·光学薄膜·

# 薄膜蒸镀光学控制中一种现象的数学分析

**Mathematical Analysis of a Phenomena Connected with the Optical Monitoring in Thin－Film Deposition**

洪冬梅* 朱 震
(华北光电技术研究所,北京 100015)

**摘 要** 证明了在连续蒸镀两层高、低折射率介质膜过程中,当第一层厚度不足λ/4厚时,刚开始蒸镀第二层膜时其反射率变化趋势与第一层膜相同。并由此展开,说明两层厚度不足λ/4的薄膜在很大程度上等价于一层λ/4厚的薄膜。

**关键词** 等效λ/4膜,光学薄膜。

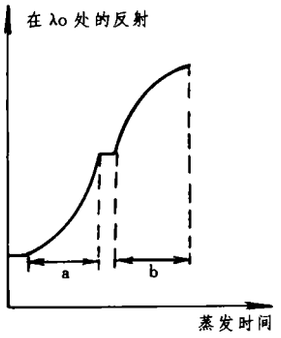
**Abstract** It is demonstrated that when the deposition of a layer with optical thickness of tess than quarter－wave is stopped,the reflection will initially continue to increase or decrease,when the depositon of a second layer is started. It is also shown that a combination of two dielectric layers,each with an optical thickness of less than a quarter－wave lehaves to a great extent as one quarter－wave tayer.

**Keywords** composite quarter－wave layers,optical coatings.

## 1 现 象

在薄膜制备过程中,我们都曾遇到过一种所谓的"补偿"现象:如果先在基底上镀高折射率材料,于是基底的反射率逐渐上升,当在未达到极值之前停止蒸发,而继续蒸镀低折射率材料,此时反射率将继续增加,直到极值后再下降。

图1显示了这一现象反射率变化的示意图,在一块玻璃上连续蒸镀一层高折射率和低折射率材料,两层膜的光学厚度均小于λ/4。




Payer a:高折射率
payer b:低折射率
图1 两层膜反射率曲线示意图

## 2 数学解释

在大多数情况下,蒸镀低折射率材料会降低反射率。但是在上述情况下,低折射率材料却使反射率增加,为了解释这一现象,我们作如下推导。

反射系数为:(见图2)

$r_1=(n_0-n_1)/(n_0+n_1)$,$r_2=(n_0-n_2)/(n_0+n_2)$

$r'_=(n_1-n_2)/(n_1+n_2)$,$r_3=(n_2-n_3)/(n_2+n_3)$

图2a 中,第一层膜($n_2$)的振幅反射系数为

---

* 洪冬梅,女,1970年出生。工程师,1992年毕业于长春光学精密机械学院。曾经从事 Nd:YAG 晶体生长工作,现从事光学薄膜工作。

本刊于1998年1月收到

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

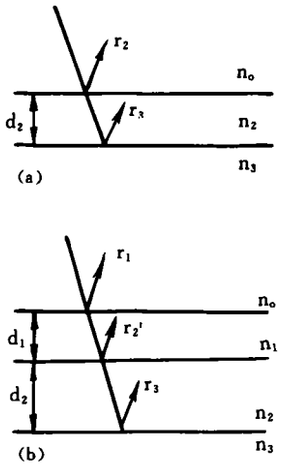



图2 两层膜连续蒸镀的情形

$$r_a=\frac{r_2+r_3\exp(-i\delta_2)}{1+r_2r_3\exp(-i\delta_2)} \quad (1)$$

这里 $\delta_2=(4\pi n_2d_2)/\lambda$

反射率 $|r_a|^2=\frac{r_2^2+r_3^2+2r_2r_3\cos\delta_2}{1+r_2^2r_3^2+2r_2r_3\cos\delta_2}$

反射率 $|r_a|^2$ 随 $\delta_2$ 的增加而引起的变化为

$$\frac{\partial|r_a|^2}{\partial\delta_2}=\frac{2r_2r_3\sin\delta_2(r_2^2+r_3^2-r_2^2r_3^2-1)}{(1+r_2^2r_3^2+2r_2r_3\cos\delta_2)^2} \quad (2)$$

当开始蒸镀第二层膜($n_1$)，两层膜的合反射系数为

$$r_b=\frac{r_1+ra'\exp(-i\delta_1)}{1+r_1ra'\exp(-i\delta_1)}$$

这里 $\delta_1=(4\pi n_1d_1)/\lambda$. $r_a$ 被换为 $r'_a$，$r'_a$ 是第一层膜的反射系数，只是 $n_0$ 被 $n_1$ 代替。取 $r'_a=|r'_a|\exp(i\alpha)$，

$$r_b=\frac{r_1+|ra'|\exp[-i(\delta_1-\alpha)]}{1+r_1|ra'|\exp[-i(\delta_1-\alpha)]} \quad (3)$$

$(\delta_1-\alpha)$ 为 $r_b$ 的相位角。与(2)类似，反射率 $|r_b|^2$ 随 $\delta_1$ 的变化为

$$\frac{\partial|r_b|^2}{\partial\delta_1}=\frac{2r_1|r'_a|\sin(\delta_1-\alpha)(r_1^2+|r'_a|^2-r_1^2|r'_a|^2-1)}{[1+r_1^2|r'_a|^2+2r_1|r'_a|\cos(\delta_1-\alpha)]^2} \quad (4)$$

在蒸发第二层膜起始时($\delta_1=0$)，反射率 $|r_b|^2$ 的变化为

$$\left(\frac{\partial|r_b|^2}{\partial\delta_1}\right)_{\delta_1=0}=\frac{-2r_1|r'a|\sin\alpha(r_1^2+|r'_a|^2-r_1^2|r'_a|^2-1)}{(1+r_1^2|r'_a|^2+2r_1|r'_a|\cos\alpha)^2} \quad (5)$$

由公式(2)、(5)发现：

(a)由于所有的反射系数 r 值介于 $-1$ 与 $+1$ 之间，两表达式的分母均为正值。

(b)两表达式分子中括号内的值均为负，这同样是因为所有的 r 值介于 $-1$ 和 $+1$ 之间。

(c)我们更详细地推导一下 $|r'_a|\sin\alpha$ 的表达式：$r'_a$ 形如复数

$$Z=|Z|\exp(i\psi)=|Z|\cos\psi+i|Z|\sin\psi=\frac{A+iB}{C+iD}=\frac{(AC+BD)+i(BC-AD)}{C^2+D^2}$$

则 $|Z|\sin\psi=(BC-AD)/(C^2+D^2)$

同样，$r'_a=|r'_a|\exp(i\alpha)=\frac{r'_2+r_3\exp(-i\delta_2)}{1+r'_2r_3\exp(-i\delta_2)}$

这里，$A=r'_2+r_3\cos\delta_2$　　$B=-r_3\sin\delta_2$

$C=1+r'_2r_3\cos\delta_2$　　$D=-r'_2r_3\sin\delta_2$

所以 $|r'_a|\sin\alpha=\frac{BC-AD}{C^2+D^2}=\frac{r_3[(r'_2)^2-1]\sin\delta_2}{1+(r'_2)^2r_3^2+2r'_2r_3\cos\delta_2}$

如果我们定义 $x=\frac{(\partial|r_b|^2/\partial\delta_1)_{\delta_1=0}}{\partial|r_a|^2/\partial\delta_2}$

由(a)、(b)、(c)知 x 的符号与

$$\frac{r_1}{r_2}=\frac{(n_0-n_1)/(n_0+n_1)}{(n_0-n_2)/(n_0+n_2)}$$

的符号相同。由于 $n_0=1$，$\frac{r_1}{r_2}$ 始终为正号。因此，x 的符号也为正。

这说明：蒸发一种膜，当这层膜的反射率正处于上升或下降时，停止此层膜的蒸发，开始蒸发第二层膜，反射率将按原来的趋势变化。至此，我们就从数学角度对“补偿”现象作出了解释。

## 3 等效 λ/4 厚膜

反射率 $|r_b|^2$ 经过了起始阶段连续的上升或下降变化后，将到达一个极值。由公式(4)知，当 $\sin(\delta_1-\alpha)=0$ 时，$\frac{\partial|r_b|^2}{\partial\delta_1}=0$ 即 $|r_b|^2$ 到达极值。这样，我们就发现了一个有趣的现象：$\sin(\delta_1-\alpha)=0$ 不仅是反射率取极值的条件，同时还满足 $r_b$ 的相位角为0或 π。这说明：当第一层膜厚度不到 λ/4 时，当第二层

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd. All rights reserved.

膜厚度到达反射率极值时，则这两层膜的合反射光的相位角为0或π。这也就是说两层非λ/4厚的膜等效于一层λ/4厚的膜，并且相应地有一个等效折射率 $n_e$。

这种合成的等效λ/4厚的膜用光学控制法控制是比较容易的，一旦第一层膜的厚度确定了，则第二层膜镀到极值即可。

我们来看看两层膜等效的λ/4膜与单层λ/4膜有何异同。众所周知，等效的λ/4膜仅在控制波长处表现为λ/4膜。其次，满足一种等效λ/4膜的 $\sin(\delta_1-\alpha)=0$ 的条件仅适用于一种基底($n_3$)。这是因为当 $n_3$ 变了，$r_3$ 随之而变，α也就改变了。因此，对于不同的基底材料，应选相应两层膜的厚度而得到等效λ/4膜。

但是，$\sin(\delta_1-\alpha)=0$ 这一条件不受折射率 $n_0$ 的影响，见图2(b)。所以，当 $n_0$ 变化了(例如在该等效膜上加镀一层或多层膜)。该等效λ/4膜还是保持为等效λ/4膜。这使得用两层膜等效为一层λ/4膜具有实际意义。

通过调整两层膜的厚度可得到介于高、低折射率之间的任意折射率值。例如：取 $n_1=1.38$，$n_2=2.1$，$n_3=1.5$ 或1.7，图3(a)给出了在这种情况下得到的一系列 $n_e$ 值(等效折射率)。图3(b)给出了对应的相应两层膜的厚度。

利用两层给定折射率的薄膜等价一定折射率的膜层，能够克服薄膜材料是非常有限的这一缺陷，但这一应用也有不足之处，等价膜只对于 $\lambda_0$ 等价，对于其余波长不能完全等价。

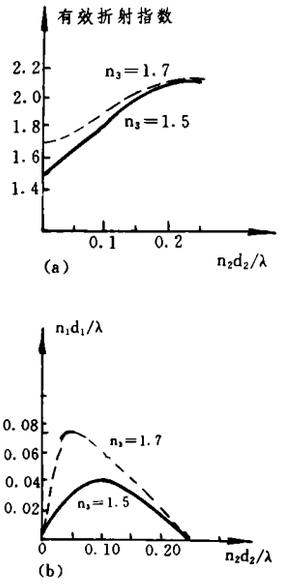



图3　(a)各种 $n_2d_2/\lambda$ 所对应的等效折射率
$n_0=1.0$，$n_1=1.38$，$n_2=2.1$，$n_3=1.5$ 或1.7
图3(b)　图(a)中　$n_2d_2/\lambda$ 对应的 $n_1d_1/\lambda$

## 参 考 文 献

[1]　林永昌、卢维强(薄膜光学)
[2]　A. J. VERMEOLEN，1971，Optical ACTA，Vol. 18，No. 7，P531－538.

# 激光雷达探测生物战剂

Los Alamos 和 Livemore 国家实验室正在研制一种能探测100km 距离战场生物战剂的机械光雷达系统。Los Alamos 国家实验室在美国陆军支持下，将建造和移交一台可以在 OH－60飞机上装载的实验样机，Livermore 实验室将提供1.5μm 眼睛安全激光器。两个实验室为研制和试验该系统已提供约1500万美元资金。据飞机试验表明，该系统可以在53km 距离上探测到机械气溶胶。

Livermore 国家实验室正在围绕着眼睛安全弹性后向散射激光器设计自动探测反扩散(CP)光雷达系统。在早期发展阶段，曾用1.06μm 激光器，但眼睛安全要求改用1.5μm 波长。为了实现所要求的作用距离，1.5μm 激光器的输出脉冲能量需要0.5J，重复频率100Hz。CP 光雷达系统虽然目前研究重点集中在探测生物战剂方面，但可开拓其他应用，如环境大气遥感。　(戎瑞提供)

© 1995-2004 Tsinghua Tongfang Optical Disc Co., Ltd.　All rights reserved.