

各向异性热参量对 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体热效应的影响\*史彭<sup>1\*\*</sup>, 李隆<sup>1,2</sup>, 陈文<sup>1</sup>, 甘安生<sup>1</sup>

(1. 西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055; 2. 西北大学光子学与光子技术研究所, 西北大学光电子省级重点开放实验室, 陕西 西安 710069)

**摘要:**基于解析各向异性分析理论,研究了矩形横截面 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光晶体受到具有高斯分布 LD 端面抽运时的激光晶体温度场分布和抽运面热形变分布。通过 LD 抽运 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光晶体工作特点分析,建立了符合激光晶体工作状态的热模型,利用各向异性介质热传导方程的一种求解方法,得出了矩形截面 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体的温度场、热应变场和端面热形变场的通解表达式,分析了各向异性热参量对 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光晶体热应变场的定量影响。研究表明:当使用输出功率为 15 W LD 端面中心入射 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体(Nd<sup>3+</sup> 浓度 0.5 at%)时,在抽运端面中心获得 244.9 °C 最高温升和 1.99 μm 最大热形变量。

**关键词:**激光物理; Nd:YVO<sub>4</sub> 激光器热分析; 解析理论; 矩形截面; 各向异性

**中图分类号:**TN248.1 **文献标识码:**A **文章编号:**1005-0086(2007)02-0175-04

Influence of Anisotropic Thermal Parameter on the Thermal Effect of Nd:YVO<sub>4</sub> CrystalSHI Peng<sup>1\*\*</sup>, LI Long<sup>1,2</sup>, CHEN Wen<sup>1</sup>, GAN An-sheng<sup>1</sup>

(1. College of Science, Xi'an University of Architecture &amp; Technology, Xi'an 710055, China; 2. Institute of Photonics &amp; Photo-Technology, Provincial Key Laboratory of Photoelectronic Technology, Northwest University, Xi'an 710069, China)

**Abstract:**Based on the analytical theory of aeolotropy, the thermal distortion of pumped-face and the temperature field distribution of laser crystal are investigated when Nd:YVO<sub>4</sub> crystal with rectangular cross section is end-pumped by a laser beam of Gaussian distribution from a diode laser. A thermal model that accords with the working state of the Nd:YVO<sub>4</sub> laser crystal is established. By using a new solution to the heat conduction equation of the anisotropic medium, general solution expressions of the temperature field, the thermal strain field and the thermal distortion field of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal with rectangular cross section are obtained. The quantitative effect of the anisotropic thermal parameters on the thermal strain field of Nd:YVO<sub>4</sub> laser crystal is analyzed. The research results show that the maximum temperature rise of 244.9 °C and the maximum thermal distortion of 1.99 μm can be obtained in the center of the pumped end surface when the Nd:YVO<sub>4</sub> laser crystal is pumped by a diode laser with a output power of 15 W from the center of end face (the weight percent of neodymium ion doped in the crystal equals 0.5%). This method can also be applied to the research on other thermal problems of laser crystal and offer the theoretical basis to effectively solve the thermal problems in laser system.

**Key words:**laser physics; Nd:YVO<sub>4</sub> laser thermal analysis; analytical theory; rectangular cross section; aeolotropy

## 1 引言

激光晶体吸收 LD 抽运光能量产生荧光辐射的同时,有相当一部分抽运光能量转变为晶体的热能。当激光器稳定工作时,在晶体内部形成相对稳定的温度梯度场分布,引起晶体端面发生热形变。激光晶体这种热效应严重地影响着 LD 抽运 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光器的性能<sup>[1~3]</sup>。

分析、解决热效应的关键是激光晶体内部温度场和热形变场的准确计算。以往基于激光晶体温度场分布的理论研究,为了能够得出晶体内部温度场,将各向异性激光晶体

按各向同性介质近似处理<sup>[4,5]</sup>。由于激光晶体热能量是各向异性的,各方向热参量值差别较大,这样处理引入了较大的计算误差。本文通过对 LD 端面抽运、周边恒温冷却的矩形截面 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体工作特点分析,建立了符合实际情况的热分析物理模型,利用各向异性晶体热传导方程的求解方法,得出了矩形截面 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部温度场分布和抽运端面热形变场的通解表达式,对影响晶体热形变场分布的各种因素进行了定量分析。研究结果对于解决激光晶体的热效应、改善 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光器的性能提供理论依据。

收稿日期:2006-04-10 修订日期:2006-06-14

\* 基金项目:陕西省教育厅专项科研资助项目(06JK251)

\*\* E-mail: pshi56@sohu.com

## 2 激光晶体内部温度场的计算方法

### 2.1 单端面抽运、周边恒温 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体热模型

LD 端面抽运激光晶体实验装置有直线腔<sup>[6]</sup>、折叠腔<sup>[7]</sup>等,图 1 所示为三镜 V 型折叠腔 Nd:YVO<sub>4</sub>/KTP 绿光激光器简图<sup>[7]</sup>。

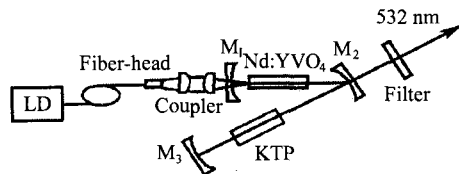


图 1 LD 端面抽运 Nd:YVO<sub>4</sub>/KTP 激光器简图

Fig. 1 Schematic of LD end-pumped Nd:YVO<sub>4</sub>/KTP

Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体因吸收部分抽运光能量产生的热量,通过热传导方式由周边散失。在全固态激光器(DPSSL)中,一般用封闭冷却循环水或 TEC 半导体制冷模块控制激光晶体周边冷却温度。当抽运光通过激光晶体中心时,热模型如图 2 所示。

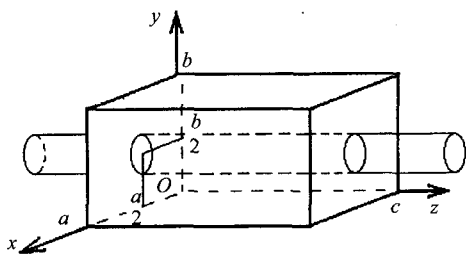


图 2 激光晶体热模型简图

Fig. 2 Schematic diagram of laser crystal thermal model

对 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体工作特点分析,可建立热分析物理模型:

1) 抽运光高斯分布假设。光纤耦合的 LD 发出抽运激光,经过平凸透镜组成的光学系统或自聚焦透镜构成的耦合器后,入射到激光晶体端面。抽运光光强的空间分布可以用高斯函数来近似<sup>[8]</sup>。设抽运光平行 Z 轴入射到 z=0 面,并辐射在晶体中心时,在 z=0 面(x-y 面)上抽运光分布表达式为

$$I(x, y, 0) = I_0 e^{-2\frac{(x-\frac{w}{2})^2 + (y-\frac{w}{2})^2}{w^2}} \quad (1)$$

其中: I<sub>0</sub> 为抽运光中心在 z=0 面处的功率密度; w 为光束的高斯半径。

激光晶体对抽运光的吸收系数为 β,当平行 z 轴抽运光转播时,光强由于被吸收而减弱,由吸收规律得到在晶体内 z=z 面的光强为

$$I(x, y, z) = I(x, y, 0) e^{-\beta z} \quad (2)$$

2) 激光晶体内部产生的热功率密度。由于激光晶体荧光量子效应和内损耗吸收抽运光的能量远大于其它原因晶体吸收的能量,仅考虑晶体由于荧光量子效应和内损耗吸收抽运光能量所产生的热量。在 z=z 面,晶体吸收能量产生的热功率密度为

$$qv(x, y, z) = \eta I(x, y, z) =$$

$$I_0 \eta e^{-2\frac{(x-\frac{w}{2})^2 + (y-\frac{w}{2})^2}{w^2}} e^{-\beta z} \quad (3)$$

其中, η 为由荧光量子效应和内损耗决定的热转换系数,有

$$\eta = 1 - \lambda_p / \lambda_L \quad (4)$$

其中: λ<sub>p</sub> 为 LD 抽运光波长, λ<sub>p</sub> = 808 nm; λ<sub>L</sub> 为谐振腔的振荡激光波长, λ<sub>L</sub> = 1064 nm。

3) 激光晶体的边界条件。由于晶体放置在冷却器内,晶体侧面温度保持相对恒定,作为热模型数学处理可设其为 0(相对)。得出温度场后,再叠加冷却环境温度 u<sub>w</sub>。晶体 2 个通光端面与空气相接触,从两端面和空气热交换流出的热量远远小于从晶体侧面通过传导出出的热量,因此可假设晶体的两端面绝热,热模型的边界条件为

$$\begin{aligned} u(0, y, z) = 0; u(a, y, z) = 0 \\ u(x, 0, z) = 0; u(x, b, z) = 0 \\ u_z(x, y, 0) = 0; u_z(x, y, c) = 0 \end{aligned} \quad (5)$$

### 2.2 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部温度场的计算表达式

由于 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体是正交各向异性介质,内部有热源,则晶体内部热传导遵守正交各向异性介质热传导的 Poisson 方程<sup>[9]</sup>,即

$$\lambda_x \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial x^2} + \lambda_y \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial y^2} + \lambda_z \frac{\partial^2 u(x, y, z)}{\partial z^2} = -q_v(x, y, z) \quad (6)$$

其中, λ<sub>x</sub>、λ<sub>y</sub> 和 λ<sub>z</sub> 分别为晶体 x、y 和 z 方向的导热系数,或称为热导率。由于 q<sub>v</sub>(x, y, z) 和边界条件的复杂性,一般求解 Poisson 方程的方法无法求出该方程的解。

一种求解边界条件式(5)下 Poisson 方程解的方法为 Poisson 方程的解必须满足 Poisson 方程的同时满足其边界条件,具体是:

1) 根据边界条件确定 Poisson 方程解的本征函数族形式,由本征函数族组成 Poisson 方程解 u(x, y, z), u(x, y, z) 中有待定常数;

2) 将 u(x, y, z) 代入 Poisson 方程,求出 u(x, y, z) 中的待定常数,得出 u(x, y, z) 的表达式;

3) 由于 u(x, y, z) 既满足 Poisson 方程又满足其边界条件,又由于 Poisson 方程的解存在唯一性,则 u(x, y, z) 是 Poisson 方程的唯一解。

Poisson 方程的解为

$$u(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} A_{nml} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{b} y \cos \frac{l\pi}{c} z \quad (7)$$

$$A_{nml} = \frac{8I_0 \beta \eta c (1 - e^{-\beta} \cos l\pi)}{ab\pi^2 (\beta^2 c^2 + l^2 \pi^2) (\frac{\lambda_x n^2}{a^2} + \frac{\lambda_y m^2}{b^2} + \frac{\lambda_z l^2}{c^2})} \times \int_0^a \int_0^b e^{-2\frac{(x-\frac{w}{2})^2 + (y-\frac{w}{2})^2}{w^2}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{b} y dx dy \quad (8)$$

可利用计算机软件,根据式(7)计算出激光晶体内部的温度场。

## 3 激光晶体热形变场的计算方法

当激光晶体内部形成稳定温度场后,由于激光晶体受热膨胀会使得晶体发生热形变,这种热形变会严重影响激光器的品质。

由于激光晶体 2 个端面无外力约束。四周被钢箔包裹,而钢箔很软,所以激光晶体四周的近似无外力约束,则激光晶体的热膨胀是自由热膨胀。

设激光晶体内部一小长方体,3 个边长分别为  $dx$ 、 $dy$  和  $dz$ ,长方体原温度为 0(相对),晶体达到热平衡后的温度为  $u(x,y,z)$ ,该长方体温度变化量为  $u(x,y,z)$ ,3 个方向的热形变量为

$$\begin{aligned} dl_x &= \alpha_x u(x,y,z) dx \\ dl_y &= \alpha_y u(x,y,z) dy \\ dl_z &= \alpha_z u(x,y,z) dz \end{aligned} \quad (9)$$

式中,  $\alpha_x$ 、 $\alpha_y$  和  $\alpha_z$  分别为激光晶体  $x$ 、 $y$  和  $z$  方向上的热膨胀系数。Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部各点的热应变变量(单位长度上的热形变量)为

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \frac{dl_x}{dx} = \alpha_x u(x,y,z) \\ \epsilon_y &= \frac{dl_y}{dy} = \alpha_y u(x,y,z) \\ \epsilon_z &= \frac{dl_z}{dz} = \alpha_z u(x,y,z) \end{aligned} \quad (10)$$

由于 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体各方向上的热膨胀系数为常数,则晶体在各方向上的热形变量为

$$\begin{cases} l_x = \int_0^a dl_x = \alpha_x \int_0^a u(x,y,z) dx \\ l_y = \int_0^b dl_y = \alpha_y \int_0^b u(x,y,z) dy \\ l_z = \int_0^c dl_z = \alpha_z \int_0^c u(x,y,z) dz \end{cases} \quad (11)$$

可利用计算软件,根据式(10)可计算出激光晶体内部各方向上的热形变场,根据式(12)可计算出激光晶体各方向上总的热形变量。

#### 4 Nd:YVO<sub>4</sub> 激光晶体的热分析

Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体以其优异的光学特性和物理特性受到人们的广泛关注。掺 Nd<sup>3+</sup> 浓度 0.5 atm% 的 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体导热系数分别为 5.23 W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>(//)和 5.10 W·m<sup>-1</sup>·K<sup>-1</sup>(⊥);热膨胀系数分别为 11.37×10<sup>-6</sup>K<sup>-1</sup>(//)和 4.43×10<sup>-6</sup>K<sup>-1</sup>(⊥)。晶体  $c$  轴方向为  $x$  方向。对泵浦光的吸收系数为 14.8 cm<sup>-1</sup>[10]。

##### 4.1 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部温度场

调节 LD 的抽运功率为 15 W(Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体输出激光功率 5 W,Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体实际吸收 10 W 抽运功率),抽运光高斯半径  $w$  为 0.40 mm,晶体尺寸为 3 mm×3 mm×5 mm。计算出晶体内部  $x=a/2, y-z$  面上三维温度场分布如图 3 所示。沿抽运光中心线( $x=a/2, y=b/2$ )上温度场分布如图 4 所示。

从图 3、4 可以得出: Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内最高稳升为 244.9 °C(在  $x=a/2, y=b/2$  和  $z=0$  处)。由于 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体热导率较大、吸收率较高,造成晶体前部中心温升比后部高的多,后部温升很低。

##### 4.2 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面热形变分析

由于晶体后部温升很低,可以假设晶体后表面无热形

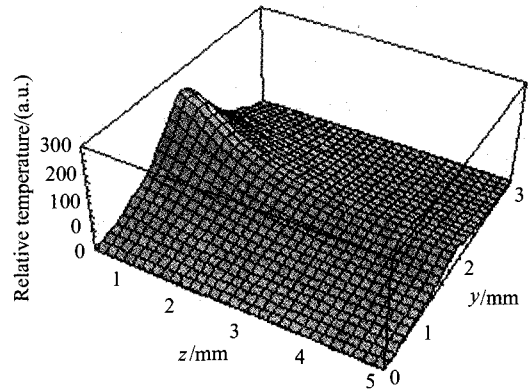


图 3 LD 端面抽运 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部三维温度场分布图  
Fig. 3 3-D temperature field distribution diagram of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal by LD

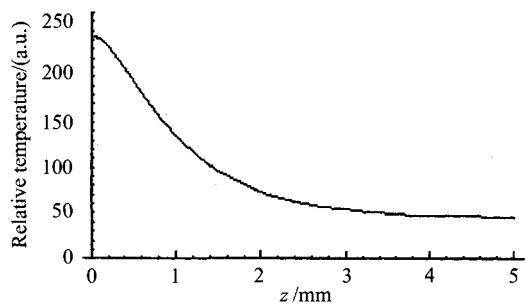


图 4 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部在抽运光中心( $x=a/2, y=b/2$ )上温度分布图

Fig. 4 Temperature distribution diagram Nd:YVO<sub>4</sub> crystal interior  $x=a/2, y=b/2$

变,晶体的温升造成晶体抽运端面热形变。Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面热形变是引起热透镜效应的主要原因。在同上条件下,得出在 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面  $y=b/2$  线上产生的热形变分布如图 5 所示。抽运端面三维热形变场分布如图 6 所示,晶体抽运端面最高热形变在  $x=a/2, y=b/2$  和  $z=0$  处,为 1.99 μm。

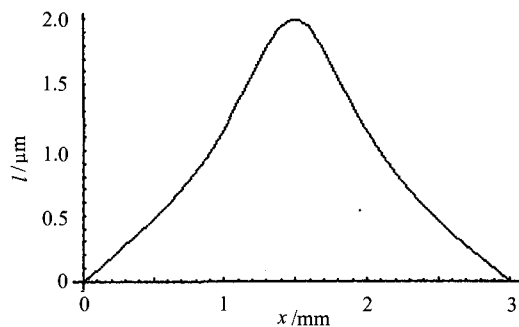


图 5 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面发生的热形变分布图  
Fig. 5 Thermal distortion field distribution diagram of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal pumped face ( $z=0, y=b/2$ )

##### 4.3 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面热形变的实验验证

Peng 等人<sup>[10]</sup>利用激光干涉法测量了在上同条件下的

Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面热形变,得出 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体端面最高热形变为 1.97 μm,与本文计算结果基本一致。晶体端面存在热辐射效应,由于晶体端面温升不高,热辐射效应很小。本文采用的热模型未考虑晶体端面热辐射效应,计算结果比实验结果略高。Peng 等人的实验结果验证了本文理论分配的正确性。

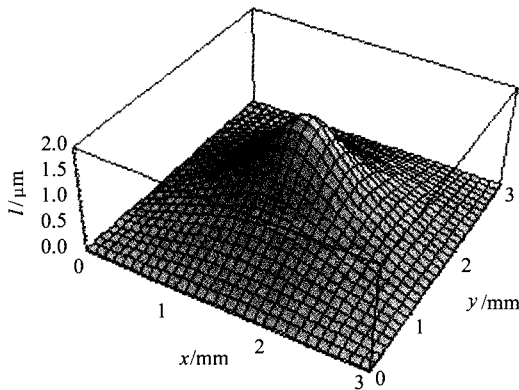


图6 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面热形变场三维分布图

Fig. 6 3-D thermal distortion field distribution diagram of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal pumped face

## 5 各向异性热参量对热应变场的影响

由式(10)可以计算出 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体内部热应变场。由于 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体热参量(体导热系数和热膨胀系数)是各向异性的,各方向热参量数值差异很大,引起晶体内部非对称热应变场。在同样条件下,得出抽运端面  $y=b/2$  线上各点的  $x, y$  方向热应变分布,如图7所示。Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体  $x$  方向最大热应变为 0.00278,  $y$  方向最大热应变为 0.00108,相差 2.57 倍。晶体内部各点热应变(矢量)受各向异性热参量影响很大。得出晶体内部各点热应变,可以计算出晶体内部各点热应力,进一步进行分析工作。

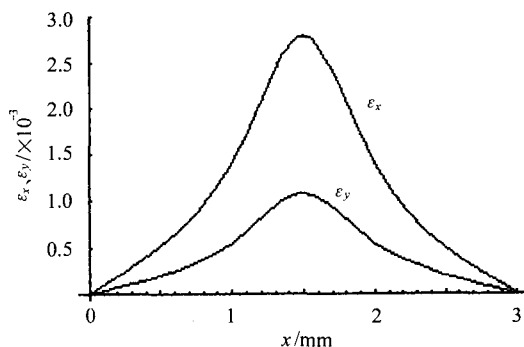


图7 Nd:YVO<sub>4</sub> 晶体抽运端面  $y=b/2$  线上热应变分布

Fig. 7 Thermal distortion strain distribution diagram of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal ( $z=0, y=b/2$ )

## 6 结论

分析了在单端抽运形式下,根据矩形截面 Nd:YVO<sub>4</sub>

激光晶体的实际情况,利用各向异性介质热传导方程的一种求解方法,得出了晶体内部温度场、热应变场和晶体端面热形变场的解,利用他人在相同条件下的实验结果验证了理论分析的正确性。分析了各向异性热参量对晶体内部热应变场的影响。所得出的结果可以应用到其它激光晶体温度场、热应变场和热形变场的定量计算分析中,为发展 LD 抽运 DPSSL 的稳定设计提供基础理论依据。

## 参考文献:

- [1] ZHANG Yi, GAO Ming-yi, YAO Jian-quan. Study on thermal effect of anisotropic laser medium by LD end-pumped [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser* (光电子·激光), 2003, 14(10): 1094-1098. (in Chinese)
- [2] LI Qiang, WANG Zhi-min, WANG Zhi-yong, et al. A novel method for measuring thermal lens focal length of a CW high power Nd:YVO<sub>4</sub> laser [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser* (光电子·激光), 2003, 14(10): 1094-1098. (in Chinese)
- [3] LI C, Song J, Shen D, et al. Diode-pumped passively Q-switched Nd:YVO<sub>4</sub> lasers operating at 1.06 μm wavelength [J]. *Appl Phys B*, 2000, 70(4): 471-474.
- [4] SHI Peng, LI Long, LIU Xiao-fang, et al. A influence of eccentricity on thermal effect of Nd:GdVO<sub>4</sub> crystal with rectangle-section [J]. *Journal of Optoelectronics · Laser* (光电子·激光), 2005, 16(10): 1187-1192. (in Chinese)
- [5] SHI Peng, LI Long, GAN An-sheng, et al. Thermal effect research of end-pumped rectangle Nd:GdVO<sub>4</sub> crystals [J]. *Chinese Journal of Lasers* (中国激光), 2005, 32(7): 923-928. (in Chinese)
- [6] LIU Jun-hai, DU Chen-lin, WANG Zheng-ping, et al. Diode-pumped Q-switched Nd:YVO<sub>4</sub>/KTP green laser formed with a flat-flat resonator [J]. *Optics & Laser Technology*, 2001, 33(3): 177-180.
- [7] LIU Jun-hai, SHAO Zong-shu, ZHANG Huai-jin, et al. Diode-laser-array end-pumped intracavity frequency-doubled 3.6 W CW Nd:YVO<sub>4</sub>/KTP green laser [J]. *Opt Comm*, 2000, 173(1-6): 311-314.
- [8] Innocenzi M E, Yura H T, Frucher C L, et al. Thermal modelling of continuous-wave end-pumped solid state lasers [J]. *Appl Phys Lett*, 1990, 56(19): 1831-1833.
- [9] 王补宣. 工程传热传质学, 上册 [M]. 北京: 科学出版社, 1982. 35-37.
- [10] PENG Xiao-yuan, Asundi Anand, CHEN Yi-hong, et al. Study of the mechanical properties of Nd:YVO<sub>4</sub> crystal by use of laser interferometry and finite-element analysis [J]. *Applied Optics*, 2001, 40(9): 1396-1403.

## 作者简介:

史 彭 (1956—), 男, 教授, 主要从事高功率激光器的热分析研究。