

光 学 谐 振 腔

陈 五 高

(华中师范大学物理系)

光线在两镜间来回不断反射的腔叫做光学谐振腔。腔是由平面镜、凹面镜、凸面镜的任何两块镜的组合,构成各种类型光学谐振腔。

腔的一个作用是提供光学正反馈(与光轴平行的光),以便在腔内建立和维持自激振荡。腔的另一个作用是控制振荡光束的特性。由于激光束的特性与光腔结构有不可分割的联系,因而可以用改变腔参数的方法,来达到控制光束特性的目的:①通过腔的适当设计和采用特殊的选模措施,可以有效地控制腔内实际振荡的模式数目,提高光子简并度,获得单色性好,方向性好的相干光;②调节腔的几何参数,可以直接控制光束的横向分布特性,光斑大小,谐振频率和光束发散角等;③控制光束的输出功率。

光学谐振腔按稳定性可分为稳定腔、不稳定腔和介稳腔。所谓稳定腔是指光线在腔内来回反射,而始终不离开腔体的光学腔;而不稳定腔则是指光线经过若干次反射后就离开腔体的光学腔;介于稳定腔和不稳定腔之

间的腔称为介稳腔。

腔的重点内容是谐振腔的稳定条件和稳定图。任何光学谐振腔都有腔长 l 和腔镜面的曲率半径 r_1 两个参数,因此光学谐振腔的稳定条件是:

$$0 < g_1 g_2 < 1, \text{ 或 } g_1 g_2 = 0$$

$$\text{式中 } g_1 = 1 - \frac{l}{r_1}, g_2 = 1 - \frac{l}{r_2}.$$

用 g_1 为横坐标, g_2 作纵坐标画出的图,即为光学谐振腔的稳定图。这种图在激光器的设计上有广泛的实用价值。

不论是稳定腔还是非稳定腔,一旦给定了腔的具体结构,则其中振荡模的特征也就随之确定下来,这就是腔与模的一般联系。实际上,光学谐振腔的理论,就是激光模式理论。

谐振腔对激光特性的形成起着关键性作用,由于光线在谐振腔中来回反射,腔不仅提供了正反馈,而且起了选频器的作用。因此,谐振腔中存在纵模和横模。

纵模就是光场在纵向的稳定分布。纵模

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{nx^{\frac{1}{2}}}{1+n^2x^2} \sin^5 nx dx.$$

解 记 $f_n(x) = \frac{nx^{\frac{1}{2}}}{1+n^2x^2} \sin^5 nx$, 则 $f_n(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续,所以 f_n 在 $[0,1]$ 上可积。

$$\text{又 } |f_n(x)| \leq \frac{nx^{\frac{1}{2}}}{1+n^2x^2} = \frac{nx}{1+n^2x^2} x^{-\frac{1}{2}}$$

$$\leq \frac{1}{2} \cdot x^{-\frac{1}{2}} \quad x \in [0,1]$$

而 $x^{-\frac{1}{2}}$ 在 $[0,1]$ 上可积,且 $\lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) = 0$, $x \in [0,1]$, 所以,由 Lebesgue 控制收敛定理,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 f_n(x) dx = \int_0^1 \lim_{n \rightarrow \infty} f_n(x) dx = 0$$

$$\text{即 } \lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^1 \frac{nx^{\frac{1}{2}}}{1+n^2x^2} \sin^5 nx dx = 0$$

的物理实质是光线在腔中来回反射形成的驻波场。而横模则是光场在横向的稳定分布。不同的横模,其光场分布差异大,很容易从光斑上区别开来。

激光的模式,一般用 TEM_{mnq} 来标记,其中 TEM 是横的电磁波。脚标 mn 是横模序数, m 是横模在 2π 中出现的极小值个数, n 是横模在径向出现的极小值个数; q 为纵模序数。如 TEM_{00q} 称为基模,而其他的横模称为高阶(序)横模。

光学谐振腔理论的重点是高斯光束(一种光强按高斯函数分布的光束)。由波动光学理论可以证明:由两块凹面镜所构成的光学谐振腔中产生的激光束,既不是均匀的平面波,也不是均匀的球面波,而是一种结构比较特殊的高斯球面波。高斯光束电矢量 E 的表达式为:

$$E = \frac{A_0}{\omega(Z)} \exp\left[-\frac{x^2+y^2}{\omega^2(Z)}\right] \exp\left[-ik\left(Z + \frac{x^2+y^2}{2R(Z)}\right) + i\varphi(Z)\right] \quad (1)$$

式中 A_0 是振幅, $\omega(Z)$ 是 Z 点的光斑尺寸,其表达式为:

$$\omega(Z) = \omega_0 \left[1 + \left(\frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}\right)^2\right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

而 ω_0 是 Z 为零时的腰斑半径,即“腰粗”。 $R(Z)$ 是 Z 处波阵面的曲率半径,其表示式为:

$$R(Z) = Z \left[1 + \left(\frac{\pi \omega_0^2}{\lambda Z}\right)^2\right] \quad (3)$$

$\varphi(Z)$ 是与 Z 有关的位相因子,其表达式为:

$$\varphi(Z) = \text{tg}^{-1}\left(\frac{\lambda Z}{\pi \omega_0^2}\right) \quad (4)$$

高斯光束在传播过程中,波阵面的曲率半径和曲率中心都在不断变化之中。由式(1)可推得高斯光束波阵面的形状为:

$Z < 0$ 时,沿 Z 方向传播的是会聚的球面波。

$Z = 0$ 处变为平面波,其波阵面是平面,

这一点与平面波相同,但光强是高斯函数分布,不是均匀分布,这与均匀平面波不同。

$Z > 0$ 时,又变为发散球面波。因此,高斯光束传播时,是以高斯球面波的特殊形式传播,光束不断发散,因为高斯光束是近轴光束,当 Z 趋于无穷大时,其远场发散角:

$$2\theta = \frac{2\lambda}{\pi \omega_0} \quad (5)$$

为了定量研究问题,需把高斯光束的特征参量 ω_0 和 Z ,同光学谐振腔的参量 l 和 r 建立联系,用从特殊到一般的分析方法,先分析共焦腔中的高斯光束,然后研究非共焦腔中的高斯光束特性,最后分析一般谐振腔中的高斯光束。

共焦腔是 $r_1 = r_2 = r = l$ 时,即两凹面镜的曲率半径相等且等于腔长,两凹面镜焦点在腔内相重,称为共焦腔。

如在 $Z = \pm Z_1$ 处各放一凹面镜,这两镜构成腔长 $l = 2Z_1 = r_1 = r_2$ 的共焦腔。

设高斯光束在 $\pm Z_1$ 处波阵面的曲率半径与两凹面镜的曲率半径相等,即波阵面与镜面相重合,故该光波在两凹面镜间来回反射时,波阵面的形状不变,也就是腰为 ω_0 的高斯光束,在腔长 l 为:

$$l = 2Z_1 = 2 \frac{\pi \omega_0^2}{\lambda} \quad (6)$$

的共焦腔中来回反射保持其特性不变。由式(6)可算得腔长为 l 的共焦腔对应的高斯光束的参数为:

$$\text{腰粗: } \omega_0 = \left(\frac{\lambda l}{2\pi}\right)^{1/2} \quad (7)$$

$$\text{光斑尺寸: } \omega_1 = \omega_2 = \left(\frac{\lambda l}{\pi}\right)^{1/2} \quad (8)$$

$$\text{远场发散角: } 2\theta = 2\left(\frac{2\lambda}{\pi l}\right)^{1/2} \quad (9)$$

由上述可看出,共焦腔中高斯光束特性完全由腔长决定。

在激光器中,大量应用的是非共焦腔。因为 r_1 和 r_2 很难做到严格相等,调整也很难,一有误差,就由共焦腔变成非共焦腔。

研究步骤是将非共焦腔与共焦腔类比,然后将共焦腔的结果推广到非共焦腔。

先研究一个对称非共焦腔的光束特性与对应的等价共焦腔光束特性完全一致的情形。等价共焦腔光束特性完全由腔长 l' 决定,所以如有一谐振腔,它的腔长为 l ,由镜面曲率半径 $r_1 = r_2 = r$ 的两镜构成,要想知道它的光束特性,就只要找出其等价共焦腔的腔长 l' 值。由式(3)不难求得:

$$l' = (2rl - l^2)^{1/2} \quad (10)$$

由此可求出对称非共焦腔中光束诸参量:

$$\omega_0 = \left[\frac{\lambda^2}{4\pi^2} (2lr - l^2) \right]^{1/4} \quad (11)$$

$$\omega_A = \omega_B = \left[\frac{r^2 l^2 \lambda^2}{\pi^2 (2rl - l^2)} \right]^{1/4} \quad (12)$$

$$2\theta = 2 \left[\frac{4\lambda^2}{\pi^2 (2rl - l^2)} \right]^{1/4} \quad (13)$$

经过有关运算,也可求出谐振频率:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{4\mu l} \left[2q + \frac{2}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1}(g_1 g_2)^{1/2} \right] \quad (14)$$

式中 m 、 n 为横模序数, q 为纵模序数, μ 为介质折射率, C 为光速。

$$g_1 = 1 - \frac{l}{r_1} \quad g_2 = 1 - \frac{l}{r_2}$$

用同样的方法可以研究一般非共焦腔。如由曲率半径 $r_1 \neq r_2$, 相距 l 的两凹面镜构成的谐振腔, 一般为非共焦腔, 对这样的腔, 同样可以找出相应的等价共焦腔, 并由此求出光束的特性参量, 由于计算比较繁琐, 不再推导, 仅列出相关结果。

①腰的位置: 此时腰不在腔的中心, 它离镜 A 和 B 的距离 Z_A 和 Z_B 分别为:

$$Z_A = \frac{l(r_B - l)}{r_A + r_B - 2l} \quad (15)$$

$$Z_B = \frac{l(r_A - l)}{r_A + r_B - 2l} \quad (16)$$

②腰粗:

$$\omega_0 = \left[\frac{\lambda^2 (r_A - l)(r_B - l)(r_A + r_B - l)}{\pi^2 (r_A + r_B - 2l)} \right]^{1/4} \quad (17)$$

③镜 A 上光斑尺寸:

$$\omega_A = \left[\frac{\lambda^2 r_A^2 l (r_B - l)}{\pi^2 (r_A - l)(r_A + r_B - l)} \right]^{1/4} \quad (18)$$

④镜 B 上光斑尺寸:

$$\omega_B = \left[\frac{\lambda^2 r_B^2 l (r_A - l)}{\pi^2 (r_B - l)(r_A + r_B - l)} \right]^{1/4} \quad (19)$$

⑤远场发散角:

$$2\theta = 2 \left[\frac{\lambda^2 (r_A + r_B - 2l)}{\pi^2 l (r_A - l)(r_B - l)(r_A + r_B - l)} \right]^{1/4} \quad (20)$$

⑥谐振频率:

$$\nu_{mnq} = \frac{c}{4\mu l} \left\{ 2q + \frac{2}{\pi} (m+n+1) \cos^{-1} \left[\left(1 - \frac{l}{r_A} \right) \left(1 - \frac{l}{r_B} \right) \right]^{1/2} \right\} \quad (21)$$

研究了高斯光束在光学谐振腔中传播问题之后, 还要研究高斯光束在谐振腔中的衍射损耗问题。由于高斯光束通过光学系统的聚焦和准直, 是光学工程中的重要课题, 因此, 也放在光学谐振腔中分析和讨论。由于篇幅所限, 不作深入讨论, 有兴趣的学员可以查阅光学谐振腔理论的有关专著^[1,2]。

学过光学谐振腔这一章^[3]以后, 我们就会认识到: 激光之所以具备“三高好”(亮度高, 方向性, 单色性和相干性好) 的优良品质, 是由于光学谐振腔“教育”的结果。

参考文献

- 1 方洪烈著. 光学谐振腔理论, 科学出版社, 北京: 1981: 1-217
- 2 [德] H·韦伯著. 丘军林, 孙荫才译. 激光谐振腔, 华中工学院, 1983: 1-172
- 3 陈五高编著. 激光原理(物理)与激光技术, 华中师大胶印, 1995: 28-82