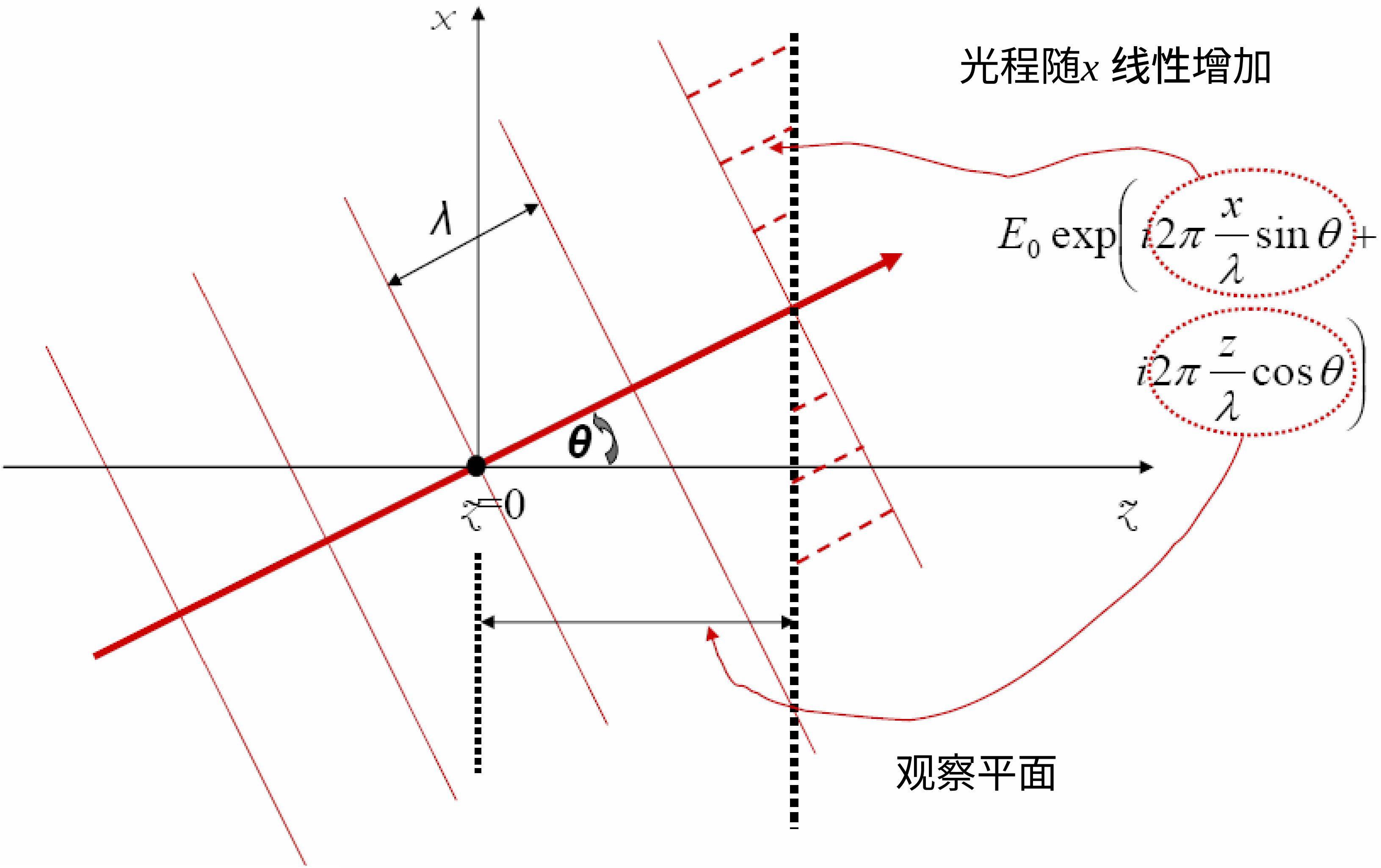
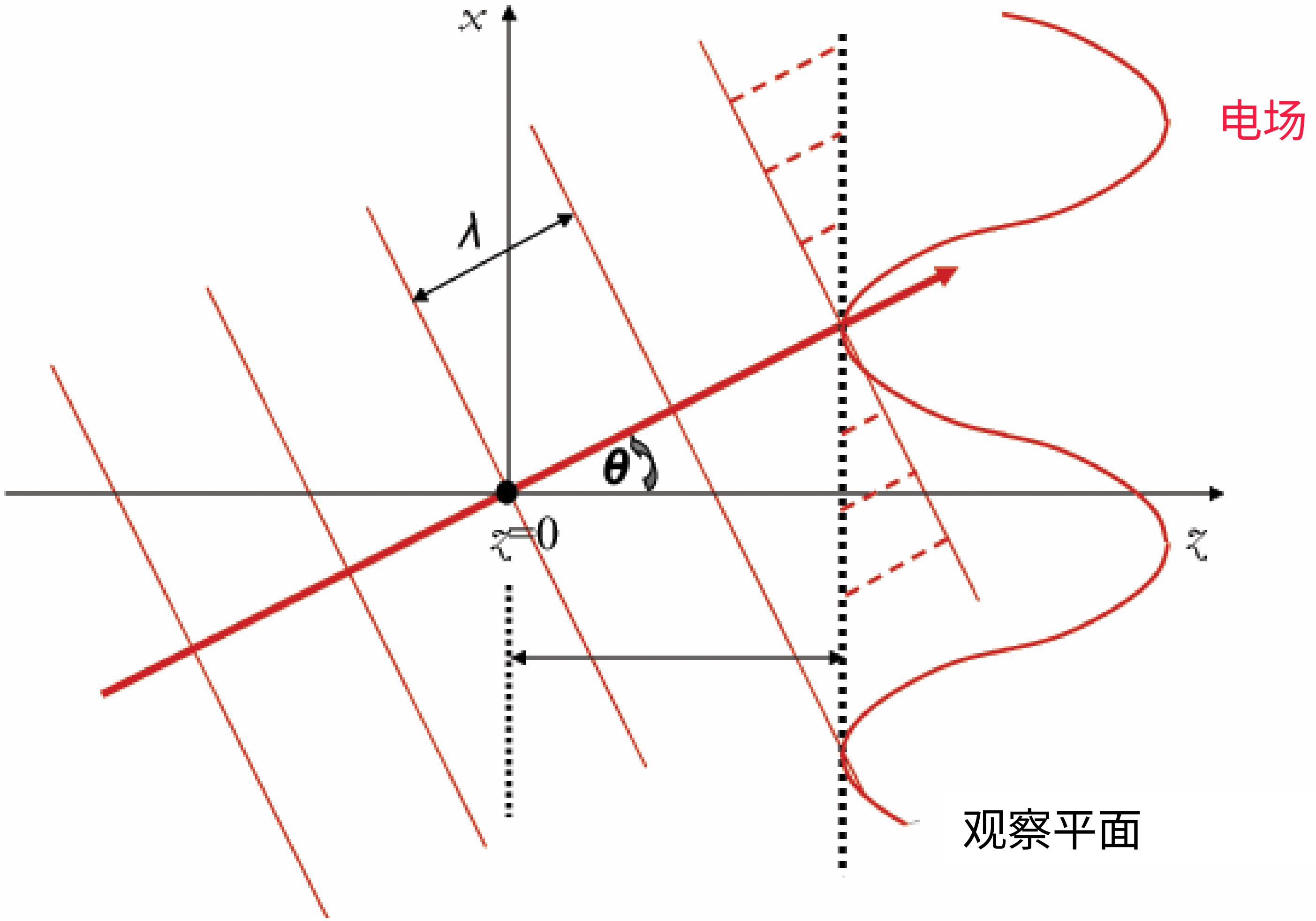
空 间 频 域

复习：平面波传播

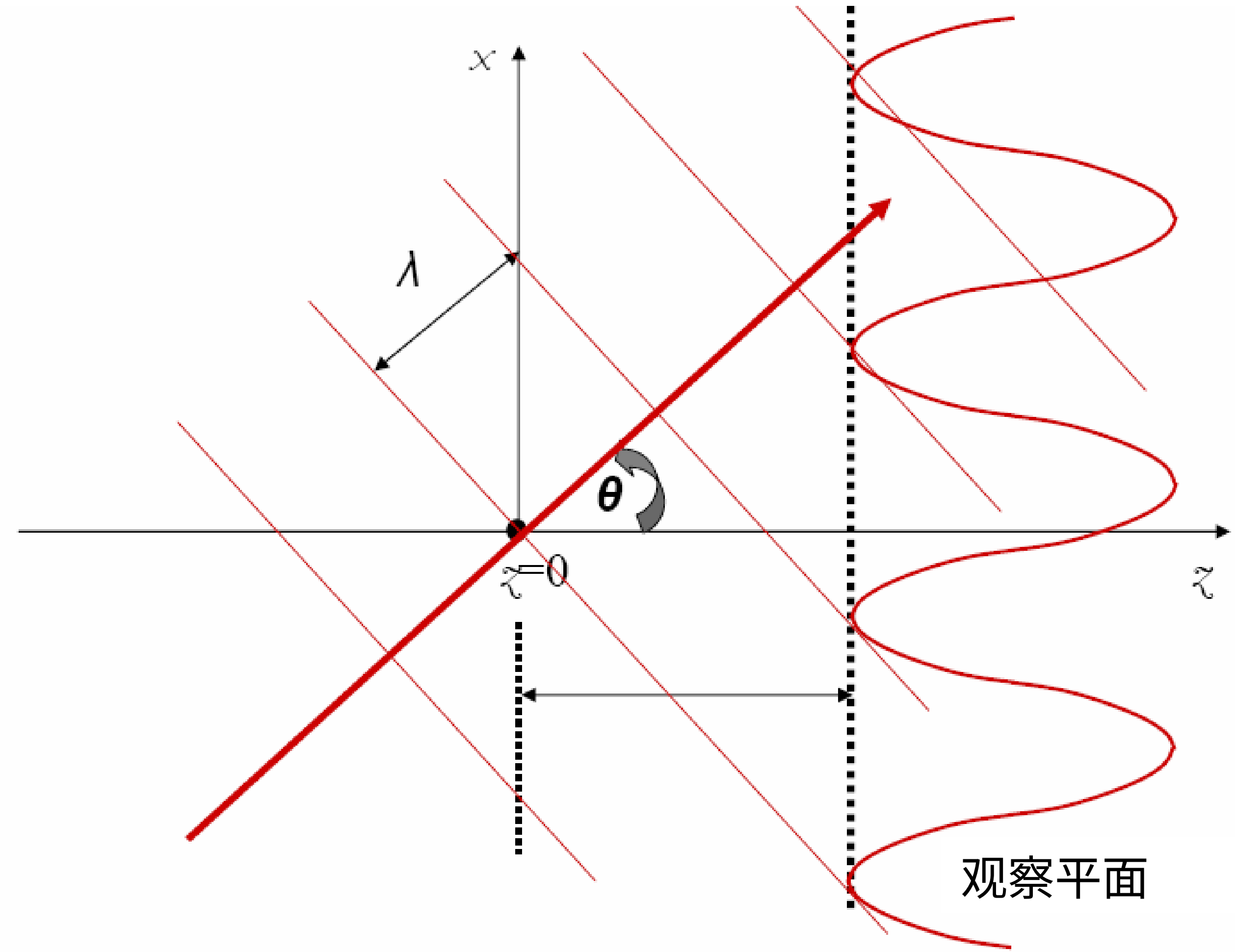


x
光程随x 线性增加
λ
θ
z=0
z
$E_0 \exp\left(i2\pi \frac{x}{\lambda} \sin\theta + i2\pi \frac{z}{\lambda} \cos\theta \right)$
观察平面

空间频率 ⇔ 传播角？



空间频率 ⇔ 传播角?



空间频率 ⇔ 传播角?

光场沿光轴方向的横截面为正弦波：

$$E_0 \exp\left(i2\pi \frac{\sin\theta}{\lambda} x + \phi_0 \right)$$

即：

$$E_0 \exp(i2\pi\, u\, x + \phi_0)$$

其中 $u \equiv \dfrac{\sin\theta}{\lambda}$

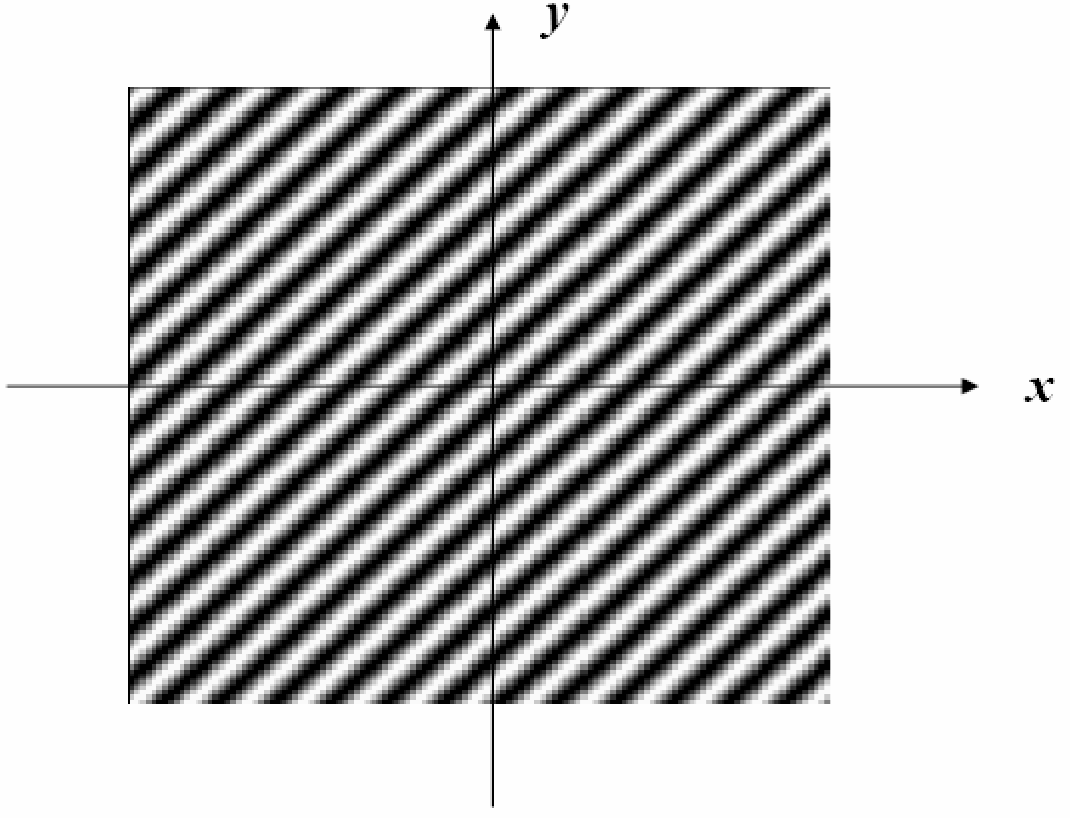
称为 空间频率

二维正弦函数

$$E_0 \cos\left[2\pi(ux+vy)\right]$$

相应的相位复矢量

$$\left(E_0 \exp\left[i2\pi(ux+vy)\right] \right)$$

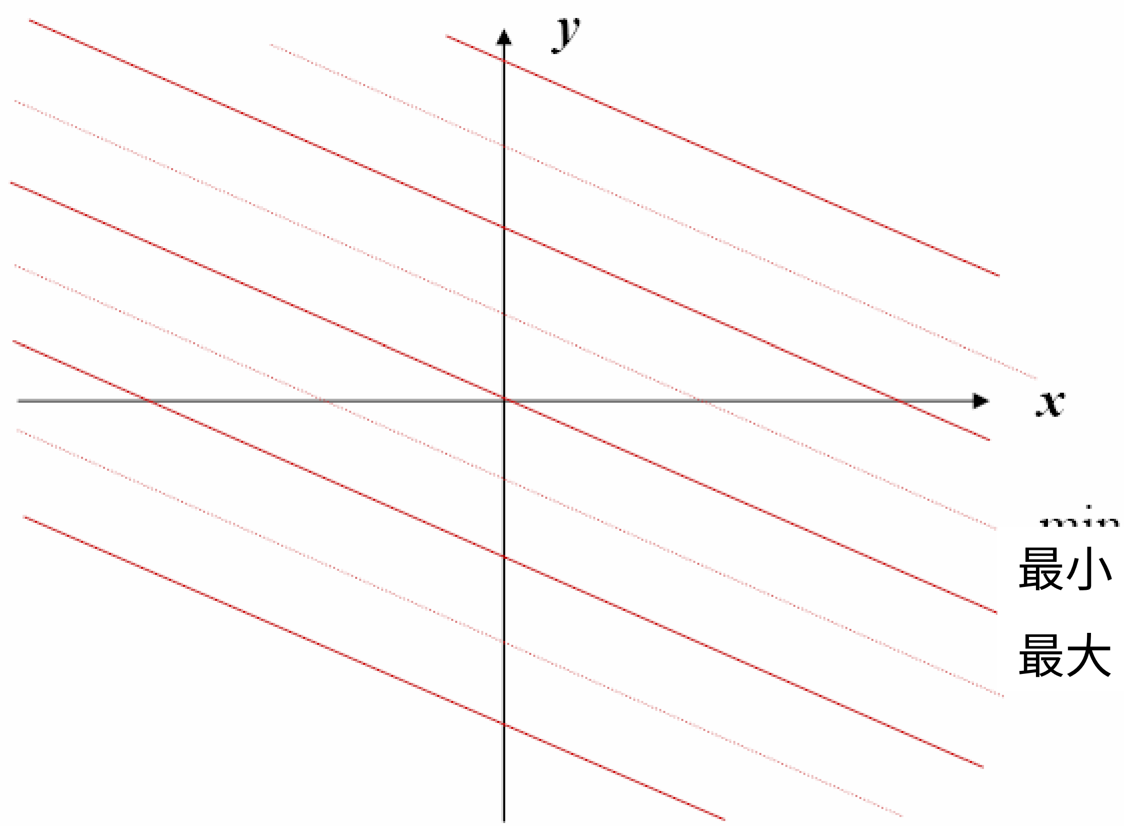


二维正弦函数

$$E_0 \cos[2\pi(ux + vy)]$$

相应的相位复矢量

$$E_0 \exp[i2\pi(ux + vy)]$$

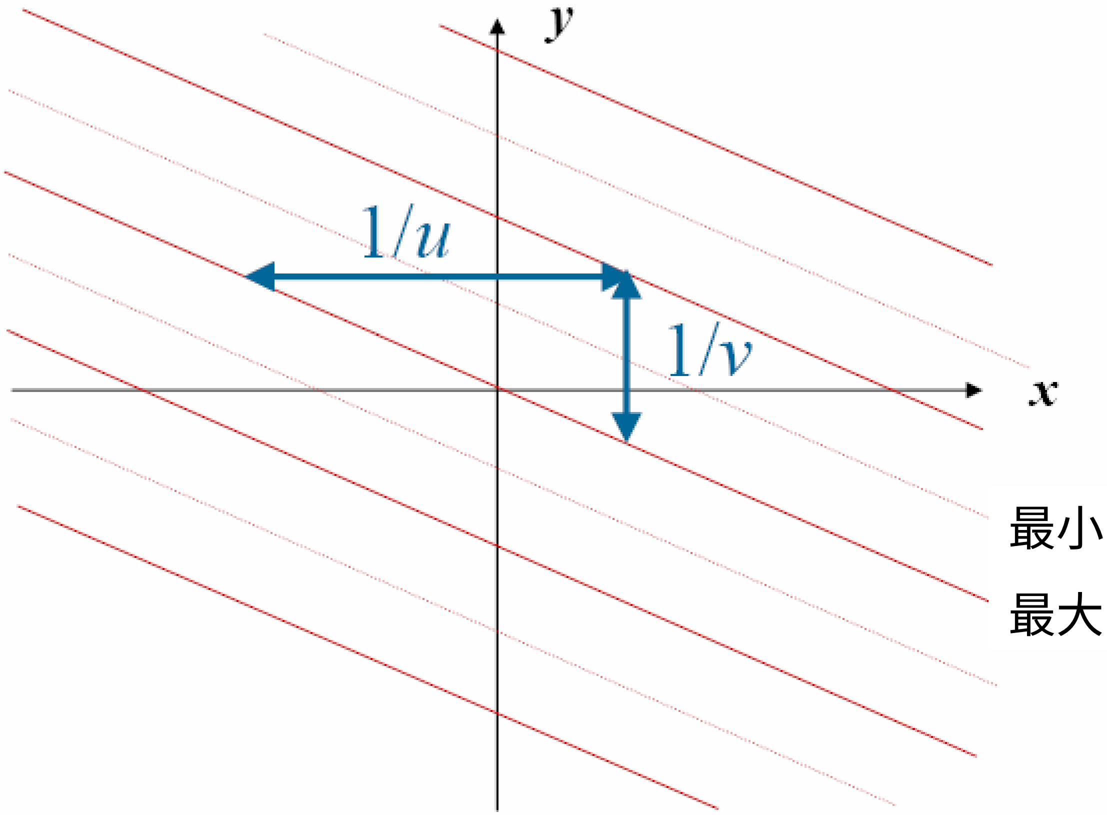


二维正弦函数

$$E_0 \cos[2\pi(ux+vy)]$$

相应的相位复矢量

$$E_0 \exp[i2\pi(ux+vy)]$$



二维正弦函数

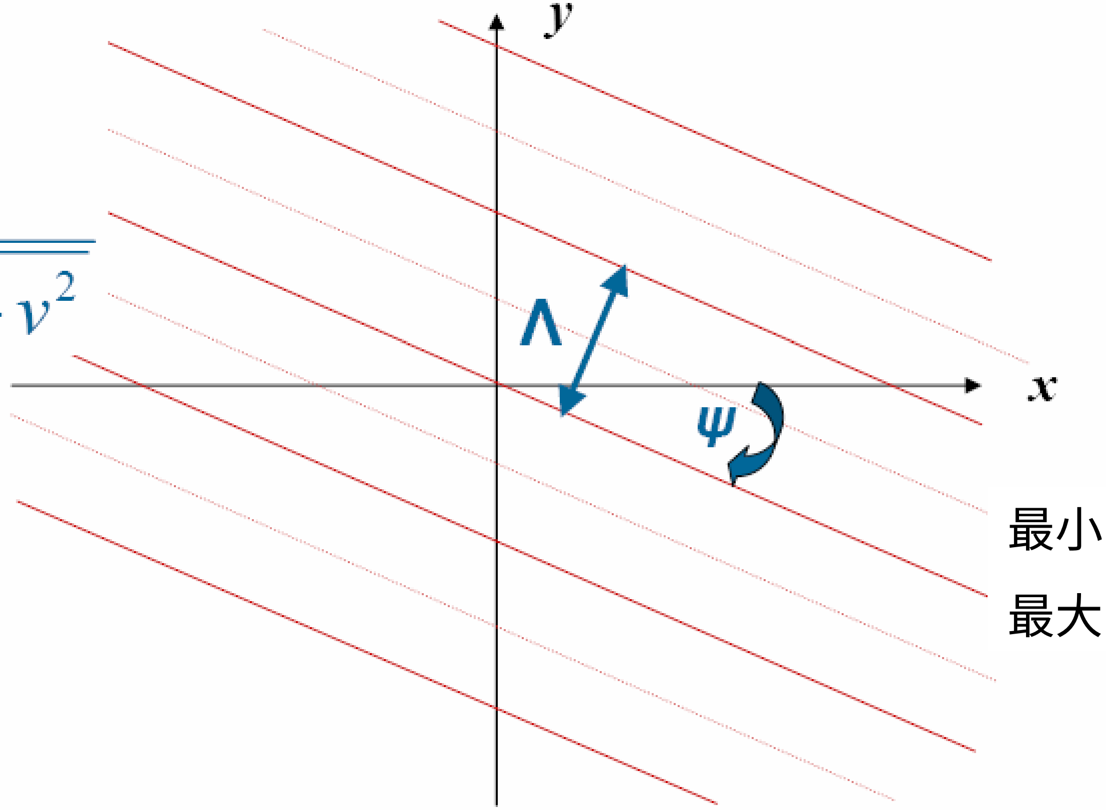
$$E_0 \cos[2\pi(ux+vy)]$$

相应的相位复矢量

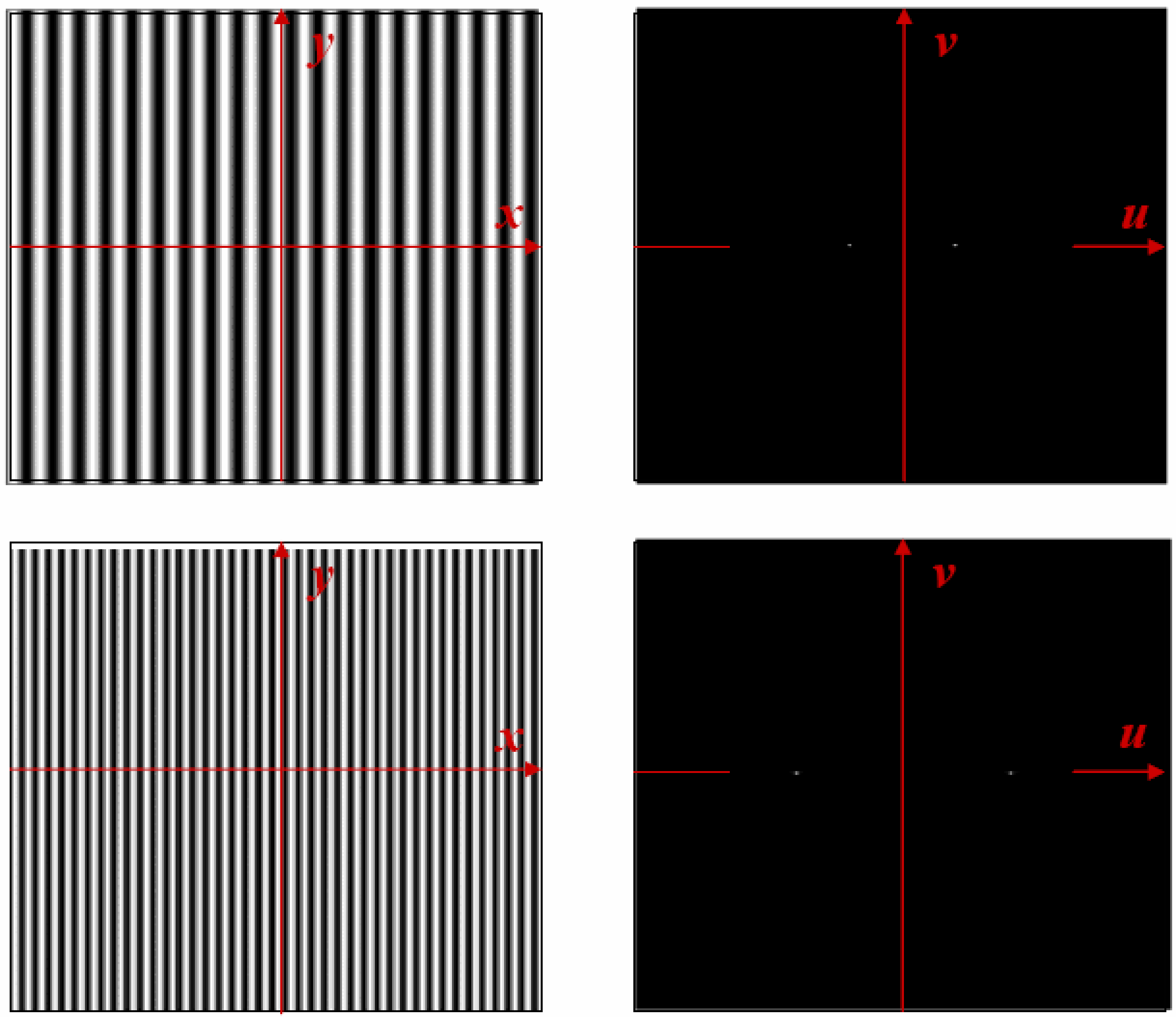
$$E_0 \exp[i2\pi(ux+vy)]$$

$$\tan\psi = \frac{u}{v}$$

$$\Lambda = \frac{1}{\sqrt{u^2+v^2}}$$



周期结构光栅/1：垂直的

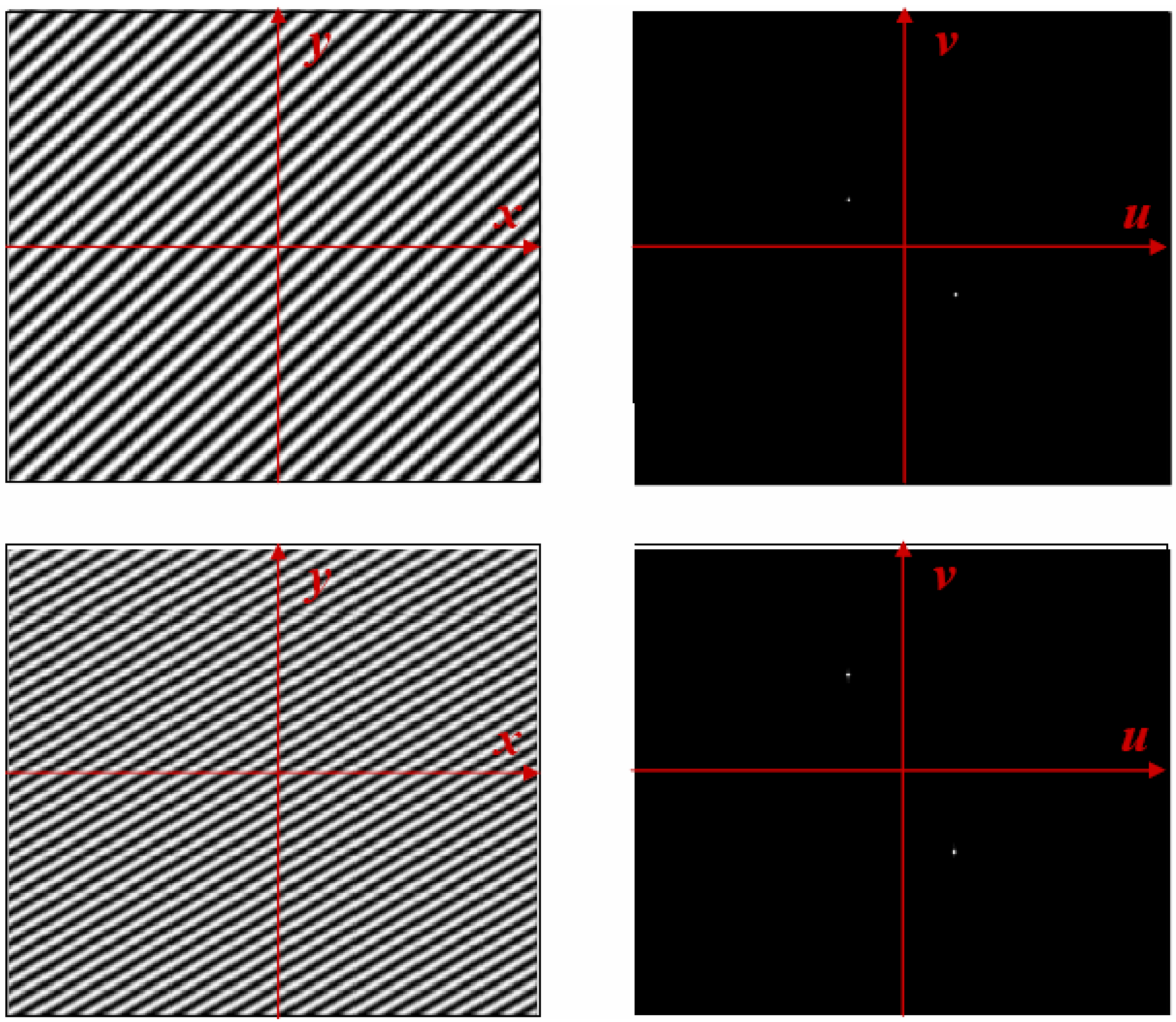


空域

频域
（傅里叶域）

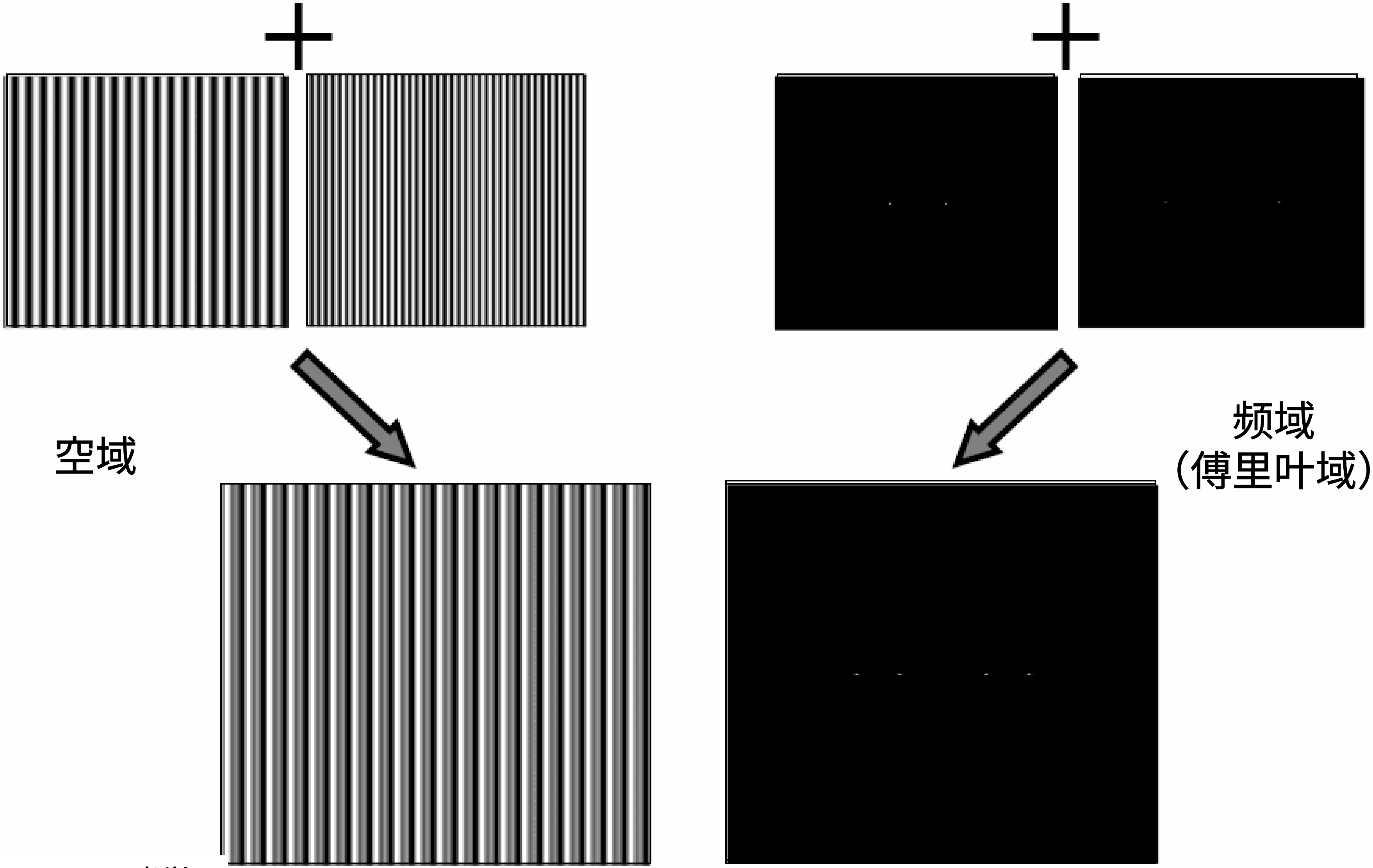
周期结构光栅/1：倾斜的

空域

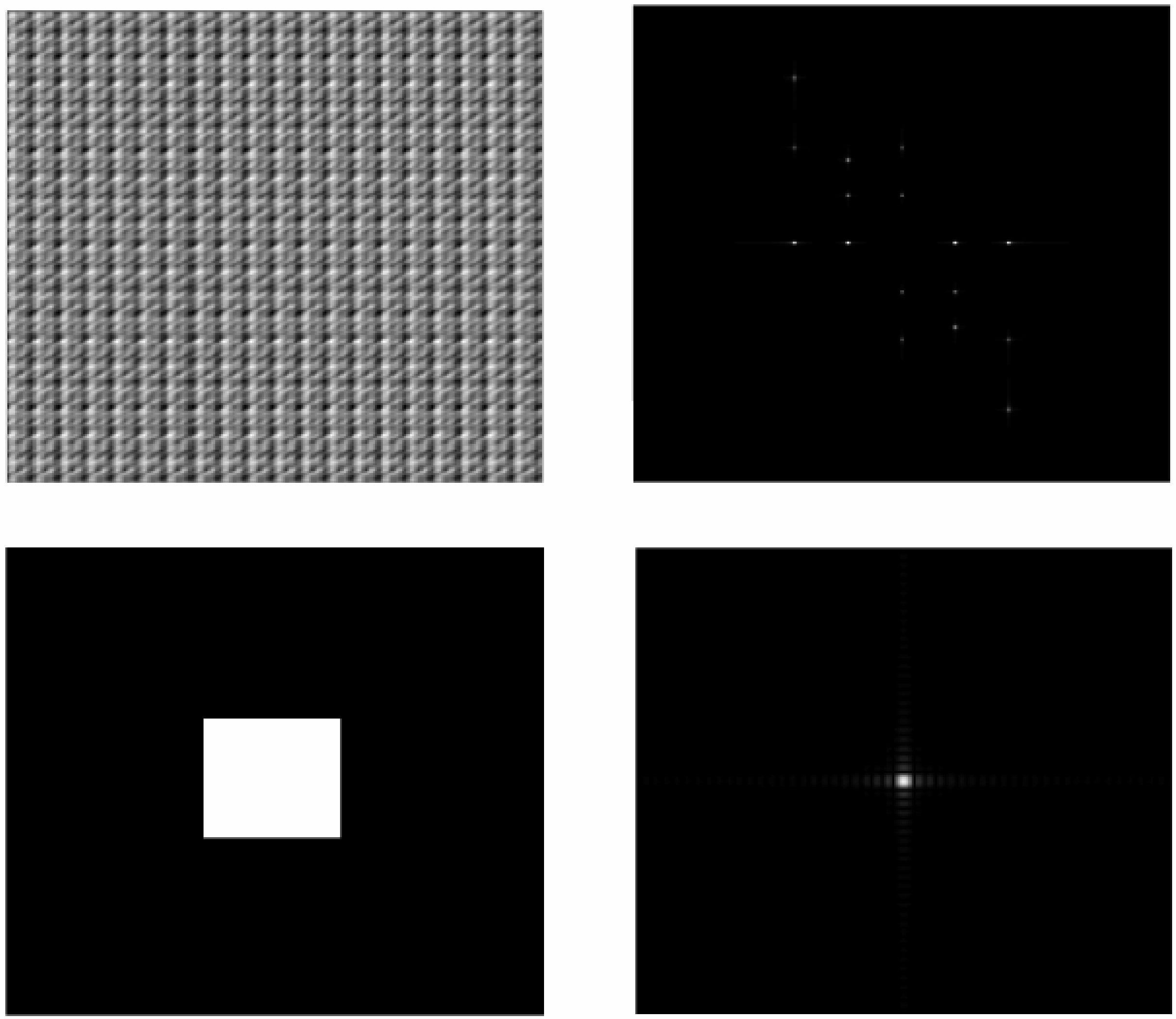


频域
（傅里叶域）

叠加：多个光栅



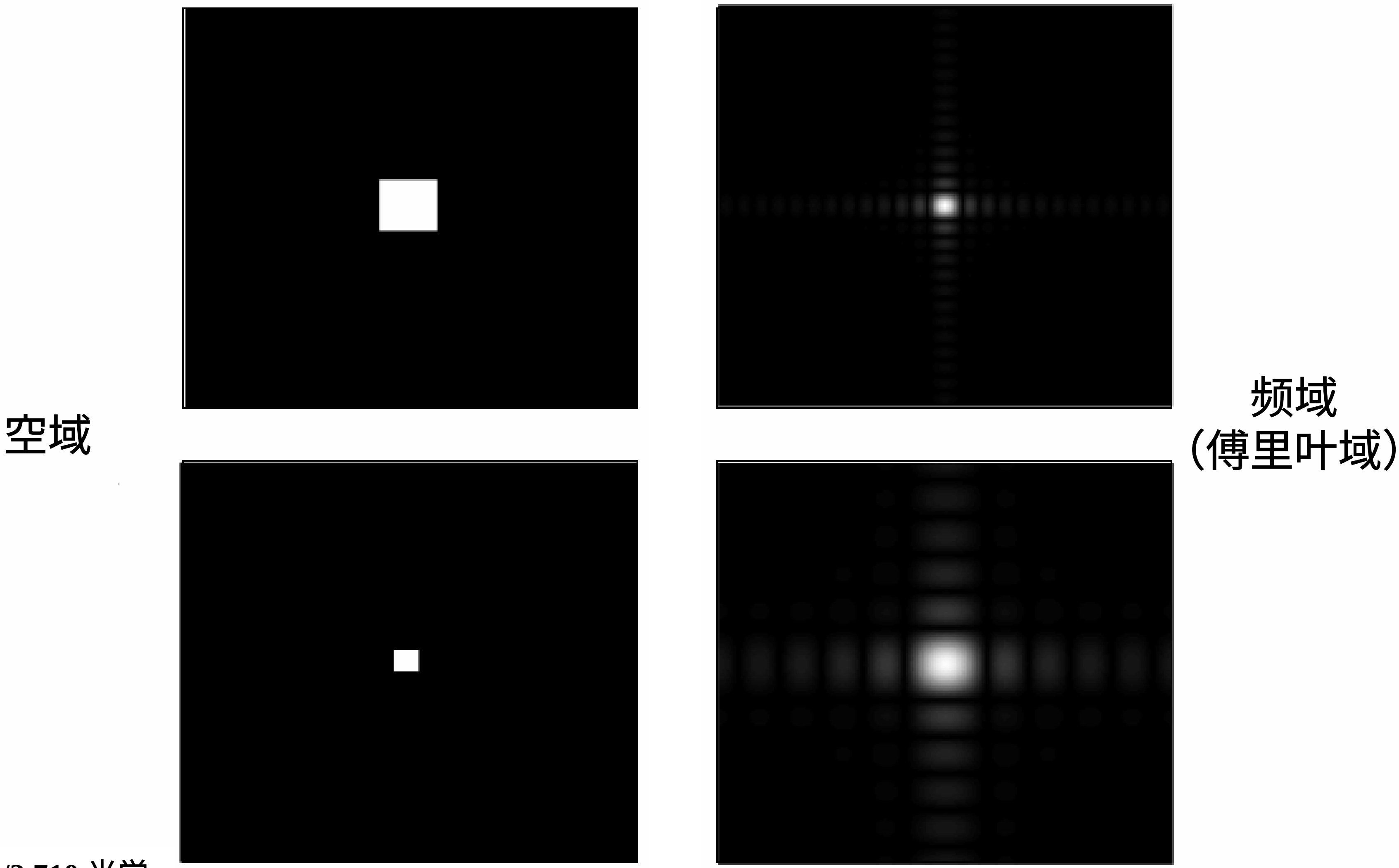
更多的叠加



空域

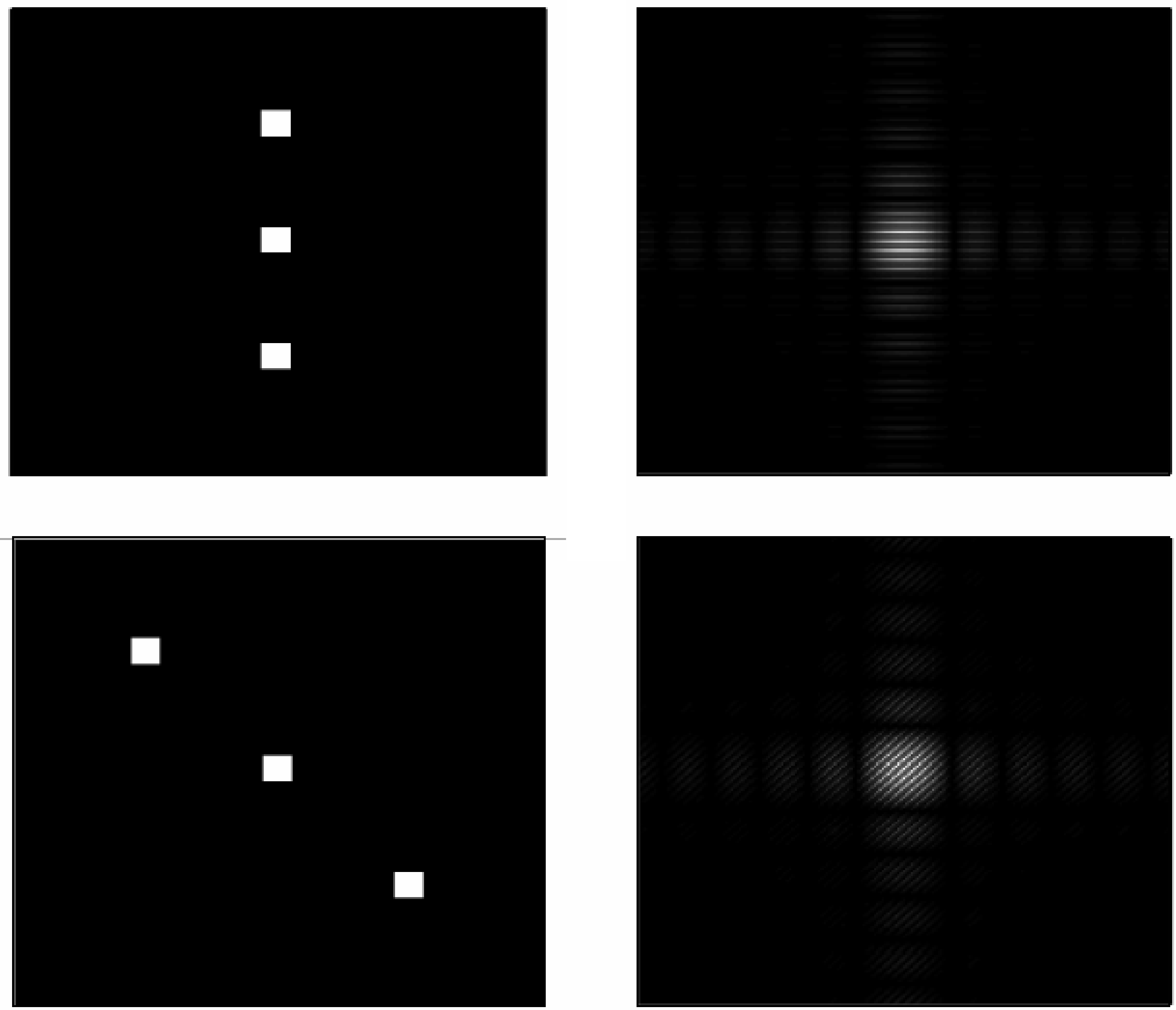
频域
(傅里叶域)

物大小与频率成分



平移物的叠加

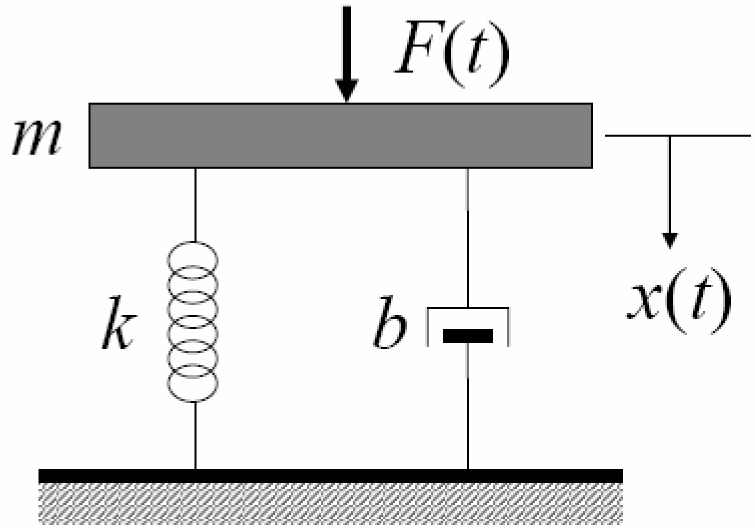
空域



频域
（傅里叶域）

时域中的线性平移不变系统

线性平移不变系统

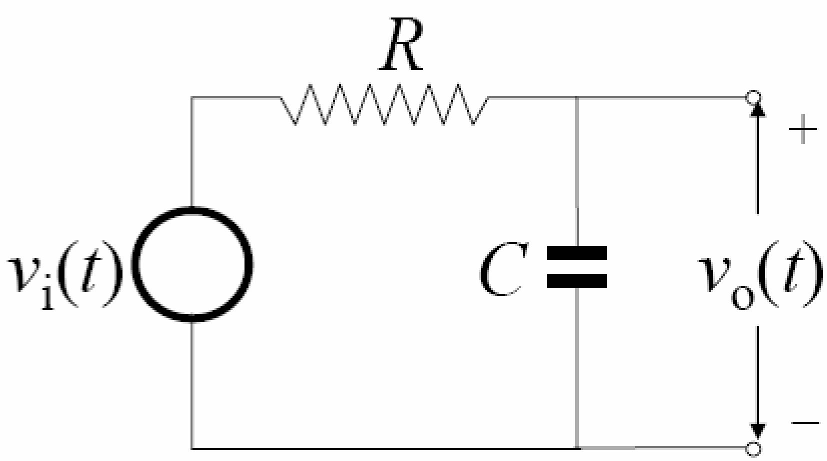


$$m\ddot{x}+b\dot{x}+kx=F(t)$$

$$H(\omega)=\frac{1}{-\omega^2 m-i\omega b+k}$$

$$|H(\omega)|^2=\frac{1}{m^2}\frac{1}{(\omega^2-\omega_r^2)^2+4\zeta^2\omega_r^2\omega^2}$$

$$\omega_r=\sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \zeta=\frac{b}{2\sqrt{km}}$$



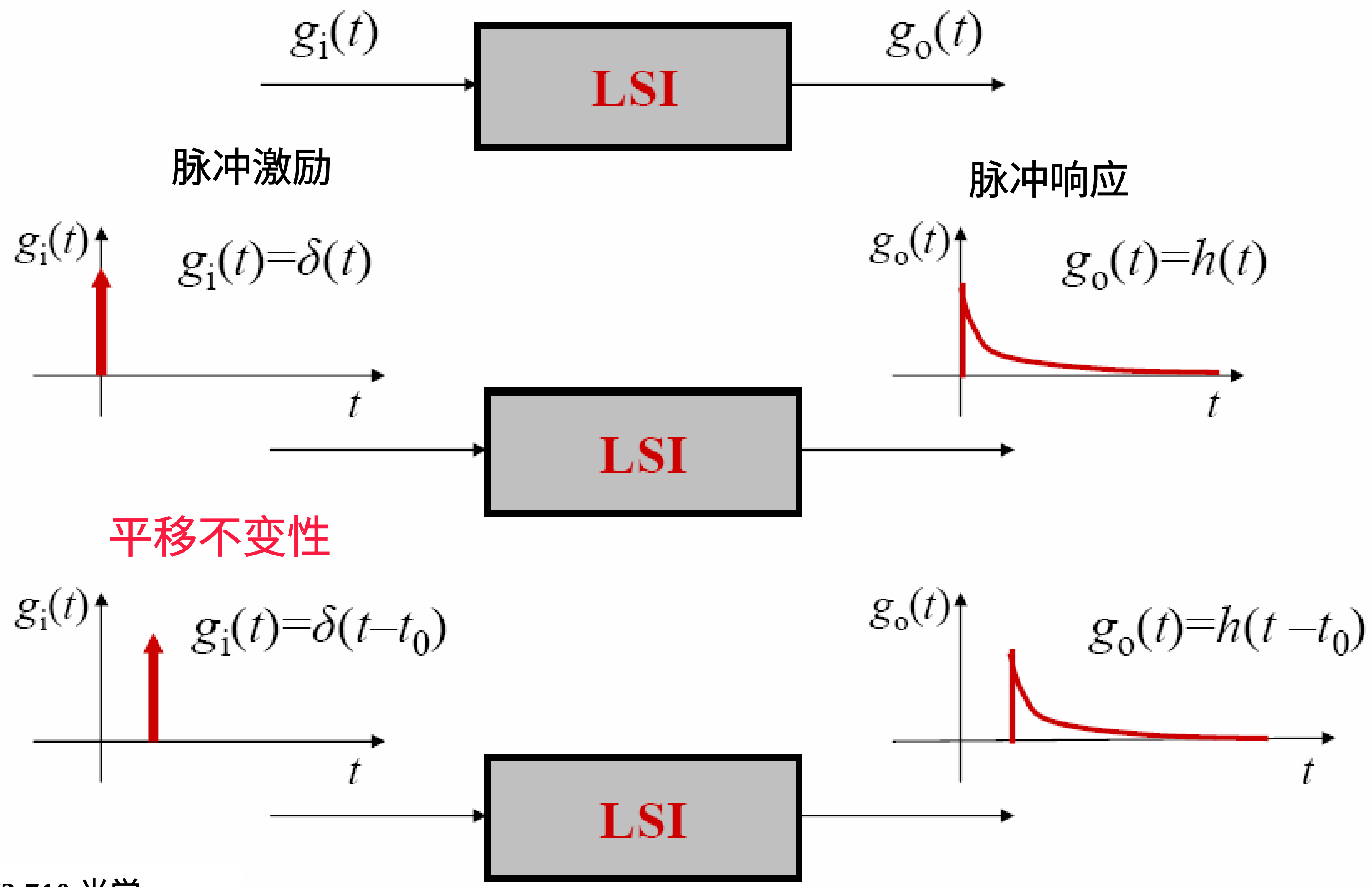
$$RC\dot{v}_o+v_o=v_i(t)$$

$$H(\omega)=\frac{1}{-i\omega\tau+1}$$

$$|H(\omega)|^2=\frac{1}{(\omega\tau)^2+1}$$

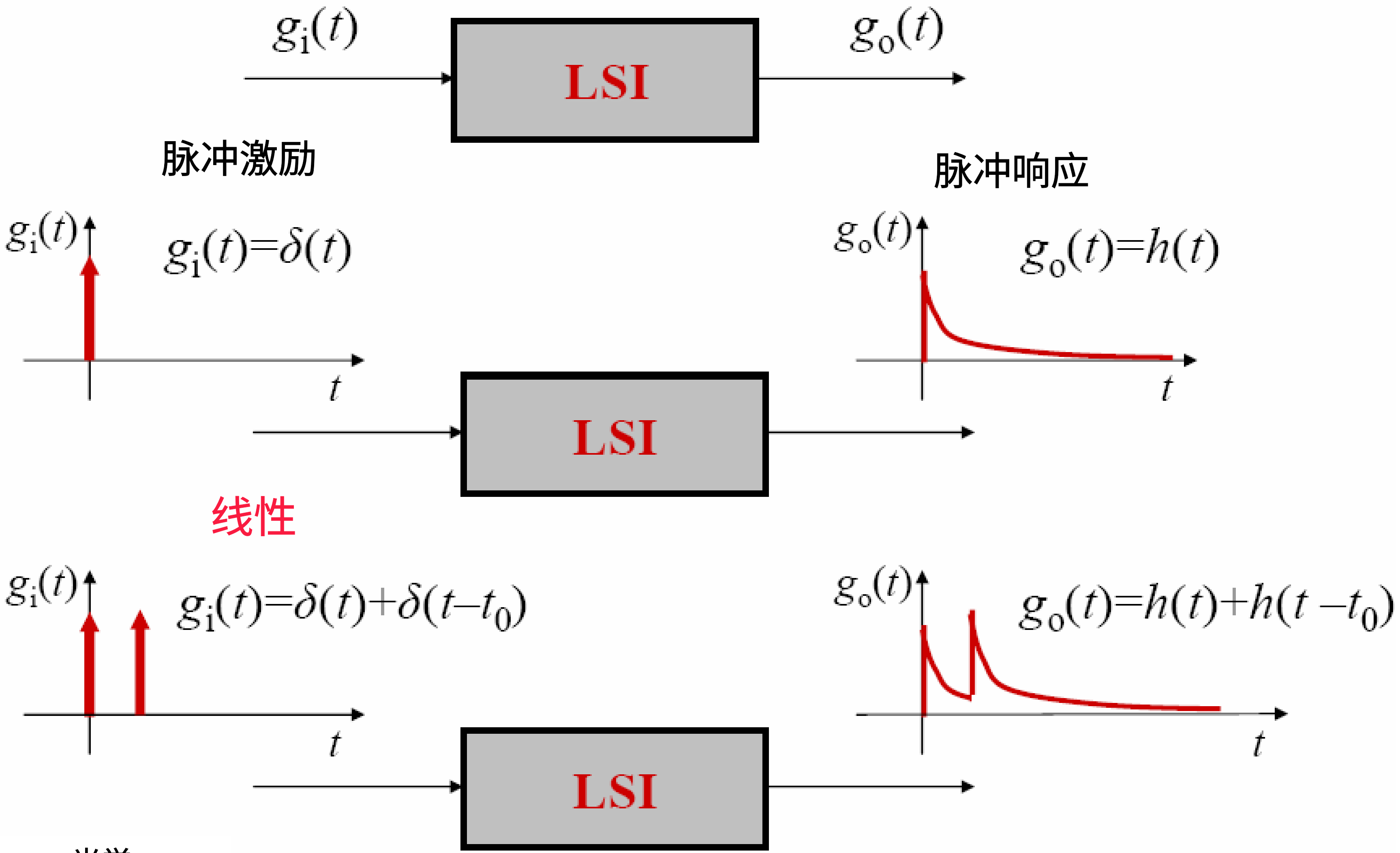
$$\tau=RC$$

线性平移不变系统



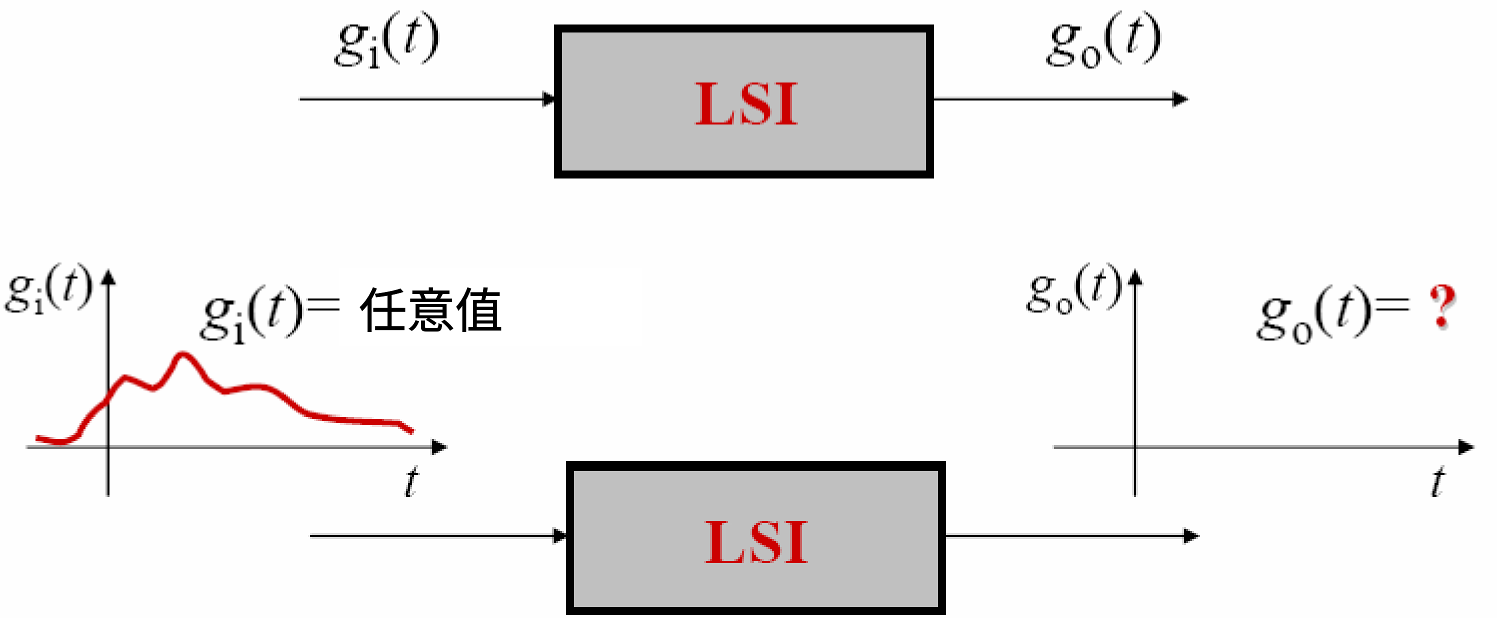
$g_i(t)$
LSI
$g_o(t)$
脉冲激励
脉冲响应
$g_i(t)$
$g_i(t)=\delta(t)$
t
$g_o(t)$
$g_o(t)=h(t)$
t
LSI
平移不变性
$g_i(t)$
$g_i(t)=\delta(t-t_0)$
t
$g_o(t)$
$g_o(t)=h(t-t_0)$
t
LSI

线性平移不变系统



gi(t)
LSI
go(t)
脉冲激励
脉冲响应
gi(t)
gi(t)=δ(t)
t
LSI
go(t)
go(t)=h(t)
t
线性
gi(t)
gi(t)=δ(t)+δ(t–t0)
t
go(t)
go(t)=h(t)+h(t –t0)
t
LSI

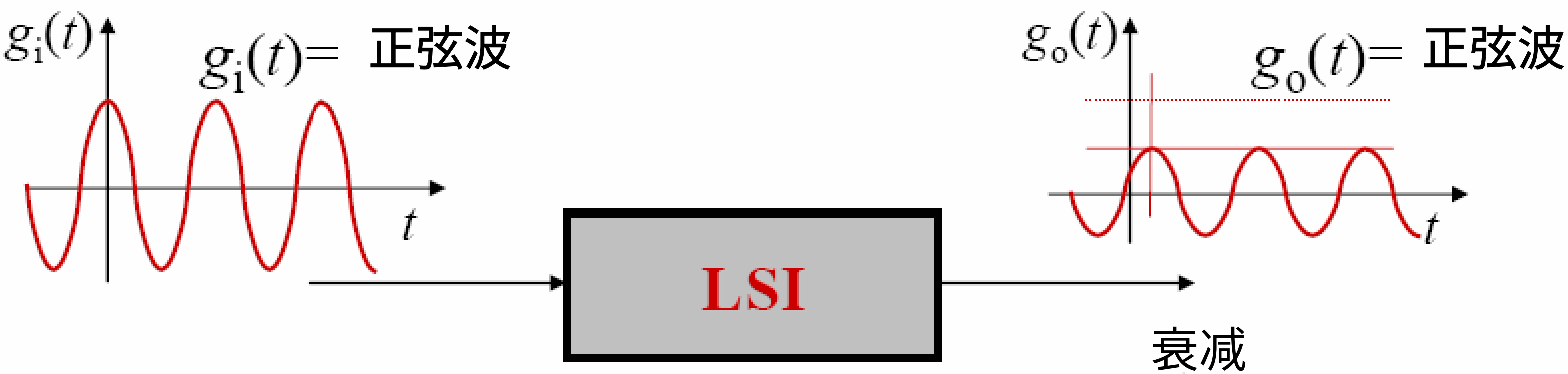
线性平移不变系统



$$g_i(t)=\int g_i(t_0)\,\delta(t-t_0)\,\mathrm{d}t_0 \quad \Rightarrow \quad g_o(t)=\int g_i(t_0)\,h(t-t_0)\,\mathrm{d}t_0$$

δ 函数的平移特性 卷积积分

线性平移不变系统



衰减

相位延迟

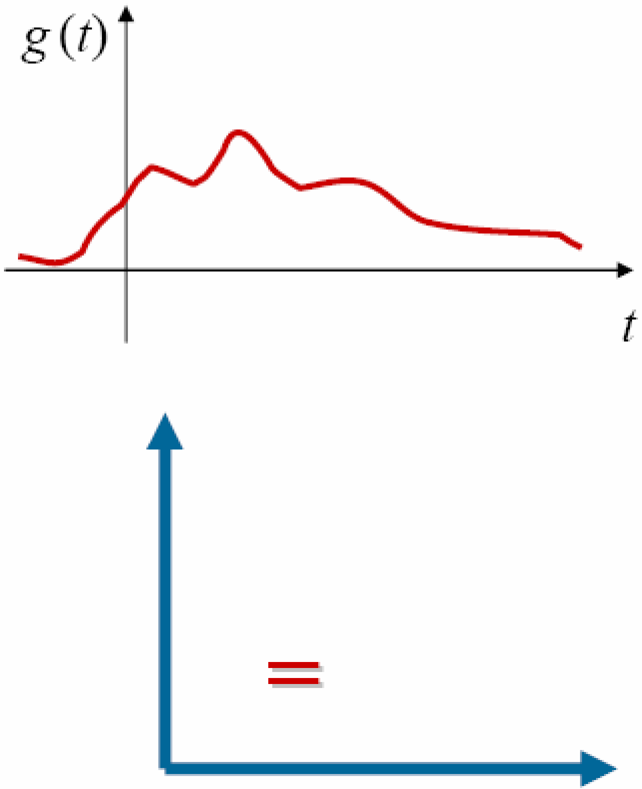
$$g_{\mathrm{i}}(t) = a_0 \cos(\omega_0 t) \Rightarrow g_{\mathrm{o}}(t) = a_0 \left|H(\omega_0)\right| \cos\left(\omega_0 t - \phi(\omega_0)\right)$$

$$\text{where} \quad H(\omega) = \left|H(\omega)\right| \exp\left[i\phi(\omega)\right]$$

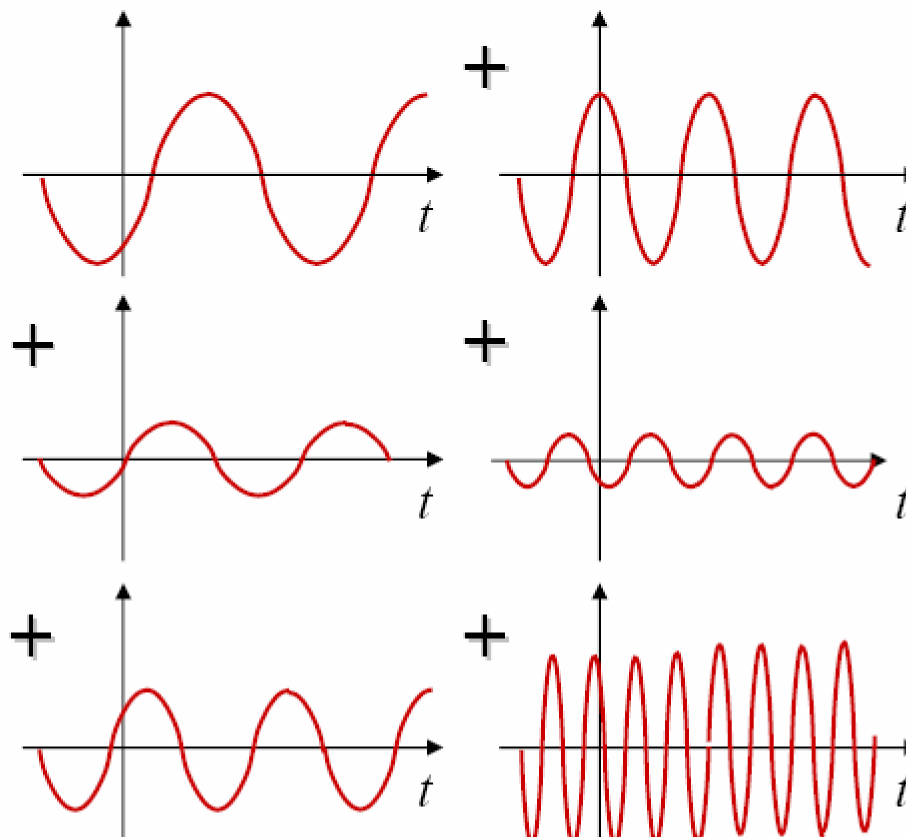
相同频率

传递函数

从时域到频域：傅里叶分析



能否用正弦波的叠加来表述任意函数***g*(*t*)**



傅里叶积分

（即逆傅里叶变换）

$$g(t) = \int G(\nu)\ e^{+i2\pi\nu t}\ d\nu$$

叠加

复权重

正弦波

表示叠加的正弦波的
相对振幅

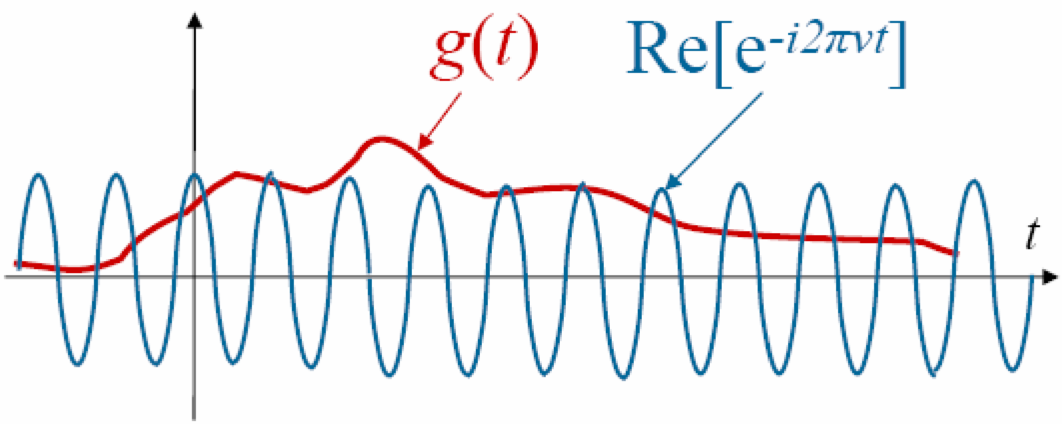
（强度和相位）

傅里叶变换

复权重系数 $G(\nu)$，
即$g(t)$的傅里叶变换
由以下积分计算

$$G(\nu) = \int g(t)\, e^{-i2\pi\nu t}\, dt$$

$\mathrm{Re}[G(\nu)] = \int$



dt

傅里叶变换对

$$g(t)=\delta(t) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=1$$

$$g(t)=\exp(i2\pi\nu_0 t) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=\delta(\nu-\nu_0)$$

$$g(t)=\cos(2\pi\nu_0 t) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=\frac{1}{2}\left[\delta(\nu+\nu_0)+\delta(\nu-\nu_0)\right]$$

$$g(t)=\sin(2\pi\nu_0 t) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=\frac{1}{2i}\left[-\delta(\nu+\nu_0)+\delta(\nu-\nu_0)\right]$$

$$g(t)=\mathrm{rect}\left(\frac{t}{T}\right) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=T\,\mathrm{sinc}(T\nu)$$

$$g(t)=\exp\left(-\frac{t^2}{2T^2}\right) \quad \leftrightarrow \quad G(\nu)=T\exp\left(-2T^2\nu^2\right)$$

二维傅里叶变换对

由于版权原因，图像被删除。

（出自Goodman，*Introduction to Fourier Optics*，P14）