［考试要求］

本章要求考生掌握理想光学系统的基本理论、特性、物像关系及系统组合。

［考试内容］

通过作图法或计算法来了解分析理想光学系统的基本成像特性、物像位置关系的求取等。

［作业］

P37：2、3、4、5、6、7、8、9、10、11、12、17

第二章　理想光学系统

§2---1 理想光学系统及共线成像理论

一、理想光学系统（1841年高斯提出的，故又称为高斯系统）

理想光学系统是一假想的、抽象的理论模型。

所谓理想光学系统就是能够对任意宽空间内的任意点，以任意宽光束成完善像的光学系统。

二、共线成像理论（是理想光学系统的理论基础）

1、物空间中的每一点都对应于像空间中相应的点，且只对应一点，我们称为共轭点；

2、物空间中每一条直线对应于像空间中相应的直线，且是唯一的，我们称之为共轭线；

3、物空间中任一点位于一条直线上，在像空间中其共轭点仍位于该直线的共轭线上。

简单的说：物空间的任一点、线、面都有与之相共轭的点、线、面存在，且是唯一的。

§2－2　理想光学系统的基点和基面

一、基点及基面

基点就是一些特殊的点，基面就是一些特殊的面。正是这些特殊的点与面的存在，从而使理想光学系统的特性有了充分体现，只有掌握了这些基点基面的特性，才能够分析计算理想光学系统。

基点：物方焦点，像方焦点；物方主点，像方主点；物方节点，像方节点。

基面：物方主面，像方主面；物方焦面，像方焦面。

二、 焦点、焦面

1、焦点（物方焦点、像方焦点）

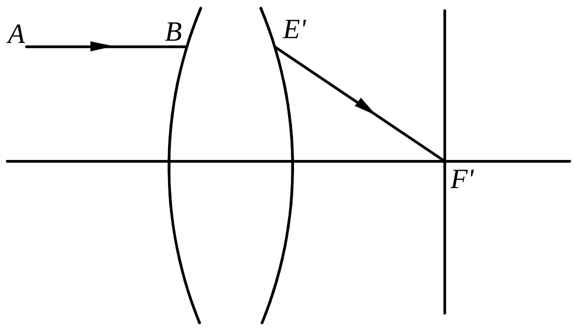

图 2-1 理想光学系统的像方焦点

现有一系统如图，光线平行于光轴入射（理解为物在无限远的光轴上），那么根据共线成像理论，一定在像空间有一条直线与之相共轭，且是唯一共轭的。则这条共轭的光线与光轴有一交点，称为像方焦点，用F'来描述，（又称为第二焦点或后焦点）。

同理，从右方无限远处射入的平行于光轴的光，经系统后也一定有一共轭光线，它也将交光轴上于一点 F，则 F 叫物方焦点；同样，从 F 发出的光经系统后，也一定变为平行光。

2、焦平面（物方焦面、像方焦面）

物方焦面：过 F 点作垂直于光轴的平面。

像方焦面：过F'点作垂直于光轴的平面。

焦面上一点发出的所有光，经系统后一定变成斜平行光束；而当斜平行光射入（可能是任意方向的光）时，一定会聚于像方焦面上一点。所以焦面实际上是许多不同方向的光的会聚点的集合。在焦点则是焦面上的最特殊的点，它是平行于光轴的光的会聚点。

三、 主点及主面

1、作图说明

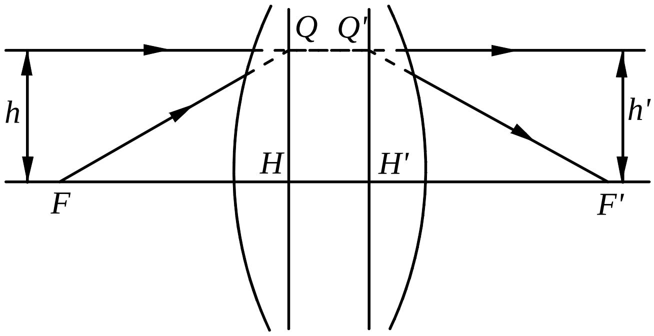

图 2—2　主点和主面

例如有一光学系统，这是光轴，现有一条平行于光轴的光射入，高度为 h，根据共线成像理论，它一定有一个唯一的共轭光线，该共轭光线与光轴相交于一点，就是F'（像方焦点）。现将这一对共轭光线延长，交于一点Q'，过Q'作垂直于光轴的平面，交光轴上于一点H'，则称该点为像方主点，该平面为像方主面。

同理，从右方也射入一平行于光轴的光，高度也为 h，则其经系统后也有一共轭光线，交光轴于一点 F，同样延长此二光线，交于 Q 点，过 Q 作垂直于光轴的平面，则该面与光轴的交点为 H（物方主点），该面为物方主面。

2、主面定义：

将垂轴放大倍率为$\beta=1$的这一对共轭平面叫做主平面。

主点是主平面中的一个特殊点，一般光学系统都有一对主平面。

四、 焦距

1、 定义：

物方焦距f：系统的物方主点到物方焦点之间的距离。

像方焦距f'：系统的像方主点到像方焦点之间的距离

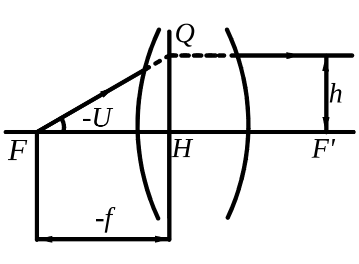

图 2—3 理想光学系统的物方焦距

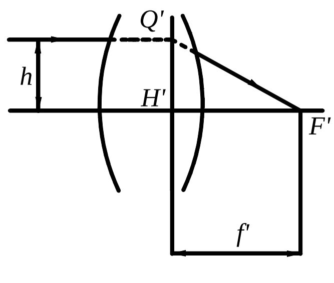

图 2—4 理想光学系统的像方焦距

对于焦距而言也是有符号的，它都是以主点为原点若与光传播方向一致则为正，反之则为负。

2、公式：

从图中可见：

$$tgu' = \frac{h}{f'} \Rightarrow\Rightarrow f' = \frac{h}{tgu'}$$

同理，可得：$tgu = \frac{h}{f} \Rightarrow\Rightarrow f = \frac{h}{tgu}$

式中，u, u' 分别为物方孔径角与像方孔径角。

3、 f, f' 之间的关系：像方焦距与物方焦距之比为相应折射率之比的负值。

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

若光学系统位于同一介质之中，有：

$$\frac{f'}{f} = -1 \Rightarrow\Rightarrow f' = -f$$

但若系统所在的物像介质空间不一致，例如：一方位于水中，一方位于空气中，则有 $n \neq n'$，故有：$f' \neq -f$ 。

此外，焦距不仅与介质有关也与反射面的个数有关。

若设系统中有 K 个反射面，则：

$$\frac{f'}{f} = (-1)^{K+1}\frac{n'}{n} \quad \text{且 } n = n' \text{ 则：} \quad \begin{cases} K\text{——奇数，———}f' = f \\ K\text{——偶数，———}f' = -f \end{cases}$$

五、 节点（物方节点 J 、像方节点 J' ）

1、定义：节点是指角放大率 $\gamma = +1$ 的一对共轭点。

2、公式：$\gamma = +1 = \frac{u'}{u} \Rightarrow\Rightarrow u' = u$，即有物方孔径角与像方孔径角相等的特性。

通过节点的光线其传播方向不变。

若光学系统位于同一介质中，则主点与节点重合。

§2－3　理想光学系统的物像关系

一、 图解法

1、 对垂轴线段求像：

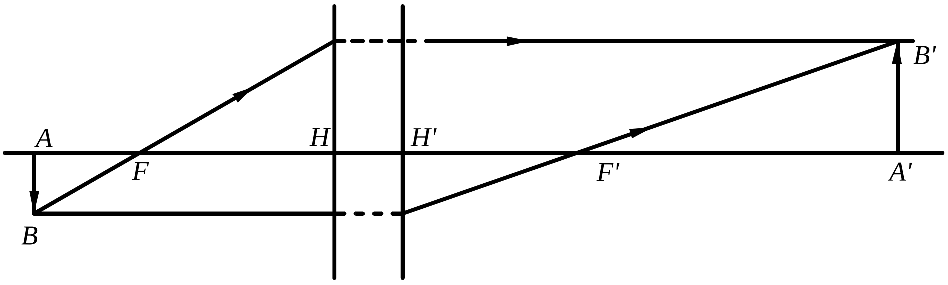

图 2—6　垂轴线段求像

2、对轴上点求像：

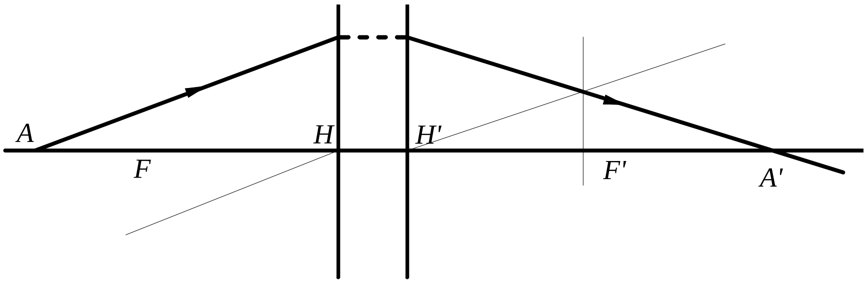

图 2—7 轴上点求像

3、对负透镜求解：

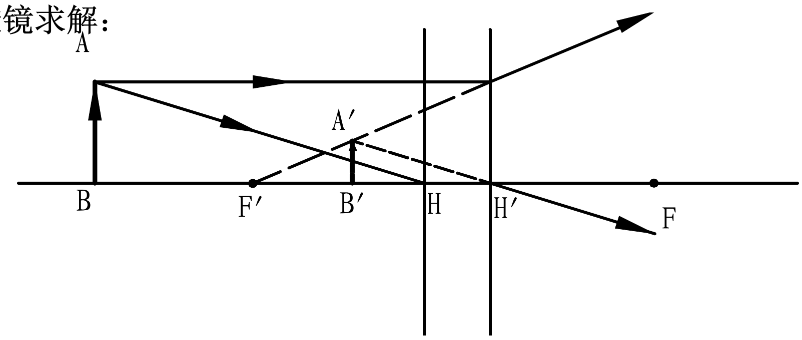

图 2—8 实物成虚像

4、 虚物成像：

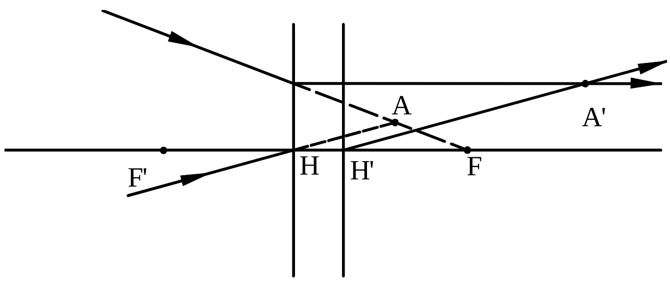

图 2—9 虚物成像

二、解析法（公式计算法）－能够精确求出像的大小和位置

1、 牛顿公式

1） 牛顿形式的物像位置关系式：

$$xx' = ff'$$

x 描述的是物距，是系统的物方焦点到物面的距离；

x' 描述的是像距，是系统的像方焦点到像面的距离。

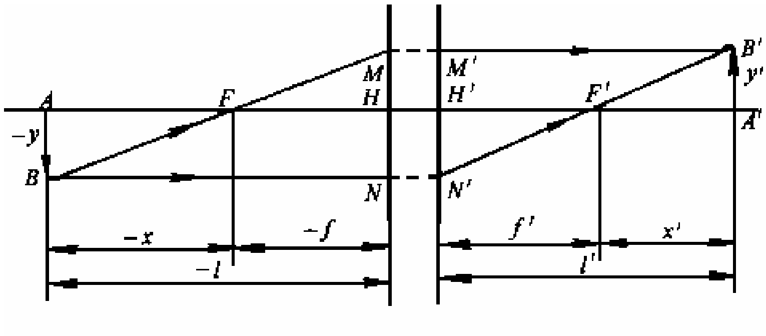

图 2-10 牛顿公式物像关系

如图所示：我们首先利用作图求出像的大致形状和位置。

$$\left.\begin{aligned}&\Delta ABF \backsim \Delta FMH \Rightarrow\Rightarrow \frac{-y}{y'} = \frac{-x}{-f}\\ &\Delta A'B'F' \backsim \Delta F'N'H' \Rightarrow\Rightarrow \frac{-y}{y'} = \frac{f'}{x'}\end{aligned}\right\} \Longrightarrow$$

$$\frac{-x}{-f} = \frac{f'}{x'} \Rightarrow\Rightarrow xx' = ff'$$

2）牛顿形式的放大倍率公式：

$$\because \beta = \frac{y'}{y} \Rightarrow\Rightarrow \beta = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'}$$

2、高斯公式

1）高斯形式的物像位置关系式：

$$\frac{1}{l'} - \frac{1}{l} = \frac{1}{f'}$$

其物像位置的确定是以主点为原点来加以描述的。

式中，l 为物距；l' 为像距；

高斯公式实质上是从牛顿公式中得到的，从图 2-10 中可见：

$$\left.\begin{aligned}&-x - f = -l \Rightarrow\Rightarrow x = l - f\\ &f' + x' = l' \Rightarrow\Rightarrow\Rightarrow x' = l' - f'\end{aligned}\right\}$$ 若将此二式代入牛顿公式 $xx' = ff'$ 之中，则

得：

$$(l-f)(l'-f')=ff'$$

将此式进行化简，得：$\dfrac{f'}{l'}+\dfrac{f}{l}=1$此式是高斯公式普通意义的另一表示形式。

如果物、像位于同一介质中，有：$f=-f'$，上式化为：

$$\frac{1}{l'}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'}$$

2）高斯形式的放大倍率公式：

$$l'=x'+f'=\frac{ff'}{x}+f'=\frac{f'}{x}(f+x)=\frac{f'}{x}l=\frac{-f}{x}l\Rightarrow\Rightarrow\beta=\frac{l'}{l}=\frac{f'}{x}=\frac{-f}{x}$$

从该中可见，垂轴放大率的大小与l,l'有关，显然物体位置不同，β也不同。

三、由多个光组组成的理想光学系统成像

1、光学间隔Δ：前一光组像方焦点到后一光组物方焦点之间的距离。

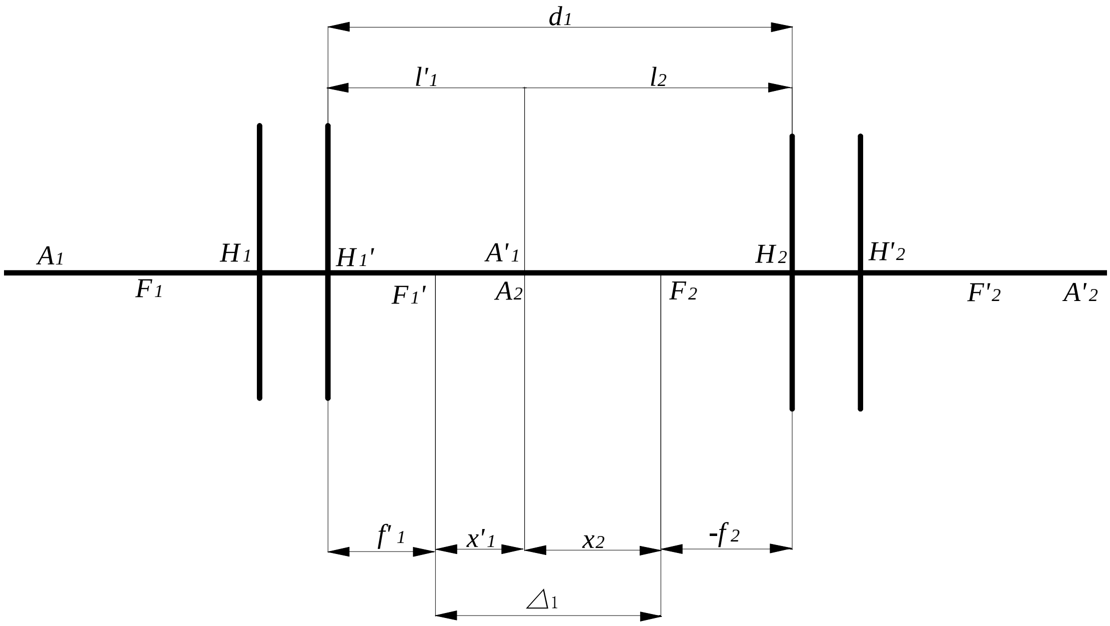

图 2-11 组合光学系统

$$f'_1+\Delta_1-f_2=d_1\Rightarrow\Delta_1=d_1-f'_1+f_2$$

若多个光组构成的系统，则有：

$$\Delta_2 = F'_2 F_3$$
$$\vdots$$
$$\Delta_k = F'_k F_{k+1} = d_k - f'_k + f_{k+1}$$

2、 过渡公式（现以二个光组为例）

1）高斯过渡公式：

已知：$f_1, f'_1\ f_2, f'_2, d, l_1$求$l_2$

物点 A 首先经光组 1 成像于A'_1，A'_1再作为光组 2 的物，经光组 2 成像为A'_2。

$$d_1 = l'_1 - l_2 \Rightarrow\Rightarrow l_2 = l'_1 - d_1$$

同理，可求出多个光组的过渡公式：

$$l_3 = l'_2 - d_2$$
$$\vdots$$
$$l_k = l'_{k-1} - d_{k-1}$$

2）牛顿过渡公式：

$$x'_1 - x_2 = \Delta_1 \Rightarrow\Rightarrow x_2 = x'_1 - \Delta_1$$
$$------------\vdots$$
$$------------x_k = x'_{k-1} - \Delta_{k-1}$$

3、整个光组的放大倍率

整个光组的放大倍率为各个光组的放大倍率之积，即：

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \beta_3 \cdots\cdots \beta_k$$

四、光焦度和会聚度

1、折合距离：线段与所在的介质折射率相比所得的值。

2、折合焦距：$\frac{f'}{n'}, \frac{f}{n}$

3、会聚度（用Σ, Σ'表示，分别为入射光会聚度，出射光会聚会）：共轭点的折合距离的倒数。

会聚度>0表示光束本身是会聚的；

会聚度<0表示光束本身是发散的。

4、光焦度（用φ表示）：折合焦距的倒数

$\frac{n'}{f'} = \phi$，光焦度体现的是系统对光束的会聚或发散的本领。

1）符号： $\varphi > 0$表示光学系统对光束起到会聚作用；

$\varphi < 0$ 表示光学系统对光束起到发散作用；

2）大小：体现了会聚、发散本领的程度。

由于 $\frac{n'}{f'} = \phi$，显然 f' 越小，φ 值越大，对入射光的偏折越大；

显然 f' 越大，φ 值越小，对入射光的偏折越小。

3）单位：折光度（屈光度）

把在空气中，焦距为 $+1m$ 的光焦度值作为 1 屈光度。

此外，光焦度与会聚度之间存在这样一个关系，即：

$$\Sigma' - \Sigma = \phi$$

即光焦度表示一对共轭点的光束会聚之差。

例如：一光学系统的 $f' = 400mm$，求其在空气中的光焦度 ϕ。

$$\phi = \frac{n'}{f'} = \frac{1}{0.4m} = 2.5(D)$$

§2－4　理想光学系统的放大率

一、 放大率

1、垂轴放大率：$\beta = \frac{y'_k}{y} = \beta_1 \beta_2 \cdots \beta_k$

2、轴向放大率：$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2$

3、角放大率：$\gamma = \frac{1}{\beta}\frac{n}{n'}$

4、三者关系：$\alpha\gamma = \beta$

二、 讨论几个特殊点的放大率

1、主点处的放大倍率：

$$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2 = \frac{n'}{n}$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta}\frac{n}{n'} = \frac{n}{n'}$$

当物像位于同一介质中，则有：

$$\alpha = \beta = \gamma = 1$$

2、焦点处的放大率：

$x' = ff'/x = \infty$ ——就是说焦面处的物体经过系统成像后，像位于无限远处，

$\beta = -\frac{f}{x} = \pm\infty$ ———即焦面处有限大的物体经系统后成为无限大的物体。

同样：

$$\alpha = \frac{n'}{n}\beta^2 = \infty$$

$$\gamma = \frac{1}{\beta}\frac{n}{n'} = 0 = \frac{u'}{u} \Rightarrow\Rightarrow u' = 0$$

3、节点处的放大率：

$$\beta = 1/\gamma = 1$$

$$\alpha = \beta^2 = 1$$

§2—5　理想光学系统的组合

一、 等效系统的基点公式

1、焦点为原点的等效系统的基点公式：

已知双光组系统的二个光组的 f'_1, f'_2, d ，求其等效系统的相应公式：如图 2-12 我们首先通过作图方法求出等效系统的主面及焦点位置，通过入射一平行于光轴的，且高度为 h 的光进行作图分析，图中 H, Q, H', Q' 确定之后，

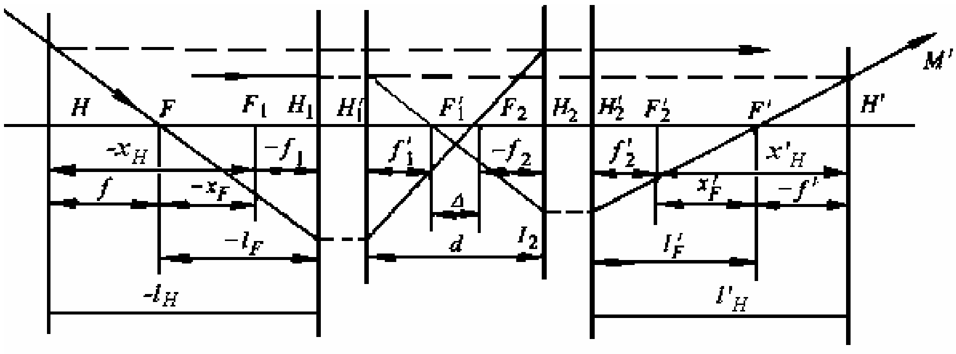

图 2—12 等效系统

图中， x'_F 为系统像方焦点 F 的位置；它是以 F'_2 为原点；

x_F 为系统物方焦点 F 的位置；它是以 F_1 为原点

x'_H 为系统像方主点的位置；它是以 F'_2 为原点

x_H 为系统物方主点的位置；它是以 F_1 为原点。

下面推导一下公式：

1） 焦点的位置公式（求 $x_F, x_{F'}$）：

相对于光组 2 来说， F'_1, F' 是相共轭的，则根据牛顿公式，有：

$$\begin{aligned} &xx' = f_2 f'_2 \\ &x = -\Delta \qquad \Rightarrow\Rightarrow x'_F \cdot \Delta = f_2 f'_2 \Rightarrow\Rightarrow x_{F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta} \\ &x' = x_{F'} \end{aligned}$$

式中， $\Delta = d - f'_1 + f_2$

同理： $x_F = \dfrac{f_1 f'_1}{\Delta}$

2）**焦距公式**：从图中可见，

$$\left.\begin{aligned} \Delta F'Q'H' \backsim \Delta H'_2 F'_2 N'_2 \Rightarrow \frac{Q'H'}{H'_2 N'_2} = \frac{-f'}{f'_2} \\ \Delta F_1'Q_1'H_1' \backsim \Delta E_2 F'_1 F_2 \Rightarrow \frac{Q_1'H_1'}{F_2 E_2} = \frac{f_1'}{\Delta} \end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow\Rightarrow \frac{-f'}{f'_2} = \frac{f_1'}{\Delta} \Rightarrow\Rightarrow f' = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

同理有：$$f=\frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

3）主点位置公式（求 $x_H, x_{H'}$）：

从图中，有：
$$x_{F'}-f'=x_{H'}\Rightarrow\Rightarrow x_{H'}=\frac{f'_2(f'_1-f_2)}{\Delta}$$
$$x_F-f=x_H\Rightarrow\Rightarrow x_H=\frac{f_1(f'_1-f_2)}{\Delta}$$

通过以上式子可以确定等效系统的基点位置。

4）放大率公式：

等效系统的放大率公式仍可用牛顿形式求：$\beta=-\dfrac{f}{x}=-\dfrac{x'}{f'}$

式中：x 是等效系统的物距（等效系统的物方焦点到物的距离），

x' 等效系统的像距（等效系统的像方焦点到像的距离）。

此外，还可以用公式：$\beta=\dfrac{f_1 f_2}{f_1 f'_2-x\Delta}$

2、以主点为原点的公式

l_F 表示等效系统的物方焦点位置；$l_F=-f'(1+\dfrac{d}{f_2})$

$l_{F'}$ 表示等效系统的像方焦点位置；$l_{F'}=f'(1-\dfrac{d}{f'_1})$

$l_{H'}$ 表示等效系统的像方主点的位置；$l_{H'}=-f'\dfrac{d}{f'_1}$

l_H 表示等效系统的物方主点的位置。$l_H=-\dfrac{df'}{f_2}$

3、等效系统的光焦度 ϕ

我们知，$f'=-\dfrac{f'_1 f'_2}{\Delta}=\dfrac{f'_1 f'_2}{f'_1+f'_2-d}$

若在空气中，$\phi=\dfrac{1}{f'}=\dfrac{f'_1+f'_2-d}{f'_1 f'_2}=\dfrac{1}{f'_2}+\dfrac{1}{f'_1}-d\dfrac{1}{f'_2}\dfrac{1}{f'_1}=\varphi_2+\varphi_1-d\varphi_2\varphi_1$

对于双光组系统，当 $d=0$ 时上式简化为：
$$\phi=\varphi_2+\varphi_1$$

我们称此时的双透镜系统为密接透镜或双胶合透镜。此时二个透镜之间没有间隔距离。

二、多个光组组合

针对多光组系统，我们又提供了两种新的方法来解决多光组的问题：一为正切法，一为截距法。

1、正切法：（以三光组为例进行说明）

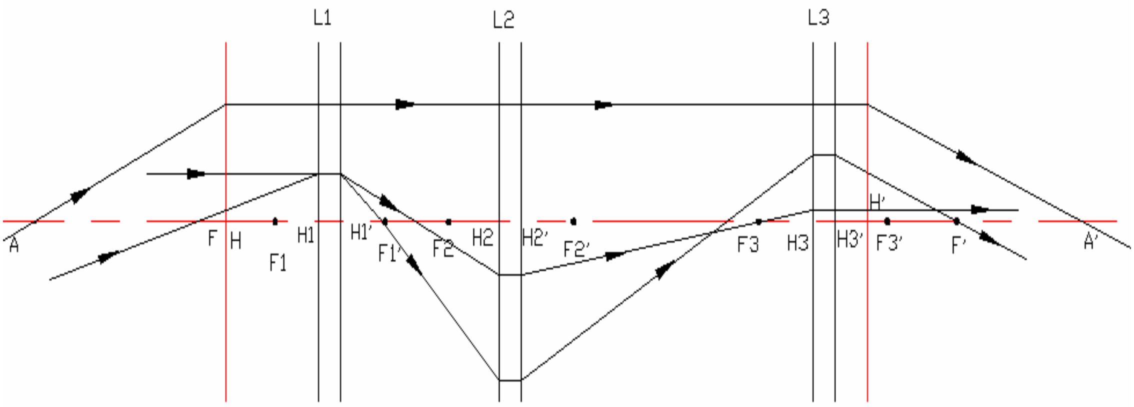

图 2-14 三光组光学系统

设 h_1, h_2, h_3 分别为光线在各光组上的投射高度，则从图上明显看出：

$$tgu'_3 = \frac{h_3}{l_{F'}} \Rightarrow\Rightarrow l_{F'} = \frac{h_3}{tgu'_3} \text{——从而求出焦点的位置}$$

同理，在阴影三角形中，$tgu'_3 = \frac{h_1}{f'} \Rightarrow\Rightarrow f' = \frac{h_1}{tgu'_3}$ ——从而求出焦距的大小

若为多个光组 k 构成的系统，同样可有：$l_{F'} = \frac{h_k}{tgu'_k}$

$$f' = \frac{h_1}{tgu'_k}$$

$$tgu_2 = tgu'_1 = tgu_1 + \frac{h_1}{f'_1} \cdots\cdots tgu'_k = tgu_k + \frac{h_k}{f'_k}$$
$$h_2 = h_1 - d_1 tgu'_1 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots h_k = h_{k-1} - d_{k-1} tgu'_{k-1}$$

2、截距法———它提供了一种方便的求出等效系统焦距的方法

$$f' = \frac{l'_1 l'_2 l'_3 \cdots\cdots l'_k}{l_2 l_3 \cdots l_k}$$

其中各量分别是第一光组的物距、第二光组的物、像距；第三个光组的物、像距等；

$$\frac{1}{l'_1}-\frac{1}{l}=\frac{1}{f'_1}$$

$$l_2 = l'_1 - d_1$$

3、各光组光焦度对等效系统ϕ的贡献

设各个光组的光焦度分别为：$\varphi_1,\varphi_2\cdots\varphi_k$，则总的光焦度为：

$$\phi = 1/f' = \varphi_1 + \frac{h_2}{h_1}\varphi_2 + \frac{h_3}{h_1}\varphi_3 + \cdots + \frac{h_k}{h_1}\varphi_k$$

可见，系统总的光焦度与$\varphi_1,\varphi_2\cdots\varphi_k$及各光组上的投射高度密切相关，当$h=1$时，有：

$$\phi = h_1\varphi_1 + h_2\varphi_2 + \cdots = \sum_1^k h_i\varphi_i$$

§2－6　透镜

透镜是一种最为常用的光学元件，也是最基本的光学元件。

一、透镜

1、定义：是由二个折射面包围的一种透明介质构成的光学元件。

2、分类：

$$\begin{cases} \text{正透镜———}\phi > 0\text{ 透镜，对光有会聚作用，其特征：中央厚，边缘薄，} \\ \qquad\qquad\text{常见的有：双凸透镜，平凸，正弯月型 等} \\ \text{负透镜———}\phi < 0\text{ 透镜，对光有发散作用，其特征：中央薄，边缘厚，} \\ \qquad\qquad\text{常见的有：双凹透镜，平凹，负弯月型 等} \end{cases}$$

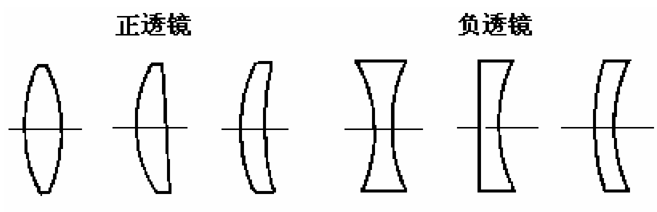

图 2－15 常见透镜的形状

二、透镜焦距公式

可以把透镜看作是一个由二个光组构成的光学元件，这样通过双光组的组合公式就可以求出透镜的基点位置及焦距公式。设透镜二个曲率半径分别为：r_1, r_2，折射率为 n，中心厚度为 d：

$$f' = -f = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

对透镜的第一折射面：由于是计算焦距，所以入射必为平行于光轴的光，根

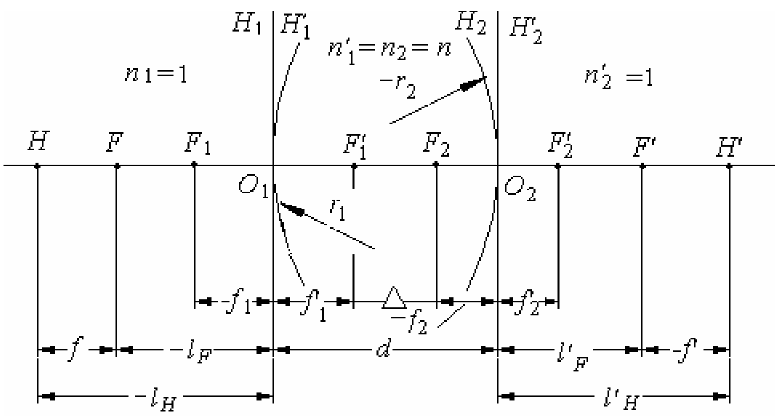

图 2－16

据单个折射面的高斯公式有：

$$\left.\begin{array}{l}\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r_1}\\ l=\infty\end{array}\right. \Rightarrow\Rightarrow l'=\frac{nr_1}{n-1}=f'_1，\ l_2=l'_1-d$$

对透镜的第二折射面，由于仍是计算焦距，所以入射必为平行于光轴的光，

根据单个折射面的高斯公式有：

$$\left.\begin{array}{l}\frac{n'}{l'}-\frac{n}{l}=\frac{n'-n}{r_2}\\ l=\infty, n'=1\end{array}\right. \Rightarrow\Rightarrow l'=\frac{r_2}{1-n}=f'_2$$

代入 $f'=-f=-\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}=-\frac{f'_1 f'_2}{d-f'_1+f'_2}=\frac{nr_1r_2}{(n-1)[n(r_2-r_1)+(n-1)d]}$

而其光焦度为：$\phi=1/f'=(n-1)(\rho_1-\rho_2)+(\frac{n-1}{n})^2 d\rho_1\rho_2$

式中，$\rho_1=1/r_1, \rho_2=1/r_2$

三、**薄透镜**：

若透镜厚度 d 与焦距 f' 或曲率半径相比是很小的数，此时 $d\to 0$,即透镜厚度可忽略不计，这样的透镜就可称为薄透镜。

实际上大家知道，透镜无论什么类型， $d\neq 0$，但是在设计中，为了方便起见，往往作这个近似，令 $d\to 0$，这样可以使系统计算大为简化。有利于对像差的计算和研究。

例如：对薄透镜，

$$\left.\begin{array}{l}\phi=1/f'=(n-1)(\rho_1-\rho_2)+(\frac{n-1}{n})^2 d\rho_1\rho_2\\ \because d=0\end{array}\right. \Rightarrow\Rightarrow \phi=(n-1)(\rho_1-\rho_2)$$

形式简单多了。

此外，对于薄透镜而言，我们还可以认为其像方主面与物方主面相重合于透镜顶点处。