

# 椭圆高斯光束在空间的传播\*

曾振东 沈鸿元  
(中国科学院福建物质结构研究所)

## 提 要

本文利用惠更斯—弗涅尔积分方程计算了椭圆高斯光束在空间的传播规律。

## 一、引 言

在各向异性高斯光束中,椭圆高斯光束是最简单的一种,通过圆柱透镜后的高斯光束、半导体激光器输出的激光都是椭圆高斯光束<sup>[1]</sup>。在垂直于传播方向的横截面上,这种光束的光斑是椭圆。

我们在研究正交晶系 Nd:YAP 晶体的热效应时,发现泵浦过程这种晶体的热效折射率呈椭圆分布<sup>[2]</sup>

$$n_x(x,z) = (n_1 - s_1) \left[ 1 - \frac{\frac{m_1}{k_{11}} + q_1}{n_1 - s_1} x^2 - \frac{\frac{m_1}{k_{11}} + R_1}{n_1 - s_1} z^2 \right] \quad (1)$$

$$n_z(x,z) = (n_3 - s_3) \left[ 1 - \frac{\frac{m_3}{k_{11}} + q_3}{n_3 - s_3} x^2 - \frac{\frac{m_3}{k_{33}} + R_3}{n_3 - s_3} z^2 \right] \quad (2)$$

通过椭圆折射率介质中波动方程的求解<sup>[3]</sup>,并在含有椭圆折射率介质的谐振腔中利用厚透镜成像法<sup>[4]</sup>,从而得到等价空腔中的本征振荡模<sup>[5]</sup>,它也是椭圆高斯光束,由于等价腔间具有相同的衍射损耗和振荡条件,除了一个比例因子外具有类似的模图样。所以 Nd:YAP 连续激光器的本征振荡模也是椭圆高斯光束。

本文利用惠更斯—弗涅尔积分方程求解了椭圆高斯光束在空间的传播规律。

## 二、椭圆高斯光束的传播规律

假设在  $y=0$  的平面上,椭圆高斯光束波前为平面,即椭圆高斯光束束腰处在  $y=0$  的

\* 1990年1月1日收到

平面上,这相当于以平面镜为输出镜的单横模 Nd: YAP 连续激光器中坐标原点放在输出平面镜中心。此时,沿 z 方向(或 x 方向)偏振的椭圆高斯光束的场分布为

$$u_x(x_0, y=0, z_0) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\omega_{xx}(0)\omega_{zz}(0)}} e^{-\frac{ik_{x0}}{2} [\frac{x_0^2}{q_{xx}(0)} + \frac{z_0^2}{q_{zz}(0)}]} \quad (3)$$

式中  $\omega_{xx}(0)$ 、 $\omega_{zz}(0)$  和  $q_{xx}(0)$ 、 $q_{zz}(0)$  分别为沿 z 方向偏振的激光在坐标原点处沿 x 方向的光斑大小和复曲率半径,  $\omega_{xx}(0)$ 、 $\omega_{zz}(0)$  和  $q_{xx}(0)$ 、 $q_{zz}(0)$  的关系为

$$\frac{1}{q_{xx}(0)} = \frac{-i\lambda_x}{\pi\omega_{xx}^2(0)} ; \quad \frac{1}{q_{zz}(0)} = \frac{-i\lambda_x}{\pi\omega_{zz}^2(0)} \quad (4)$$

式中  $\lambda_x$  是沿 z 方向偏振激光的波长。

这一光束沿 y 方向传播到  $(x_1, y_1, z_1)$  点的光场可利用惠更斯—弗涅尔积分方程求解。

$$u_x(x_1, y_1, z_1) = \int_{x_0} \int_{z_0} \frac{ik_{x0}}{4\pi L} (1 + \cos\theta) e^{ik_{x0}L} u_x(x_0, y=0, z_0) dx_0 dz_0 \quad (5)$$

考虑激光的傍轴特性,  $\theta$  趋近于零。

$$L = y_1 + \frac{(x_1 - x_0)^2}{2y_1} + \frac{(z_1 - z_0)^2}{2y_1}$$

经适当运算后, 得到

$$u_x(x_1, y_1, z_1) = \sqrt{\frac{2}{\pi}} \frac{1}{\sqrt{\omega_{xx}(y_1)\omega_{zz}(y_1)}} e^{-i(k_{x0}y_1 - \eta_{xx} - \eta_{zz})} e^{-\frac{ik_{x0}}{2} [\frac{x_1^2}{q_{xx}(y_1)} + \frac{z_1^2}{q_{zz}(y_1)}]} \quad (6)$$

$$\text{式中: } \eta_{xx} = \frac{1}{2} \text{tg}^{-1} \frac{y_1}{y_{x0}} ; \quad \eta_{zz} = \frac{1}{2} \text{tg}^{-1} \frac{y_1}{y_{z0}} \quad (7)$$

$$y_{x0} = \frac{\pi\omega_{xx}^2(0)}{\lambda_x} ; \quad y_{z0} = \frac{\pi\omega_{zz}^2(0)}{\lambda_x} \quad (8)$$

$$q_{xx}(y_1) = q_{xx}(0) + y_1 ; \quad q_{zz}(y_1) = q_{zz}(0) + y_1 \quad (9)$$

从 (6) 式可以得到如下结果, 椭圆高斯光束在空间传播时仍保持椭圆高斯分布不变, 其相位和复数曲率半径按 (7) ~ (9) 式变化

由复数曲率半径定义和 (9) 式得到

$$\frac{1}{q_{xx}(y_1)} = \frac{1}{R_{xx}(y_1)} - j \frac{1}{\pi\omega_{xx}(y_1)} = \frac{1}{q_{xx}(0) + y_1} \quad (10)$$

$$\frac{1}{q_{zz}(y_1)} = \frac{1}{R_{zz}(y_1)} - j \frac{1}{\pi\omega_{zz}(y_1)} = \frac{1}{q_{zz}(0) + y_1} \quad (11)$$

将 (4) 式代入上式, 经适当运算并让实部和虚部分别相等得到

$$R_{xx}(y_1) = y_1 [1 + (\frac{y_{x0}}{y_1})^2] ; \quad \omega_{xx}^2(y_1) = \omega_{xx}^2(0) [1 + (\frac{y_1}{y_{x0}})^2] \quad (12)$$

$$R_{zz}(y_1) = y_1 [1 + (\frac{y_{z0}}{y_1})^2] ; \quad \omega_{zz}^2(y_1) = \omega_{zz}^2(0) [1 + (\frac{y_1}{y_{z0}})^2] \quad (13)$$

从 (12) 和 (13) 式看到, 沿  $z$  方向偏振的椭圆高斯光束在  $x$  轴和  $z$  轴上波前曲率半径和光斑大小的变化规律与普通光束相似。结合 (4) 式可以看出椭圆高斯光束在空间的传输特性由束腰平面上沿  $x$  轴和  $z$  轴方向上的光斑大小  $\omega_{xx}(0)$  和  $\omega_{zz}(0)$  由激光波长决定

从 (12) 式和 (13) 式, 让  $\omega_{xx}(y_{xx}) = \omega_{zz}(y_{xx})$ , 得到

$$y_{xx} = \frac{\pi \omega_{xx}(0) \omega_{zz}(0)}{\lambda} \quad (14)$$

$$\text{此时 } \omega_{xx}^2(y_{xx}) = \omega_{zz}^2(y_{xx}) = \omega_{xx}^2(0) + \omega_{zz}^2(0) \quad (15)$$

即椭圆退化为圆, 在  $y_{xx}$  前后椭圆为长短轴互易。椭圆高斯光束的光强可由

$$\begin{aligned} I_x(x_1, y_1, z_1) &= U_x(x_1, y_1, z_1) \cdot U_x^*(x_1, y_1, z_1) \\ &= \frac{\omega_{xx}(0) \omega_{zz}(0)}{\omega_{xx}(y_1) \omega_{zz}(y_1)} \exp\left[-\frac{x^2}{\omega_{xx}^2(y_1)} - \frac{z^2}{\omega_{zz}^2(y_1)}\right] \end{aligned}$$

得到, 将指数展开得

$$\begin{aligned} &\frac{x^2}{\omega_{xx}^2(y_1) \left[1 - \frac{I_x(x_1, y_1, z_1) \omega_{xx}(y_1) \omega_{zz}(y_1)}{\omega_{xx}(0) \omega_{zz}(0)}\right]} \\ &+ \frac{z^2}{\omega_{zz}^2(y_1) \left[1 - \frac{I_x(x_1, y_1, z_1) \omega_{xx}(y_1) \omega_{zz}(y_1)}{\omega_{xx}(0) \omega_{zz}(0)}\right]} = 1 \quad (16) \end{aligned}$$

所以椭圆高斯光束等光强的轨迹是一椭圆, 只有在  $y = y_{xx}$  处, 椭圆才退化为圆。

对于沿  $x$  方向偏振的高斯光束可以得到类似结果。

### 参 考 文 献

- [ 1 ] A.yariv, Introduction to Optical Electronics, Printed in the United States of America (1976)
- [ 2 ] 沈鸿元, 物理学报, 30 (1981), 1085.
- [ 3 ] 沈鸿元, 光学学报, 4 (1984), 1023.
- [ 4 ] Kogelnik, H., BSTJ, 44 (1965), 455.
- [ 5 ] 沈鸿元等, Optics and Laser Technology, 18 (1986), 193.

## The Propagation of Elliptic Gauss Light Beam in Space

Zeng Zhendong      Shen Hongyue

( Fujian Institute of Material Structure , Academia Sinica)

### Abstract

Huygens - Fresnel integral equation is used to calculate the propagation rule of elliptic Gauss light beam in space .

作者简介: 曾振东, 男, 26岁. 中科院福建物质结构所, 学士. “高稳定 1.3414 $\mu$ m TEM<sub>00</sub>模 Nd: YAP 连续激光器.”获中科院科技进步二等奖.

---

(上接 167 页)

rication of a-Si solar cells have been reported. Two kinds of YAG laser machines with 10 watt output power and 22cm  $\times$  22cm x-y work bench controlled by a computer have been made and applicated in study of a-Si solar cells. Using TJN-I type laser machine and a set of seperated consecutive reaction system we have prepared the a-Si solar celles with 10  $\times$  10cm<sup>2</sup> area and in range of 7%-8% effeciency which the highest is 8.55%.

作者简介: 熊绍珍, 女, 51岁, 天津南开大学电子系副教授, 1961年毕业于南开大学物理系. 在国内最先研制成激光刻蚀 a-si 集成电池并进行电池物理及稳定性研究, 现还进行 a-si TFT 的研究.