平面偏振光的声光衍射特性

孙 宗 建*

摘 要

平面偏振光的声光衍射特性与非偏振光的声光衍射特性是不同的，即使在各向同性的声光材料中也是如此。由于两个光弹常数 P_{11} 与 P_{12} 的差异，使得在其中传播的纵波与横波，表现出不同的声光衍射特性。本文就衍射光的强度及偏振方向与入射的平面偏振光偏振方向之间的关系，作了分析与实验。选用了 P_{11} 与 P_{12} 差异较大的熔石英材料与差异较小的 ZF_6 玻璃，分别作了实验。实验结果与分析是相符合的。

平面偏振光的声光衍射特性与非偏振光的声光衍射特性是不同的，即使在各向同性的声光材料中也是如此。但是，国内外一些文献中往往忽视了这一问题[1]，把对特定偏振方向的平面偏振光适用的光弹常数及由它算得的声光优值，直接用于非偏振光的场合，这显然是错误的。实际上，光学各向同性的声光材料，在受到机械应力时，会出现应力双折射现象，就是说，对于偏振面垂直于应力方向的平面偏振光与偏振面平行于应力方向的平面偏振光，具有不同的折射率。在无应力情况下，光学各向同性材料的折射率椭球是一圆球：

$$\frac{x^2}{n^2}+\frac{y^2}{n^2}+\frac{z^2}{n^2}=1 \qquad (1)$$

当受到应力作用时，在材料内部产生应变，从而改变了介质分子的电偶极矩，介质的分子密度也起了变化，因而改变了介质的极化率 χ，使它的折射率 $n(n=\sqrt{1+\chi})$ 发生变化。联系折射率变化与应变的关系式为：

$$\left[\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]=[P][S] \qquad (2)$$

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i=P_{ij}S_j \qquad (i、j=1，2，\cdots\cdots 6)$$

P 为光弹常数张量[2]，S 为应变列向量。

不论应变情况如何复杂，只要知道折射率椭球的变化，介质的光学性质便可确定。折射率椭球方程总可以用一般式表示如下：

$$\frac{x^2}{n_1^2}+\frac{y^2}{n_2^2}+\frac{z^2}{n_3^2}+\frac{2yz}{n_4^2}+\frac{2zx}{n_5^2}+\frac{2xy}{n_6^2}=1 \qquad (3)$$

下面从衍射光的强度与偏振方向两个方面来进行分析：

一、入射平面偏振光偏振方向与衍射光强度的关系

超声波的纵波与横波，在介质中分别产生主应变与切应变，它们对入射平面偏振光产生的声光衍射特性是不同的，将分别加以讨论。

本文于81年2月20日收到。

* 研究生。

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1. 各向同性介质中传播纵波

先考虑最简单的情况，纵波沿 x 轴方向传播，应变仅仅发生在沿 x 轴方向。此时，应变列向量除 S_1 外，均为零。产生的折射率变化为：

$$\left[\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)\right]=\begin{bmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{11} & P_{12} & 0 & 0 & 0 \\ P_{12} & P_{12} & P_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(P_{11}-P_{12}) \end{bmatrix}\begin{bmatrix} S_1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1=P_{11}S_1$，$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2=P_{12}S_1$，$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_3=P_{12}S_1$，$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_4=\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5=\Delta\left(\frac{1}{n_2}\right)_6=0$。下标 1，2，……6，分别对应折射率椭球方程中 n 的下标。

对于各向同性材料，$n_1=n_2=\cdots\cdots=n_6=n$，取不同下标是为了区别应变在各个不同方向上产生的折射率变化量，并将它们附加到各个不同的方向上去，因而设了下标。

对应的折射率椭球方程为：

$$\left(\frac{1}{n_1^2}+P_{11}S_1\right)x^2+\left(\frac{1}{n_2^2}+P_{12}S_1\right)y^2+\left(\frac{1}{n_3^2}+P_{12}S_1\right)z^2=1 \tag{5}$$

$$\because\quad \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_i=P_{ij}S_j,\qquad \therefore\quad \Delta n_i=-\frac{1}{2}n^3P_{ij}S_j \tag{6}$$

负号的意义是，应变为正，（伸长）折射率减小。

由（6）式得出，x 方向上折射率的变化为：

$$\Delta n_1=-\frac{1}{2}n^3P_{11}S_1 \tag{8}$$

y 方向与 z 方向上折射率的变化为：

$$\Delta n_2=\Delta n_3=-\frac{1}{2}n^3P_{12}S_1 \tag{8}$$

由于折射率 n 的绝对变化量，通常比 n 要小几个数量级，所以，上面式子中均以 n^3 代替 $(n-\Delta n_1)^3$、$(n-\Delta n_2)^3$、$(n-\Delta n_3)^3$。

声光器件中，纵波引起的应变 S，可根据所加的声功率 P_a，材料的密度 ρ 和纵波速度 V_l，以及换能器尺寸（高度 H 和长度 L）求得：

$$|S|=\sqrt{2P_a/Pv_l^3HL} \tag{9}$$

我们使用 $40MH_z$ 熔石英材料的声光 Q 开关进行试验，换能器尺寸为，$H=0.3cm$，$L=7.5cm$，对 $1.06\mu m$ 波长的红外光产生 35% 的偏转效率，所加的声功率 P_a 为 3.75 瓦，而熔石英材料的参数为 $\rho=2.2g/cm^3$，$v_l=5.57\times10^3m/s$，$n=1.46$（对不同波长的光略有变化），$P_{11}=0.12$，$P_{12}=0.27$。代入（9）式，（7）式与（8）式，可以算得：产生的应变为 $|S|=2.86\times10^{-5}$；平行于声波传播方向上产生的折射率变化量为 $|\Delta n_1|=5.4\times10^{-6}$；垂直于声波传播

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

方向上产生的折射率变化量为 $|\Delta n_2| = |\Delta n_3| = 1.2\times10^{-5}$。

从以上计算可知，$|\Delta n_1|$、$|\Delta n_2|$、$|\Delta n_3|$ 比 n 小 5、6 个数量级，可以忽略。但是，$|\Delta n_2|$、$|\Delta n_3|$ 与 $|\Delta n_1|$ 之比却不可忽略：

$$\frac{|\Delta n_2|}{|\Delta n_1|} = \frac{P_{12}}{P_{11}} = 2.25。$$

因而，沿 x 方向传播纵波时，产生的“光栅强度”参数 $v = k\cdot\Delta n\cdot L$，（$k$ 为介质中光波的波数）在 y 方向和 z 方向的大小是在 x 方向上的 2.25 倍。这样，对于沿 z 方向入射，偏振方向平行于 y 轴方向的平面偏振光，衍射效率将高于偏振方向平行于 x 轴方向的平面偏振光。当器件工作于布拉格衍射状态时，衍射效率[3]：

$$\eta = \sin^2(v/2) \tag{10}$$

当衍射效率较低时，也就是 v 较小时，

$$\eta \simeq \left(\frac{v}{2}\right)^2 \tag{11}$$

使用起偏器，使入射光的偏振方向分别平行于 x 轴方向与 y 轴方向，衍射效率将分别为 $\eta_x \simeq \left(\frac{1}{2}k\cdot\Delta n_1\cdot L\right)^2 = \left(\frac{1}{4}k\cdot n^3\cdot P_{11}\cdot S_1\cdot L\right)^2$，$\eta_y \simeq \left(\frac{1}{2}k\cdot\Delta n_2\cdot L\right)^2 = \left(\frac{1}{4}k\cdot n^3\cdot P_{12}\cdot S_1\cdot L\right)^2$。两者之比 $\frac{\eta_x}{\eta_x} = \left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right)^2$。在器件通光面中央附近二个位置上，沿 z 方向以 6328 Å 氦氖激光入射，用起偏器使偏振方向分别沿 y 轴与 x 轴方向，用测量放大器读得零级光与一级衍射光光强的相对值为：

位置 1：$I_{0y} = 2\times31\times10^3$；$I_{1y} = 2\times16\times10^3$；$I_{0x} = 2\times32\times10^3$；$I_{1x} = 2\times34\times10^2$。

位置 2：$I_{0y} = 2\times32\times10^3$；$I_{1y} = 2\times15\times10^3$；$I_{0x} = 2\times32\times10^3$；$I_{12} = 2\times26\times10^2$。

衍射效率平均值为 $\bar{\eta}_y = 49\%$，$\bar{\eta}_x = 7.8\%$。因而，$\left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right)^2 = 6.28$，$\left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right) = 2.5$。国外生产的熔石英材料，$P_{11} = 0.12$，$P_{12} = 0.27$，$\left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right) = 2.25$，声光优值 $M_1 = \frac{n^7P^2}{Pv} = 8.05\times10^{-7} cm^2\cdot s/g$；$M_2 = \frac{n^6P^2}{Pv^3} = 1.56\times10^{-3} s^3/g$；$M_3 = \frac{n^7P^2}{Pv^2} = 1.35\times10^{-12} cm\cdot s^2/g$[4]。其中的光弹常数 P 是用 P_{12} 代入算得的，并注明光的偏振方向与声波波矢量方向垂直的情况下测得的数据。然而，如前面提过的，部分文献中，不考虑入射光是否偏振光？偏振方向是否与声波波矢量垂直？这样，引用上述数据进行计算，必然产生大的误差。

根据以上的分析，对于非偏振光，熔石英的光弹常数 P，可以用同样的方法来测定。在上面的实验条件下，取去起偏器，调整器件方位，使满足布拉格衍射条件，测得衍射效率为 $\eta = \frac{2\times23\times10^3}{2\times67\times10^3} = 34\%$。由于 $\eta \propto P^2$，按 $P_{11} = 0.12$，算得 $P = 0.225$。由此可知，非偏振光入射时，衍射效率为偏振方向垂直于声波波矢量方向的平面偏振光入射时的 70%。在设计以非偏振光入射的器件时，相应的声光优值应为 $M_1 = 5.6\times10^{-7} cm^2\cdot S/g$；$M_2 = 1.08\times10^{-13} s^3/g$；$M_3 = 9.4\times10^{-12} cm\cdot s^2/g$。当入射光的偏振方向为任意方向

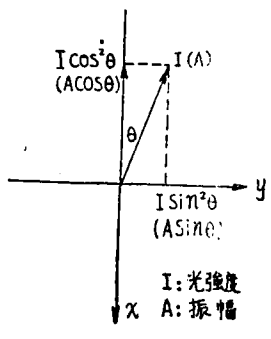


图 1 平面偏振光的分解

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

时，只需将它的光强度分解到与声波波矢量平行的 x 方向以及 y 方向即可，如图 1。这时：

$$\eta_{(\theta)} \propto (P_{11}^2 \cos^2\theta + P_{12}^2 \sin^2\theta) \tag{12}$$

将 $\eta_{(\theta)}$ 对 $\eta_{(90°)}$ 进行归一化，得到如下的计算值：

θ	15°	45°	60°	70°	80°	90°
$\eta_{(\theta)}/\eta_{(90°)}$	25%	60%	81%	90%	97%	100%

实验数据：

θ	0°	15°	45°	60°	70°	80°	90°
I_0	$2\times29\times10^3$	$2\times29\times10^3$	$2\times29\times10^3$	$2\times30\times10^3$	$2\times31\times10^3$	$2\times31.5\times10^3$	$2\times31\times10^3$
I_1	$2\times24\times10^2$	$2\times34\times10^2$	$2\times9.2\times10^3$	$2\times12\times10^3$	$2\times14.5\times10^3$	$2\times15.5\times10^3$	$2\times16\times10^3$
$\eta_{(\theta)}$（实验）	8.3%	11.7%	31.7%	40%	47%	49.5%	51.5%
$\eta_{(\theta)}$（理论）	9.9%	13.3%	31%	41.6%	46.3%	50%	51%

实验结果与理论计算值是符合的。

ZF_6 玻璃（相当于德 SF_4 玻璃）的 P_{11} 与 P_{12} 很接近，其数值为

$$P_{11}=2.32,\quad P_{12}=2.56,\quad \left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right)\simeq 1.1^{[6]}。$$

实验数据：

θ	0°	90°
I_0	$2\times67\times10^3$	$2\times67\times10^3$
I_1	$2\times51\times10^3$	$2\times56\times10^3$
$\eta_{(\theta)}$	76%	83.5%

根据实验数据算得

$$\left(\frac{P_{12}}{P_{11}}\right)=\sqrt{\frac{\eta_{(90°)}}{\eta_{(0°)}}}=1.05。$$

2. 各向同性材料中传播横波

假设横波的传播方向沿 x 轴，振动方向在 z 轴方向，在各向同性材料中，产生切应变 S_6。由 (2) 式求得：

$$\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_1=\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_2=\cdots\cdots=\Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_5=0,\quad \Delta\left(\frac{1}{n^2}\right)_6=\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})S_6。$$

这时，折射率椭球方程为：

$$\frac{x^2}{n^2}+\frac{y^2}{n^2}+\frac{z^2}{n^2}+(P_{11}-P_{12})S_6\,xy=1 \tag{13}$$

将 $Oxyz$ 坐标系绕 z 轴转过 45°，变换到 $OXYZ$ 坐标系，相应的折射率椭球方程为：

$$\left[\frac{1}{n^2}+\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})S_6\right]X^2+\left[\frac{1}{n^2}-\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})S_6\right]Y^2+\frac{1}{n^2}Z^2=1 \tag{14}$$

可见，该横波在 X 方向与 Y 方向上产生的折射率变化大小相同：

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\Delta n = \mp\frac{1}{4}n^3(P_{11}-P_{12})S_6$$

正、负号表示，沿 X、Y 方向产生的折射率增减情况相反。由于应变 S_6 是随时间而周期地变化，因而衍射光光强的时间平均效应是相同的。由此可知，在其它条件相同的情况下，入射光的偏振方向与衍射效率无关。偏振方向为任意方向的平面偏振光，只需分解到 X、Y 方向上来考虑。

$$\eta_{(\theta)} \propto \left[\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})\right]^2 \cos^2\theta + \left[\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})\right]^2 \sin^2\theta$$

$$\eta_{(\theta)} \propto \left[\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})\right]^2 \tag{15}$$

显然，上式对非偏振光也是适用的。

熔石英材料的实验数据为：

θ	0°	15°	45°	60°	−10°	−20°	−30°
I_0	$2\times30\times10^3$	$2\times30\times10^3$	$2\times29\times10^3$	$2\times30\times10^3$	$2\times29\times10^3$	$2\times31\times10^3$	$2\times31\times10^3$
I_1	$2\times48\times10$	$2\times47\times10$	$2\times50\times10$	$2\times46\times10$	$2\times46\times10$	$2\times47\times10$	$2\times50\times10$

ZF_6 玻璃的 P_{11} 与 P_{12} 之间相差很小，因而衍射光极弱，观察不到。

二、入射平面偏振光偏振方向与衍射光偏振方向的关系

衍射光的偏振方向与入射的平面偏振光的偏振方向间有着确定的关系，与材料、声波类型（纵、横波）亦有关。下面分别加以讨论。

1. 各向同性材料中传播纵波

假设纵波沿 x 方向传播，入射的平面偏振光沿 z 方向传播，其偏振方向在 Oxy 平面，与 x 轴负方向成 θ 角。如图 1，将入射光的振幅矢量 A 分解到两个坐标轴上，分别考虑它们的衍射作用。衍射光的偏振方向由它在两个坐标轴上的振幅分量的幅值比和相位关系来决定。从前面的分析中可知，在低衍射效率时，衍射光在 x 轴与 y 轴上的偏振幅值，分别正比于 $|AS_1P_{11}\cos\theta|$ 与 $|AS_1P_{12}\sin\theta|$。从折射率椭球方程 (5) 可知，x 轴与 y 轴上折射率变化量的符号相同。根据声光相互作用的基本原理，对于布拉格衍射，衍射光在 x 轴与 y 轴上偏振的相位关系与入射光的情况近似相同。衍射光的偏振方向为：

$$\mathrm{tg}\theta' = \frac{P_{12}\sin\theta}{P_{11}\cos\theta} = \frac{P_{12}}{P_{11}}\mathrm{tg}\,\theta \tag{16}$$

熔石英材料 P_{11} 与 P_{12} 相差较大，因而衍射光的偏振方向从入射光的偏振方向转过的角度较大；ZF_6 玻璃的 P_{11} 与 P_{12} 相差很小，因而衍射光的偏振方向改变很小。

2. 各向同性材料中传播横波

假设横波沿 x 方向传播，振动方向为 y 方向，产生切应变 S_6，从折射率椭球方程 (14) 可以看出，将 $Oxyz$ 坐标系逆时针转过 45° 变为 $OXYZ$ 坐标系，这样，衍射光在 X 轴上的偏振幅值正比于 $|A\cdot\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})S_6\cos\theta|$；在 Y 方向上的偏振幅值正比于 $|A\cdot\frac{1}{2}(P_{11}-P_{12})S_6\sin\theta|$，两者的相位关系与入射的平面偏振光在 X、Y 轴上两个分量间的相位关系近似相反，即在入射光情况下是同相，衍射光情况下变为反相，反之亦然。因而，衍射光的偏振方向为：

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

$$\mathrm{tg}\theta' = -\frac{\sin\theta}{\cos\theta} = -\mathrm{tg}\,\theta$$

$$\theta' = -\theta \qquad (17)$$

入射光的偏振方向与衍射光的偏振方向关于 X 轴对称。ZF_6 玻璃对横波的衍射作用极微弱，衍射光偏振方向的改变自然就无法观察。

下面的结果是用熔石英材料的 $40MH_z$ 声光 Q 开关测得的，入射光位置在图2的圆圈处。l_i 为入射纵波，l_r 为反射纵波，T_r 为反射横波。图3给出了入射光与衍射光的偏振方向。实验结果与理论分析是十分接近的。

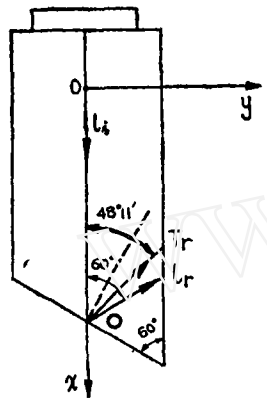


图 2　测试位置（O处）



图 3　入射光与衍射光的偏振方向

以上的分析是针对纵波或横波单独存在的情况。而本文的实验中，测试区域内存在着入射纵波、反射纵波与反射横波。这些波之间产生复杂的干涉现象，为什么可以不予考虑？而实验结果又为何与这些波单独存在时相同？原因是，声光效应中不只是考虑折射率的变化，而是首先要考虑光波矢量与声波矢量间的耦合。纵、横波的不同方向，使光波沿各个不同的方向偏转；纵、横波的不同速度，使光波以不同的偏转角度偏转。例如，在 x 方向与 y 方向同时传播两束超声纵波，分别产生应变 S_1 与 S_2。从折射率椭球方程来看，在 x 或 y 方向上折射率的变化应为两者的分别作用之和，但由于声波与光波波矢量间的耦合关系，S_1 只能使光波沿 x 方向偏转；S_2 只能使光波沿 y 方向偏转，因而在 x 与 y 方向上的偏转效率分别地决定于 S_1 与 S_2，而不是两者之和。因此，尽管它们同时存在，只要在低衍射效率下（总偏转效率<60%），它们是互不干涉的，只是各自从零级光中分去的分数大小不同。在测定一种波产生的衍射光光强时，为减小这方面的误差，往往可以调整器件的方位，使其它波产生的衍射光最弱。

结　　论

由于各向同性材料光弹常数 P_{11} 与 P_{12} 的差异，使得在其中传播纵波时，衍射光的强度

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

与偏振方向，随着入射平面偏振光的偏振方向的不同而有规律地变化；传播横波时，衍射光的强度不随入射光偏振方向而变，衍射光的偏振方向与入射光的偏振方向，对于从声波矢量方向逆时针转过45°的方向是对称的。

上述结论可用于说明声光器件中出现的某些尚未被解释的异常衍射现象。例如，作者曾用于解释熔石英声光 Q 开关中，斜端面上反射声波引起的附加声光衍射现象，将另文发表。

本文得到魏墨盦教授的指导、审阅，上海激光所三室声光、电光组提供实验条件，在此一并表示感谢！

参 考 文 献

[1] Robert Mauro. "The design consideration for a-o Q-switch" AD 712977.

[2] J. Sapriel. "Acousto-Optics" 1979. copyright p111.

[3] W. R. Klein and Bill. D. Cook. "Unified approach to ultrasonic light diffraction" IEEE SU-14, 1967 p123～134.

[4] Naoya Uchida and Nobukazu Niizeki. "Acoustooptic deflection materials and techniques" PIEEE. vl. 61. 1973. p1073.

[5] R. W. Dixon. "Photoelastic properties of selected materials and their relevance for applications to acoustic light modulators and scanners" J. Appl. Phys. vl. 38 December 1967. p5149～5153.

The characteristics of acousto-optic diffraction for plane-polarized light

Sun Zongjian

Abstract

The characteristics of acousto-optic diffraction for plane-polarized light differ from that for non-polarized light, even in isotropic materials. The difference between two elastooptic constants P_{11} and P_{12} of an isotropic material makes that the characteristics of a-o diffraction for acoustic longitudinal and transverse waves transmitted in it are dfferent. in this paper, the analysis and experiments for the relation between the polarized direction of incident light and the intensity, the polarized direction of diffracted light are presented. Fused silica which has larger difference between P_{11} and P_{12} and glass ZF_6 which has smaller difference between P_{11} and P_{12} are tested. The results from experiments are in accordance with the analysis.

© 1994-2007 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net