源, 分别蒸发高、低折射率膜料, 通过连续改变两种膜料的沉积速率比, 进而连续改变两种膜料沉积单分子在混合介质膜中的分子数密度比, 获得介电常量的连续变化, 即可实现混合介质膜的折射率在两种膜料的折射率大小范围内连续变化。

双源的优点是相对于多源更容易控制且可实现折射率的逐渐变化; 方法是分别用两个蒸发源同时蒸发, 通过连续改变其中一种膜料的沉积速率或者同时改变两种膜料的沉积速率; 膜料沉积速率通过速率控制器来控制, 目前主要是使用石英晶体振荡控制, 可以通过计算机来自动控制沉积速率, 基本示意图见图 1。

图 1 薄膜沉积腔结构示意图

Fig. 1 Configuration of the deposition chamber of heterogeneous thin films

4 沉积速率与折射率分布的关系

假设两种高低折射率膜料的折射率分别为 n_1 ,

n_2 ; 两种膜料的单个分子的体积分别为 V_1, V_2 ; 沉积速率分别为 v_1, v_2 (单位为厚度/时间); 假设不考虑两种膜料混合沉积后体积的变化, 总体积为两种沉积膜料的体积之和, 则沉积总速率为

$$v = v_1 + v_2. \quad (11)$$

沉积示意简图见图 2。

图 2 不同膜料的共沉积示意图

Fig. 2 Schematic diagram of codeposition of different materials

对双源共蒸沉积法制备渐变折射率薄膜, 两种膜料的分子数分数分别为

$$c_1(x) = \frac{v_1(x)V_2}{v_1(x)V_2 + v_2(x)V_1}, \quad (12)$$

$$c_2(x) = \frac{v_2(x)V_1}{v_1(x)V_2 + v_2(x)V_1}, \quad (13)$$

式中 $v_1(x), v_2(x)$ 分别为折射率为 n_1, n_2 的两种膜料在膜厚为 x 时的沉积速率, $c_1(x), c_2(x)$ 分别为折射率为 n_1, n_2 的两种膜料在膜厚为 x 时的分子数分数。

对设计具有一定光学性能的薄膜, 假设折射率随沉积薄膜的厚度变化规律为 $n(x)$, 由于折射率与介电常量的关系为: $n = \sqrt{\epsilon}$, 可以得到

$$n^2(x) = \epsilon(x). \quad (14)$$

由(10)式、(12)式(14)式可以得到折射率变化与沉积速率之间的关系为

$$n^2(x) = \frac{n_1^2 v_1(x)V_2 + n_2^2 v_2(x)V_1}{v_1(x)V_2 + v_2(x)V_1}, \quad (15)$$

上式给出了在两种膜料沉积单分子所占体积大小不同的折射率随沉积速率的变化关系。若总沉积速率为一常数 v , 此时, $v(x) = v_1(x) + v_2(x) = v$, 则有

$$v_2(x) = v - v_1(x). \quad (16)$$

由(15)式、(16)式可以得到两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{V_1 v [n^2(x) - n_2^2]}{[n_1^2 - n^2(x)]V_2 + [n^2(x) - n_2^2]V_1}, \quad (17)$$

$$v_2(x) = \frac{V_2 v [n_1^2 - n^2(x)]}{[n_1^2 - n^2(x)]V_2 + [n^2(x) - n_2^2]V_1}. \quad (18)$$

可以通过两种膜料的沉积速率的变化来实现渐变折射率薄膜的折射率在两种膜料的折射率之间变化。由于总的沉积速率一定, 所以沉积膜厚随沉积时

间线性增加。

若其中一种膜料的沉积速率不变, 假设 $v_2(x) = v_2$, 由(15)式可以得到另一种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{V_1 [n_1^2 - n^2(x)]}{V_2 [n^2(x) - n_2^2]} v_2. \quad (19)$$

总的沉积速率为

$$v(x) = \frac{V_1 n_1^2 - V_2 n_2^2 + n^2(x)(V_2 - V_1)}{V_2 [n^2(x) - n_2^2]} v_2. \quad (20)$$

实现一种膜料的沉积速率恒定, 只改变另一种膜料的沉积速率来实现薄膜的折射率渐变, 优点是只需要控制一种膜料的沉积速率的变化, 相对比较简单, 缺点是折射率的变化范围较两种膜料的沉积速率均变化时窄。

(17)式~(20)式是利用德鲁德理论来由折射率变化规律求沉积速率的一般形式。

对高、低折射率两种膜料, 若两种膜料的单分子体积大小近似相等, 此时我们认为 $V_1 = V_2$, 不考虑共沉积混合后体积的变化, 则总沉积速率为各膜料的沉积速率之和: $v = v_1 + v_2$ 。可以得到

$$v_1/v_2 = N_1/N_2 = c_1/c_2. \quad (21)$$

由(9)式~(11)式、(14)式和(21)式可以得到

$$n^2(x) = n_1^2 \frac{v_1(x)}{v_1(x) + v_2(x)} + n_2^2 \frac{v_2(x)}{v_1(x) + v_2(x)}, \quad (22)$$

(22)式给出了在两种膜料沉积单分子所占体积大小相等时的折射率与沉积速率的变化对应关系, 式中 $v_1(x) + v_2(x)$ 为混合介质膜的总的沉积速率, 令总沉积速率为

$$v(x) = v_1(x) + v_2(x). \quad (23)$$

若总的沉积速率为一常数 v , 此时, 两种膜料的沉积速率同时变化, 有

$$n^2(x) = n_1^2 \frac{v_1(x)}{v} + n_2^2 \frac{v - v_1(x)}{v}. \quad (24)$$

可以得到

$$v_1(x) = \frac{n^2(x) - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} v, \quad (25)$$

$$v_2(x) = v - v_1(x) = \frac{n_1^2 - n^2(x)}{n_1^2 - n_2^2} v. \quad (26)$$

若其中一种膜料的沉积速率不变, 假设 $v_2(x) = v_2$, 由(22)式可得到

$$v_1(x) = \frac{n^2(x) - n_2^2}{n_1^2 - n^2(x)} v_2. \quad (27)$$

则总沉积速率为

$$v(x) = \frac{n_1^2 - n_2^2}{n_1^2 - n^2(x)} v_2. \quad (28)$$

由分析可知, (25) 式 ~ (28) 式是 (17) 式 ~ (20) 式在 $V_1 = V_2$ 时的特殊形式。

5 几种常用渐变折射率的沉积速率表达式

在用混合蒸镀法制备折射率渐变的混合介质膜时, 通常采用高、低折射率两种膜料, 渐变折射率薄膜的折射率变化范围在两种膜料的折射率之间。假设两种膜料的折射率分别为 n_1 和 n_2 , 薄膜的总厚度为 h , 在厚度为 x 处的折射率为 $n(x)$ 。几种常用的折射率变化规律如下:

$$n(x) = n_1 + \frac{n_2 - n_1}{h} x, \quad (29)$$

$$n(x) = \frac{n_2 + n_1}{2} + \frac{n_2 - n_1}{2} \sin\left(\frac{2\pi x}{h}\right), \quad (30)$$

$$n(x) = n_1 (n_2 / n_1)^{x/h}, \quad (31)$$

$$n(x) = \frac{n_1 n_2}{n_2 - (n_2 - n_1) x / h}, \quad (32)$$

(29) 式 ~ (32) 式分别是折射率线性变化、正弦变化、指数变化和双曲变化的折射率渐变规律。

5.1 总沉积速率为常数

1) 总沉积速率 $v(x) = v_1(x) + v_2(x) = v$ 为常数时, 将 (29) 式代入 (17) 式、(18) 式得到线性变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[f(x) - (n_1 + n_2) V_2]}{[f(x) - (n_1 + n_2) V_1 - f(x) V_2]} v, \quad (33)$$

$$v_2(x) = \frac{-f(x) V_2}{[f(x) - (n_1 + n_2) V_1 - f(x) V_2]} v, \quad (34)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \left[1 - \frac{f(x)}{n_1 + n_2}\right] v, \quad (35)$$

$$v_2(x) = \frac{f(x)}{n_1 + n_2} v, \quad (36)$$

这里 $f(x) = (n_2 - n_1) \frac{x^2}{h^2} + 2n_1 \frac{x}{h}$. (37)

2) 将 (30) 式代入 (17) 式、(18) 式得到正弦变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[g(x) - (n_1 + 3n_2) V_1]}{[g(x) - (n_1 + 3n_2) V_1 - [(3n_1 + n_2) + g(x) V_2]} v, \quad (38)$$

$$v_2(x) = \frac{[(3n_1 + n_2) + g(x) V_2]}{[g(x) - (n_1 + 3n_2) V_1 - [(3n_1 + n_2) + g(x) V_2]} v. \quad (39)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{(n_1 + 3n_2) - g(x)}{4(n_1 + n_2)} v, \quad (40)$$

$$v_2(x) = \frac{(3n_1 + n_2) + g(x)}{4(n_1 + n_2)} v. \quad (41)$$

这里有

$$g(x) = (n_2 - n_1) \sin\left[2\pi \frac{x}{h}\right] + 2(n_2 + n_1) \sin\left[2\pi \frac{x}{h}\right]. \quad (42)$$

3) 将 (31) 式代入 (17) 式、(18) 式得到指数变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[n_1^2 l(x) - n_2^2 V_1]}{n_1^2 [1 - l(x) V_2] + [n_1^2 l(x) - n_2^2 V_1]} v, \quad (43)$$

$$v_2(x) = \frac{n_1^2 [1 - l(x) V_2]}{n_1^2 [1 - l(x) V_2] + [n_1^2 l(x) - n_2^2 V_1]}. \quad (44)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{n_1^2 l(x) - n_2^2}{n_1^2 - n_2^2} v, \quad (45)$$

$$v_2(x) = \frac{n_1^2 [1 - l(x)]}{n_1^2 - n_2^2} v, \quad (46)$$

这里 $l(x) = (n_2 / n_1)^{2x/h}$. (47)

4) 将 (32) 式代入 (17) 式、(18) 式得到双曲变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{n_2^2 [m^2(x) - m^2(x) V_1]}{n_1^2 [m^2(x) - n_2^2 V_2] + n_2^2 [m^2(x) - m^2(x) V_1]} v, \quad (48)$$

$$v_2(x) = \frac{n_1^2 [m^2(x) - n_2^2 V_2]}{n_1^2 [m^2(x) - n_2^2 V_2] + n_2^2 [m^2(x) - m^2(x) V_1]} v. \quad (49)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{n_2^2 [m^2(x) - m^2(x)]}{(n_1^2 - n_2^2) m^2(x)} v, \quad (50)$$

$$v_2(x) = \frac{n_1^2 [m^2(x) - n_2^2]}{(n_1^2 - n_2^2) m^2(x)} v, \quad (51)$$

这里 $m(x) = n_2 - (n_2 - n_1) x / h$. (52)

以上给出了在总的沉积速率不变的情况下, 不同规律的渐变折射率对应的两种膜料的沉积速率与厚度的关系。

5.2 一种膜料沉积速率为常数

若其中一种膜料的沉积速率不变, 假设 $v_2(x) = v_2$, 同理将 (29) 式 ~ (32) 式分别代入 (19) 式和 (20) 式可以得到膜料之一沉积速率不变,

另一种膜料的沉积速率和总的沉积速率的变化情况。

1) 将(29)式、(37)式代入(19)式、(20)式得到线性变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[l(n_1 + n_2) - f(x)]V_1}{f(x)V_2} v_2, \quad (53)$$

$$v(x) = \frac{(n_1 + n_2)V_1 - (V_1 - V_2)f(x)}{f(x)V_2} v_2. \quad (54)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{(n_1 + n_2) - f(x)}{f(x)} v_2, \quad (55)$$

$$v(x) = \frac{(n_1 + n_2)}{f(x)} v_2. \quad (56)$$

2) 将(30)式、(42)式代入(19)式、(20)式得到正弦变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[n_1 + 3n_2 - g(x)]V_1}{[l(3n_1 + n_2) + g(x)]V_2} v_2, \quad (57)$$

$$v(x) = \frac{(V_1 + 3V_2)n_1 + (V_2 + 3V_1)n_2 + (V_2 - V_1)g(x)}{[3n_1 + n_2 + g(x)]V_2} v_2. \quad (58)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{n_1 + 3n_2 - g(x)}{3n_1 + n_2 + g(x)} v_2, \quad (60)$$

$$v(x) = \frac{4n_1 + 4n_2}{3n_1 + n_2 + g(x)} v_2. \quad (61)$$

3) 将(31)式、(47)式代入(19)式、(20)式得到指数变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{[m_1^2 - m_1^2 l(x)]V_1}{m_1^2 [l(x) - 1]V_2} v_2, \quad (62)$$

$$v(x) = \frac{(V_1 m_1^2 - V_2 m_1^2) + m_1^2 l(x)(V_2 - V_1)}{m_1^2 [l(x) - 1]V_2} v_2. \quad (63)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{m_1^2 - m_1^2 l(x)}{m_1^2 [l(x) - 1]} v_2, \quad (64)$$

$$v(x) = \frac{m_1^2 - m_1^2}{m_1^2 [l(x) - 1]} v_2. \quad (65)$$

4) 将(32)式、(52)式代入(19)式、(20)式得到双曲变化时两种膜料的沉积速率表达式为

$$v_1(x) = \frac{m_1^2 [m^2(x) - m_1^2]V_1}{m_1^2 [n_2^2 - m^2(x)]V_2} v_2, \quad (66)$$

$$v(x) = \frac{m^2(x)[V_1 m_1^2 - V_2 m_1^2] + (V_2 - V_1)m_1^2 m^2}{m_1^2 [n_2^2 - m^2(x)]V_2} v_2. \quad (67)$$

若 $V_1 = V_2$, 则有

$$v_1(x) = \frac{m^2(x) - m_1^2}{m_1^2 [n_2^2 - m^2(x)]} v_2, \quad (68)$$

$$v(x) = \frac{m^2(x)(m_1^2 - m_1^2)}{m_1^2 [n_2^2 - m^2(x)]} v_2. \quad (69)$$

6 举 例

假设在采用双源共蒸法制备渐变折射率薄膜时, 所采用两种膜料的折射率分别为 n_1 、 n_2 , 且满足

$n_2 > n_1$; 两种膜料的单个分子的体积相等; 膜厚为 h , 折射率按(29)式线性变化, 总的沉积速率为一常数, 则有两种膜料的沉积速率为(35)式、(36)式, 将(37)式代入进一步推导可以得到

$$v_1(x) = \left[1 + \frac{m_1^2}{n_2^2 - n_1^2} - \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \left(\frac{x}{h} + \frac{n_1}{n_2 - n_1} \right)^2 \right] v, \quad (70)$$

$$v_2(x) = \left[\frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \left(\frac{x}{h} + \frac{n_1}{n_2 - n_1} \right)^2 - \frac{m_1^2}{n_2^2 - n_1^2} \right] v. \quad (71)$$

则可以得到两种膜料的沉积速率与混合介质膜的沉积速率关系, 如图3所示。

图3 $v_1(x)$ 、 $v_2(x)$ 和 $v(x)$ 的关系图

Fig. 3 The relationship of $v_1(x)$, $v_2(x)$ and $v(x)$

所以, 当两种膜料的沉积速率按(70)式、(71)式变化时, 即可制得线性变化的渐变折射率薄膜。

7 结 论

通过分析可以知道, 利用双源共蒸法可以实现混合介质膜的折射率在两种膜料的高低折射率之间连续变化; 利用德鲁德理论, 从介电常量分析入手,

可以由要得到的折射率变化规律,推导出不同介质膜料的沉积速率变化规律;不同膜料的沉积速率可以通过石英晶体振荡法来精确控制,因此在实践上是切实可行的。本文中推导出了不同情况下的沉积速率变化与折射率变化的关系,并给出了几种常见折射率变化的沉积速率变化规律。进一步的实验研究正在进行中。

参 考 文 献

- 1 Lin Yongchang, Lu Weiqiang. *The Principle of Optical Coatings* [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1990. 139~141 (in Chinese)
林永昌,卢维强. 光学薄膜原理[M]. 北京:国防工业出版社, 1990. 139~141
- 2 Jingping Hu, Ping Ma, Qiao Xu *et al.*. Effect of $\lambda/2$ SiO₂ overcoat on the laser damage of HfO₂/SiO₂ high-reflector coatings [J]. *Chin. Opt. Lett.*, 2003, 1(6): 340~342
- 3 Xiong Caoshui, Xiong Yonghong, Zhao Tianpeng *et al.*. An approach for optical switching property and mechanism of AgO_x thin films[J]. *Chin. J. Lasers*, 2002, A29(5): 436~438 (in Chinese)
熊曹水,熊永红,赵天鹏等. AgO_x的光开关特性和机理研究[J]. 中国激光, 2002, A29(5): 436~438
- 4 She Shouxian, Wang Jian, Zhang Sijiong *et al.*. Algebraic recursion formulas for perturbation calculation of propagation characteristics of graded index optical waveguides[J]. *Acta Optica Sinica*, 2002, 22(1): 24~29 (in Chinese)
余守宪,王健,张思迥等. 渐变折射率波导传播特性微扰计算的代数递推公式[J]. 光学学报, 2002, 22(1): 24~29
- 5 Haluk Sankur, W. H. Southwell. Broadband gradient-index anti-reflection coating for ZnSe [J]. *Appl. Opt.*, 1984, 23(16): 2770~2773
- 6 R. Szpococs, A. Kooh áti-Kis. Theory and design of chirped dielectric laser mirrors[J]. *Appl. Phys. (B)*, 1997, 65(2): 115~135
- 7 Bertrand G. Bovard. Rugate filter theory: an overview[J]. *Appl. Opt.*, 1993, 32(28): 5427~5442
- 8 Xinrong Wang, Hiroshi Masumoto, Yoshihiro Someno *et al.*. Stepwise graded refractive-index profiles for design of a narrow-bandpass filter[J]. *Appl. Opt.*, 2001, 40(22): 3746~3752