

第一章 习题及答案

1、已知真空中的光速 $c=3 \times 10^8 \text{m/s}$ ，求光在水 ($n=1.333$)、冕牌玻璃 ($n=1.51$)、火石玻璃 ($n=1.65$)、加拿大树胶 ($n=1.526$)、金刚石 ($n=2.417$) 等介质中的光速。

解：

$$n = \frac{c}{v} \Rightarrow v = \frac{3 \times 10^8}{n}$$

则当光在水中， $n=1.333$ 时， $v=2.25 \times 10^8 \text{m/s}$ ，

当光在冕牌玻璃中， $n=1.51$ 时， $v=1.99 \times 10^8 \text{m/s}$ ，

当光在火石玻璃中， $n=1.65$ 时， $v=1.82 \times 10^8 \text{m/s}$ ，

当光在加拿大树胶中， $n=1.526$ 时， $v=1.97 \times 10^8 \text{m/s}$ ，

当光在金刚石中， $n=2.417$ 时， $v=1.24 \times 10^8 \text{m/s}$ 。

2、一物体经针孔相机在屏上成一 60mm 大小的像，若将屏拉远 50mm，则像的大小变为 70mm，求屏到针孔的初始距离。

解：在同种均匀介质空间中光线直线传播，如果选定经过节点的光线则方向不变，令屏到针孔的初始距离为 x ，则可以根据三角形相似得出：

$$\frac{60}{70} = \frac{x}{x+50}$$

所以 $x=300\text{mm}$

即屏到针孔的初始距离为 300mm。

3、一厚度为 200mm 的平行平板玻璃（设 $n=1.5$ ），下面放一直径为 1mm 的金属片。若在玻璃板上盖一圆形纸片，要求在玻璃板上方任何方向上都看不到该金属片，问纸片最小直径应为多少？

解：令纸片最小半径为 x ，

则根据全反射原理，光束由玻璃射向空气中时满足入射角度大于或等于全反射临界角时均会发生全反射，而这里正是由于这个原因导致在玻璃板上方看不到金属片。而全反射临界角求取方法为：

$$\sin I_m = \frac{n_2}{n_1} \quad (1)$$

其中 $n_2=1$, $n_1=1.5$,

同时根据几何关系, 利用平板厚度和纸片以及金属片的半径得到全反射临界角的计算方法为:

$$\operatorname{tg} I_m = \frac{x - 1/2}{200} \quad (2)$$

联立 (1) 式和 (2) 式可以求出纸片最小直径 $x=179.385\text{mm}$, 所以纸片最小直径为 358.77mm 。

4、光纤芯的折射率为 n_1 、包层的折射率为 n_2 , 光纤所在介质的折射率为 n_0 , 求光纤的数值孔径 (即 $n_0 \sin I_1$, 其中 I_1 为光在光纤内能以全反射方式传播时在入射端面的最大入射角)。

解: 位于光纤入射端面, 满足由空气入射到光纤芯中, 应用折射定律则有:

$$n_0 \sin I_1 = n_2 \sin I_2 \quad (1)$$

而当光束由光纤芯入射到包层的时候满足全反射, 使得光束可以在光纤内传播, 则有:

$$\sin(90^\circ - I_2) = \frac{n_2}{n_1} \quad (2)$$

由 (1) 式和 (2) 式联立得到 n_0 。

5、一束平行细光束入射到一半径 $r=30\text{mm}$ 、折射率 $n=1.5$ 的玻璃球上, 求其会聚点的位置。如果在凸面镀反射膜, 其会聚点应在何处? 如果在凹面镀反射膜, 则反射光束在玻璃中的会聚点又在何处? 反射光束经前表面折射后, 会聚点又在何处? 说明各会聚点的虚实。

解: 该题可以应用单个折射面的高斯公式来解决,

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

设凸面为第一面，凹面为第二面。

(1) 首先考虑光束射入玻璃球第一面时的状态，使用高斯公式：

$$\text{由 } \frac{n_1'}{l_1'} - \frac{n_1}{l_1} = \frac{n_1' - n_1}{r_1}, \quad n_1' = 1.5, \quad r_1 = 30, \quad n_1 = 1, \quad l_1 = \infty$$

$$\text{得到: } l_1' = 90\text{mm}$$

对于第二面， $d = 60\text{mm}$ ， $l_2 = l_1' - d = 90 - 60 = 30\text{mm}$

$$\text{由 } \frac{n_2'}{l_2'} - \frac{n_2}{l_2} = \frac{n_2' - n_2}{r_2}, \quad n_2 = 1, \quad n_2' = 1.5, \quad r_2 = -30, \quad l_2 = 30$$

$$\text{得到: } l_2' = 15\text{mm}$$

会聚点位于第二面后 15mm 处。

(2) 将第一面镀膜，就相当于凸面镜

像位于第一面的右侧，只是延长线的交点，因此是虚像。

还可以用 β 正负判断：

$$\beta = \frac{nl'}{n'l} = -\frac{15}{-\infty} > 0, \text{ 实物成虚像。}$$

(3) 光线经过第一面折射： $l' = 90\text{mm}$ ， $l_2 = 30$ ，第二面镀膜，则：

$$\frac{1}{l_2'} + \frac{1}{l_2} = \frac{2}{r_2}, \quad l_2 = 30, \quad r_2 = -30$$

得到：

$$l_2' = -10\text{mm}$$

像位于第二面前 10mm 处。

$$\beta = \frac{l_2'}{l_2} = \frac{1}{3} > 0 \quad \text{与物虚实相反，对于第二面，物虚，所以为实像。}$$

(4) 在经过第一面折射:

$$l_3 = 60 - 10 = 50\text{mm}, \quad n_3 = 1.5, \quad n_3' = 1, \quad r = 30, \quad \frac{n_3'}{l_3'} - \frac{n_3}{l_3} = \frac{n_3' - n_3}{r_3}$$

$$\text{得到: } l_3' = 75\text{mm}$$

最后像位于第一面后 75mm,

$$\beta = \frac{n_3 l_3'}{n_3} = \frac{1.5 \times 75}{50} > 0,$$

物像相反为虚像。

6、一直径为 400mm, 折射率为 1.5 的玻璃球中有两个小气泡, 一个位于球心, 另一个位于 $1/2$ 半径处。沿两气泡连线方向在球两边观察, 问看到的气泡在何处? 如果在水中观察, 看到的气泡又在何处?

解: 设一个气泡在中心处, 另一个在第二面和中心之间。

(1) 从第一面向第二面看

$$\text{中心气泡: } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\frac{1}{l'} - \frac{1.5}{-200} = \frac{1 - 1.5}{-200} \quad \text{得到: } l' = -200$$

$$1/2 \text{ 半径处气泡: } \frac{1}{l'} - \frac{1.5}{-300} = \frac{1 - 1.5}{-200} \quad \text{得到: } l' = -400$$

(2) 从第二面向第一面看

$$1/2 \text{ 半径处气泡: } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}, \quad n = 1, \quad r = 200, \quad n = 1.5, \quad l = 100$$

$$\text{得到: } l' = 80$$

(3) 在水中

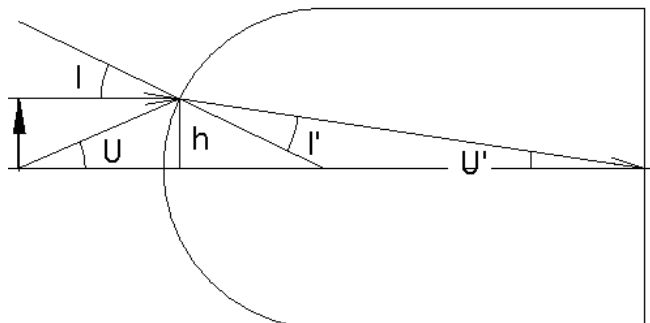
$$\text{中心气泡对第一面成像: } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}, \quad n' = \frac{4}{3}, \quad r = 200, \quad n = 1.5, \quad l = 100$$

$$\text{得到: } l' = 94$$

$$1/2 \text{ 半径处气泡对第二面成像: } \frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}, \quad n' = \frac{4}{3}, \quad r = 200, \quad n = 1.5,$$

$$l = -200 \quad \text{得到: } l' = -200$$

7、有一平凸透镜 $r_1=100\text{mm}$, $r_2=\infty$, $d=300\text{mm}$, $n=1.5$, 当物体在 $-\infty$ 时, 求高斯像的位置 l' 。在第二面上刻一十字丝, 问其通过球面的共轭像在何处? 当入射高度 $h=10\text{mm}$, 实际光线的像方截距为多少? 与高斯像面的距离为多少?



解:

对于平面, $l = 0$ 得到 $l' = 0$, 即像为其本身。

即焦面处发出的光经第一面成像于无穷远处, 为平行光出射。

(3) 当入射高度为 10mm 时:

$$\sin I = \frac{h}{r}$$

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \quad \text{得到:} \quad L' = 299.398 \quad \Delta d = L' - l' = -0.7$$

$$U' = U + I - I'$$

$$L' = r \left(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'} \right)$$

8、一球面镜半径 $r=-100\text{mm}$, 求 $\beta=0$, -0.1 , -0.2 , -1 , 1 , 5 , 10 , ∞ 时的物距和像距。

解: (1)

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

$$\beta = \frac{l'}{l} = 0 \quad \text{得到} \quad \begin{matrix} l = \infty \\ l' = -50 \end{matrix}$$

$$r = -100$$

$$n = -n'$$

(2) 同理,

$$\beta = -0.1 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 450 \\ l' = -45 \end{array}$$

(3) 同理,

$$\beta = -0.2 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 200 \\ l' = -40 \end{array}$$

(4) 同理,

$$\beta = -1 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 100 \\ l' = -100 \end{array}$$

(5) 同理,

$$\beta = 1 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = -100 \\ l' = -100 \end{array}$$

(6) 同理,

$$\beta = 5 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 40 \\ l' = 200 \end{array}$$

(7) 同理,

$$\beta = 10 \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 45 \\ l' = 450 \end{array}$$

(8) 同理,

$$\beta = \infty \text{ 得到: } \begin{array}{l} l = 50 \\ l' = \infty \end{array}$$

9、一物体位于半径为 r 的凹面镜前什么位置时，可分别得到：放大 4 倍的实像，放大 4 倍的虚像、缩小 4 倍的实像和缩小 4 倍的虚像？

解：（1）放大 4 倍的实像

$$\beta = 4$$

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r}, \quad \beta = -\frac{l'}{l} \quad \text{得到:} \quad \begin{aligned} l &= \frac{5}{8}r \\ l' &= -\frac{5}{2}r \end{aligned}$$

（2）放大四倍虚像

$$\beta = 4$$

$$\text{同理, 得到:} \quad \begin{aligned} l &= \frac{3}{8}r \\ l' &= -\frac{3}{2}r \end{aligned}$$

（3）缩小四倍实像

$$\beta = -\frac{1}{4}$$

$$\text{同理, 得到:} \quad \begin{aligned} l &= \frac{5}{2}r \\ l' &= \frac{5}{8}r \end{aligned}$$

（4）缩小四倍虚像

$$\beta = \frac{1}{4}$$

$$\text{同理, 得到:} \quad \begin{aligned} l &= -\frac{3}{2}r \\ l' &= \frac{3}{8}r \end{aligned}$$