

第五章 光学成像系统的频率特性(二)

- 1、成像系统分析
- 2、衍射受限相干成像系统的频率响应
- 3、衍射受限的非相干成像系统的频率响应
- 4、像差对于成像系统传递函数的影响
- 5、相干与非相干成像系统的比较
- 6、光学链及其应用
- 7、传递函数测试仪

3、衍射受限的非相干成像系统的频率响应

- 3.1、非相干照明时的物像关系式
- 3.2、光强的空间频谱
- 3.3、光学传递函数的定义及物理意义
- 3.4、OTF与CTF的联系
- 3.5、衍射限制系统的OTF
- 3.6、衍射限制系统OTF计算和运用的例子
- 3.7、非相干线响应和直边响应函数

3.1、非相干照明时的物像关系式

非相干照明时的物像关系式

$$I_i(x_i, y_i) = k \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) h_i(x_i - \tilde{x}_0, y_i - \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0 \quad \text{线性系统}$$

光强脉冲响应

$$h_i(x_i, y_i) = \left| \tilde{h}(x_i, y_i) \right|^2$$

$$h_i(x_i, y_i) = \left| \mathfrak{F}\{P(\xi, \eta)\} \right|^2 \quad f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}$$

物理意义：点源作为输入的基元物，它将在像面上产生以几何光学理想像点为中心的像斑，物体上所有点源产生的像斑按强度叠加的结果就给出像面的强度分布

3.2、光强的空间频谱

$$A_g(f_x, f_y) = \mathfrak{T}\left\{I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0)\right\} \quad \longleftarrow \text{输入光强频谱}$$

$$A_i(f_x, f_y) = \mathfrak{T}\{I_i(x_i, y_i)\} \quad \longleftarrow \text{输出光强频谱}$$

$$I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = \int \int_{-\infty}^{\infty} A_g(f_x, f_y) \exp\left[j2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0)\right] df_x df_y \quad \longleftrightarrow \text{光强频谱定义}$$

$$A_g(f_x, f_y) = A_g^*(-f_x, -f_y)$$

厄米型函数

$$A_g(f_x, f_y) = a(f_x, f_y) \exp[j\vartheta_g(f_x, f_y)]$$

证明见第1章, 1.66, 1.67, 1.68

$$I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = \int \int_0^{\infty} 2a(f_x, f_y) \cos\left[2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0) + \vartheta_g(f_x, f_y)\right] df_x df_y$$

物面光强分布可看作是不同的频率余弦光强的线性组合

3.2、光强的空间频谱

调制度或对比度为：

$$V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} \quad \text{对于} \quad I_g(\tilde{x}_0) = I_0 + a \cos 2\pi f \tilde{x}_0 \quad V = \frac{a}{I_0}$$

讨论：

- 1)当 $V=1$ 时，条纹最清楚，
- 2)当 $V \ll 1$ 时，背景光太强，条纹看起来不清楚
- 3)当 $f=0$ 时， $V=0$ ，像为背景光强

3.2、光强的空间频谱

从图像视觉来研究，我们比较关心的是各余弦分量的对比度，为此我们有归一化光强频谱

输入

$$\hat{A}_g(f_x, f_y) = \frac{A_g(f_x, f_y)}{A_g(0,0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) \exp[-j2\pi(f_x \tilde{x}_0 + f_y \tilde{y}_0)] d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) d\tilde{x}_0 d\tilde{y}_0}$$

零频分量归一化

输出

$$\hat{A}_i(f_x, f_y) = \frac{A_i(f_x, f_y)}{A_i(0,0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_i(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} I_i(x_i, y_i) dx_i dy_i}$$

3.3、光学传递函数的定义及物理意义

光学传递函数的定义及物理意义（由光强的线性性得到的卷积关系）

$$A_t(f_x, f_y) = H_i(f_x, f_y) \cdot A_g(f_x, f_y) \quad A_t(0,0) = H_i(0,0)A_g(0,0)$$

归一化传递函数

$$\wp(f_x, f_y) = \frac{H_i(f_x, f_y)}{H_i(0,0)} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_i(x_i, y_i) \exp[-j2\pi(f_x x_i + f_y y_i)] dx_i dy_i}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_i(x_i, y_i) dx_i dy_i}$$

$$\wedge_i(f_x, f_y) = \wp(f_x, f_y) \wedge_g(f_x, f_y) \quad \text{归一化后的关系}$$

光学传递函数表示成模和幅角

$$\wp(f_x, f_y) = m(f_x, f_y) \exp[j\phi(f_x, f_y)]$$

3.3、光学传递函数的定义及物理意义

$$m(f_x, f_y) = \frac{|H_i(f_x, f_y)|}{H_i(0,0)}$$

$$\wedge_g(f_x, f_y) = |\wedge_g(f_x, f_y)| \exp[j\vartheta_g(f_x, f_y)]$$

$$\wedge_i(f_x, f_y) = |\wedge_i(f_x, f_y)| \exp[j\vartheta_i(f_x, f_y)]$$

$$m(f_x, f_y) = \frac{|\wedge_i(f_x, f_y)|}{|\wedge_g(f_x, f_y)|}$$

$$\phi(f_x, f_y) = \vartheta_i(f_x, f_y) - \vartheta_g(f_x, f_y)$$

3.3、光学传递函数的定义及物理意义

输入 $I_g(\tilde{x}_0, \tilde{y}_0) = I_0 + a(f_a, f_b) \cos \left[2\pi(f_a \tilde{x}_0 + f_b \tilde{y}_0) + \theta_g(f_a, f_b) \right]$

输出(h_i 是实函数, H_i 是厄米型函数), 由第二章推导知

$$\begin{aligned} I_i(x_i, y_i) &= I_0 \cdot H_i(0,0) + a(f_a, f_b) |H_i(f_a, f_b)| \times \cos \left[2\pi(f_a x_i + f_b y_i) + \theta_g(f_a, f_b) + \phi(f_a, f_b) \right] \\ &= H_i(0,0) \left\{ I_0 + \underline{a(f_a, f_b) m(f_a, f_b)} \right\} \times \cos \left[2\pi(f_a x_i + f_b y_i) + \underline{\theta_i(f_a, f_b)} \right] \end{aligned}$$

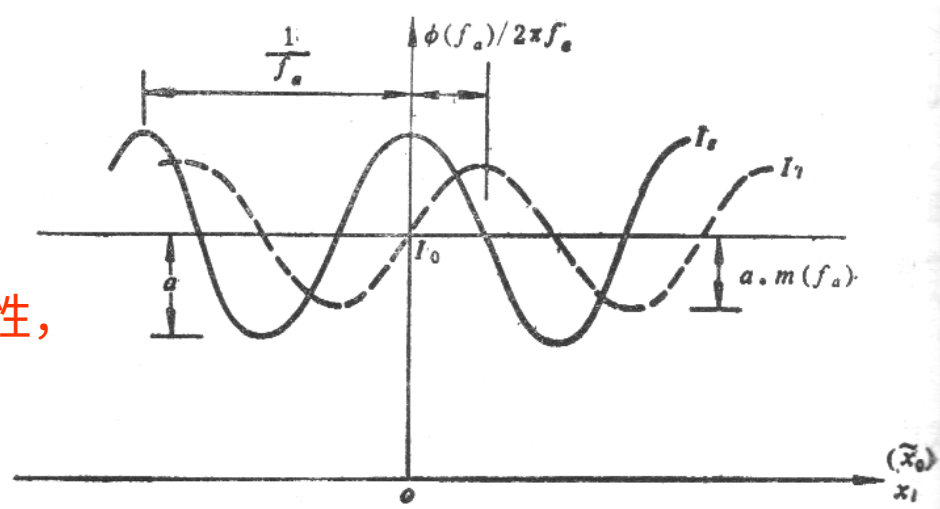
物像对比度为 $V_g(f_a, f_b) = \frac{a(f_a, f_b)}{I_0}, \quad V_i(f_a, f_b) = \frac{a(f_a, f_b)}{I_0} m(f_a, f_b)$

$$V_i(f_a, f_b) = V_g(f_a, f_b) m(f_a, f_b)$$

$$\theta_i(f_a, f_b) = \theta_g(f_a, f_b) + \phi(f_a, f_b)$$

MTF描述系统对各频率分量对比度的传递特性,

PTF描述系统对各频率分量施加的相移。



3.4、OTF与CTF的关系

$$\begin{array}{ll} \text{CTF} & H_c(f_x, f_y) = \mathfrak{F}\{\tilde{h}\} \\ \text{OTF} & h_i = \left| \tilde{h} \right|^2 \quad \wp(f_x, f_y) = \frac{\mathfrak{F}\{|h_i|^2\}}{\mathfrak{F}\{|h_i|^2\}_{f_x=f_y=0}} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \wp(f_x, f_y) &= \frac{\mathfrak{F}\left\{\left|\tilde{h}\right|^2\right\}}{\mathfrak{F}\left\{\left|\tilde{h}\right|^2\right\}_{f_x=f_y=0}} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} H_c(\xi + f_x, \eta + f_y) H_c^*(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_c(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \\ &= \frac{H_c(f_x, f_y) \otimes H_c(f_x, f_y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} |H_c(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta} \quad \text{FT的自相关定理} \end{aligned}$$

对于同一系统来说OTF等于相干
传递函数 H_c 的归一化自相关函数

3.5、衍射限制系统的OTF

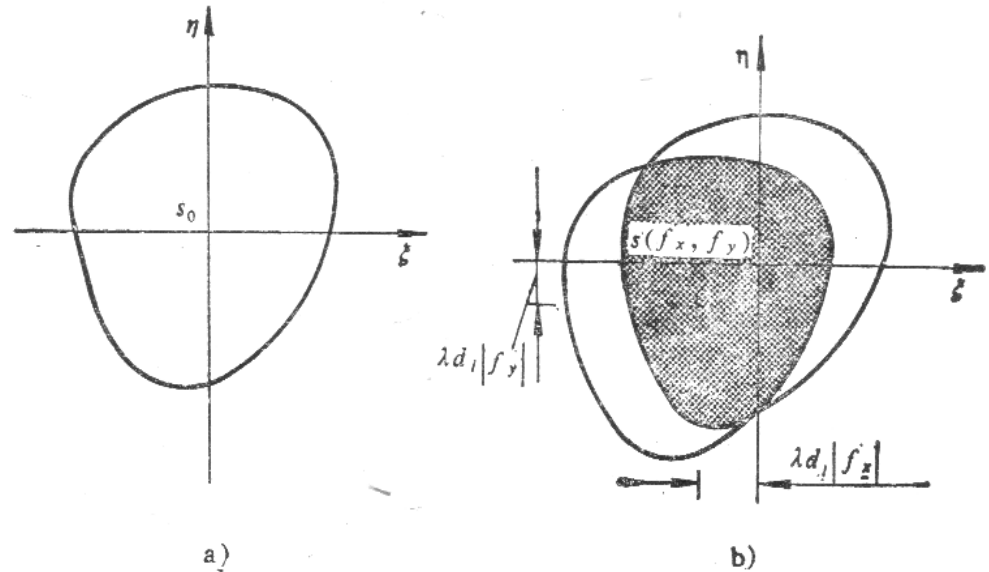
分母是光瞳的总面积 s_0 ，分子代表中心位置的经过平移的光瞳与原光瞳的重叠面积，求衍射受限的OTF只不过是归一化的重叠面积计算问题。

$$\rho(f_x, f_y) = \frac{s(f_x, f_y)}{s_0}$$

$$H_c(f_x, f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)$$

CTF只取1或0

$$\rho(f_x, f_y) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) P(\xi, \eta) d\xi d\eta}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta} = \frac{P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) * P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)}{\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi, \eta) d\xi d\eta}$$



3.5、衍射限制系统的OTF：讨论

$$\wp(f_x, f_y) = \frac{s(f_x, f_y)}{s_0}$$

1、 $\wp(0,0) = 1$. 当 $f_x = f_y = 0$ 时，两个光瞳完全重叠，归一化重叠面积为1。零频时传递函数等于1，这正是对OTF归一化的结果

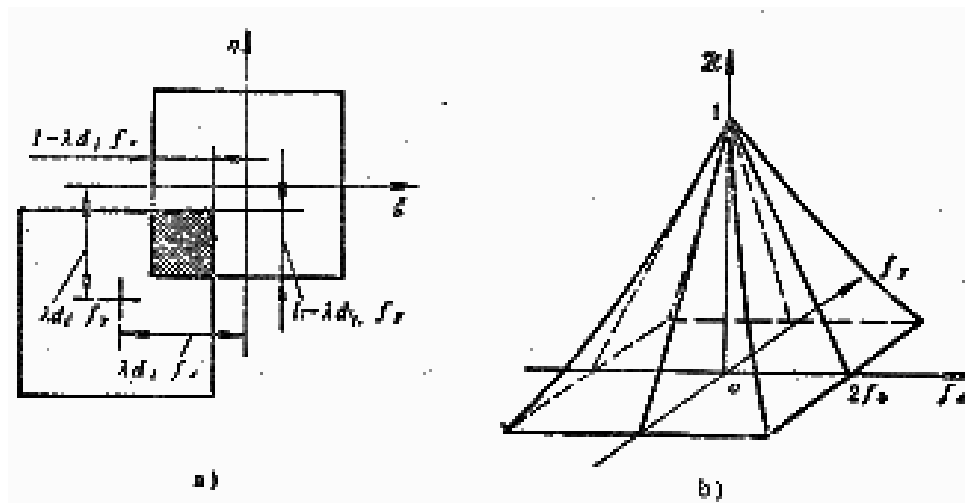
2、 $\wp(f_x, f_y) \leq \wp(0,0)$ 两个光瞳错开后重叠面积小于完全重叠面积得出

3、当 f_x, f_y 足够大，两光瞳完全分离时，重叠面积为零重叠面积为0， $\wp(f_x, f_y) = 0$ 无论物的对比度多大，

像面上都没有这些成份

3.6、衍射限制系统OTF计算和应用

例1



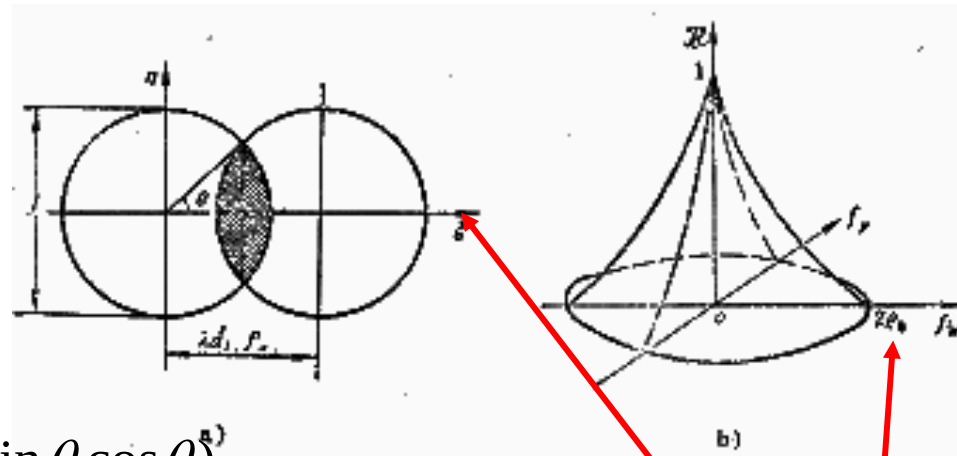
$$s(f_x, f_y) = \begin{cases} (l - \lambda d_i |f_x|)(l - \lambda d_i |f_y|), & \left| f_x \leq \frac{l}{\lambda d_i}, \left| f_y \leq \frac{l}{\lambda d_i} \right| \right. \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

$$s_0 = l^2$$

$$\mathcal{O}(f_x, f_y) = \frac{s(f_x, f_y)}{s_0} = \text{tri}\left(\frac{f_x}{2f_0}\right) \text{tri}\left(\frac{f_y}{2f_0}\right)$$

3.6、衍射限制系统OTF计算和运用的例子

例2



$$s(f_x, 0) = \left(\frac{l}{2}\right)^2 (2\theta - 2\sin\theta \cos\theta)$$

$$s(u, u) = \pi \left(\frac{l}{2}\right)^2$$

$$\wp(f_x, 0) = \frac{s(f_x, 0)}{s_0} = \frac{2}{\pi} (\theta - \sin\theta \cos\theta)$$

$$\rho_0 = \frac{l/2}{\lambda d_i}$$

$$\text{令: } \theta = \cos^{-1} \frac{\lambda d_i f_x}{l} = \cos^{-1} \frac{f_x}{(l/\lambda d_i)} = \cos^{-1} \left(\frac{\rho}{(2\rho_0)} \right)$$

$$\wp(p) = \begin{cases} \frac{2}{\pi} \left[\cos^{-1} \left(\frac{p}{2\rho_0} \right) - \frac{p}{2\rho_0} \sqrt{1 - \left(\frac{p}{2\rho_0} \right)^2} \right] \\ 0 \end{cases}$$

$$\rho \leq 2\rho_0$$

其它

4、像差对于成像系统传递函数的影响

4.1、广义光瞳函数

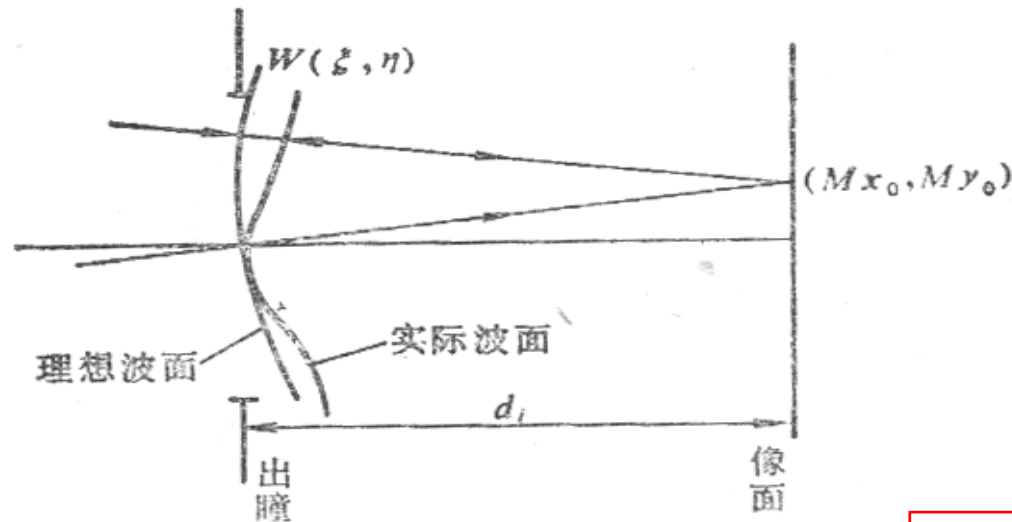
4.2、像差对CTF的影响

4.3、像差对OTF的影响

4.5、离焦系统的OTF分析

4.1、广义光瞳函数

广义光瞳函数



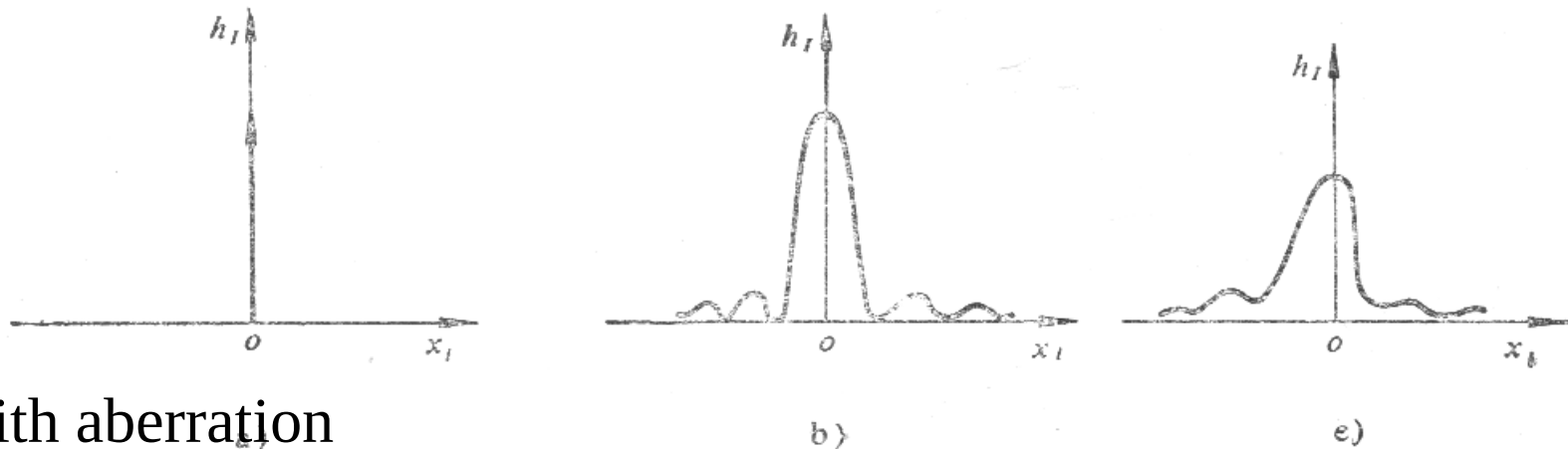
$$U(\xi, \eta) = C' \exp \left\{ -j \frac{k}{2d_i} [(\xi - Mx_0)^2 + (\eta - My_0)^2] \right\} \times \exp[jkW(\xi, \eta)] \cdot p(\xi, \eta)$$

$$P(\xi, \eta) = p(\xi, \eta) \exp[jkW(\xi, \eta)]$$

$$U(\xi, \eta) = C' \exp \left\{ -j \frac{k}{2d_i} [(\xi - Mx_0)^2 + (\eta - My_0)^2] \right\} P(\xi, \eta) \quad \text{波面相位变形}$$

4.2、像差对于成像系统传递函数的影响：CTF

— 像差对CTF的影响



PS with aberration

$$h(x_i, y_i) = \mathfrak{T}\{P'(\xi, \eta)\} = \mathfrak{T}\{P(\xi, \eta)\exp[jkW(\xi, \eta)]\}_{f_x = \frac{x_i}{\lambda d_i}, f_y = \frac{y_i}{\lambda d_i}}$$

CTF with aberration

$$H_c(f_x, f_y) = P'(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \exp[jk\omega(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)]$$

像差的唯一影响是在通频带内引入与频率有关的位相畸变，使像质变坏。

4.3、像差对于成像系统传递函数的影响：OTF

— 像差对OTF的影响 $h_I = |\tilde{h}|^2$

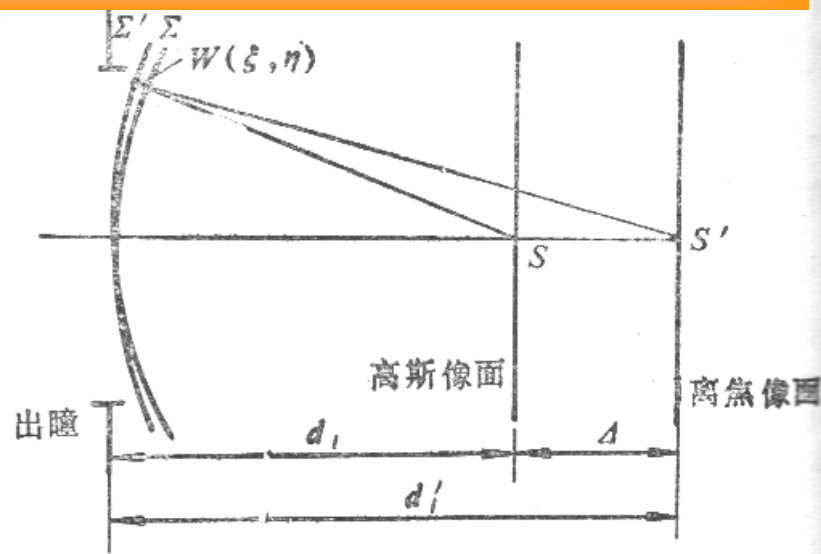
$$\begin{aligned}\wp(f_x, f_y) &= \frac{P'(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \otimes P'(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)}{\iint P'(\xi, \eta) d\xi d\eta} \\ &= \frac{\iint P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) \exp[jkW(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y)] \times P'(\xi, \eta) \exp[-j kW(\xi, \eta)] d\xi d\eta}{\iint P(\xi, \eta) d\xi d\eta}\end{aligned}$$

$$|\wp(f_x, f_y)|_{\text{有像差}} \leq |\wp(f_x, f_y)|_{\text{无像差}} \quad \text{施瓦兹不等式}$$

由厄米函数特性我们有

$$\wp(f_x, f_y) = \wp^*(-f_x, -f_y) \longrightarrow \begin{array}{ll} m(f_x, f_y) = m(-f_x, -f_y) & \text{偶} \\ \phi(f_x, f_y) = -\phi(-f_x, -f_y) & \text{奇} \end{array}$$

4.4、离焦系统的OTF分析



考虑边长为 l 的正方形

$$\exp[jkW(\xi, \eta)] = \exp\left\{-j\frac{k}{2d_i}(\xi^2 + \eta^2) - \left[-j\frac{k}{2d_i}(\xi^2 + \eta^2)\right]\right\} = \exp\left[j\frac{ke}{2}(\xi^2 + \eta^2)\right]$$

$$e = \frac{1}{d_i'} - \frac{1}{d_i} \approx \frac{\Delta}{d_i^2}$$

$$w = \frac{el^2}{8} \quad \text{轴上边缘}$$

$$P(\xi, \eta) = P(\xi, \eta) \exp\left[j\frac{ke}{2}(\xi^2 + \eta^2)\right] \quad \text{广义光瞳函数}$$

$$\phi(f_x, f_y) = \frac{1}{l^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) P(\xi, \eta)$$

$$f_0 = \frac{l}{2\lambda d_i}$$

$$\times \exp\left\{j\frac{kw}{(\lambda d_i f_0)^2} \left[(\xi + \lambda d_i f_x)^2 + (\eta + \lambda d_i f_y)^2 - (\xi^2 + \eta^2)\right]\right\} d\xi d\eta$$

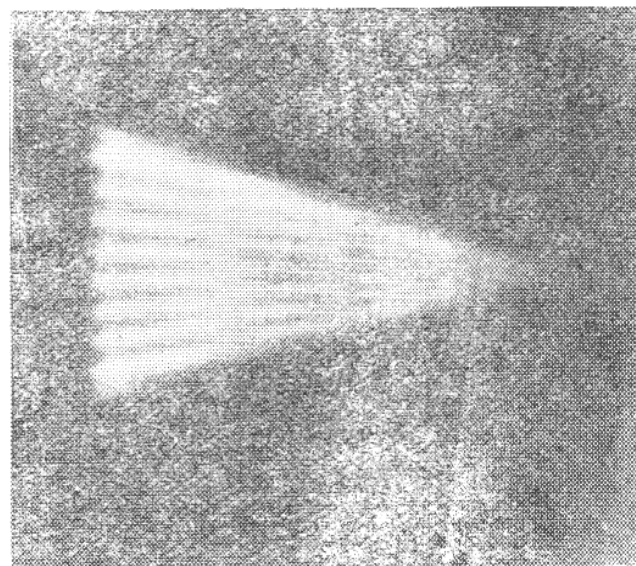
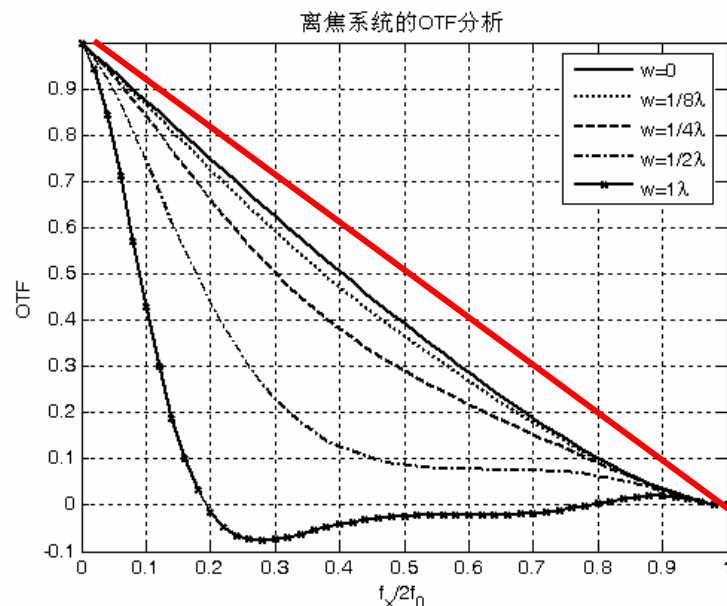
4.4、离焦系统的OTF分析

$$\begin{aligned} \wp(f_x, f_y) &= \frac{1}{l^2} \iint P\left(\xi + \frac{\lambda d_i f_x}{2}, \eta + \frac{\lambda d_i f_y}{2}\right) P\left(\xi - \frac{\lambda d_i f_x}{2}, \eta - \frac{\lambda d_i f_y}{2}\right) \\ &\quad \times \exp\left\{j \frac{kw}{(\lambda d_i f_0)^2} \left[\left(\xi + \frac{\lambda d_i f_x}{2}\right)^2 + \left(\eta + \frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)^2 - \left(\xi - \frac{\lambda d_i f_x}{2}\right)^2 - \left(\eta - \frac{\lambda d_i f_y}{2}\right)^2 \right]\right\} d\xi d\eta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \wp(f_x, f_y) &= \frac{1}{l^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \text{rect}\left(\frac{\xi}{l - \lambda d_i |f_x|}\right) \text{rect}\left(\frac{\eta}{l - \lambda d_i |f_y|}\right) \times \exp\left\{-j2\pi \left[\left(\frac{-2f_x w}{\lambda^2 d_i f_0^2}\right)\xi + \left(\frac{-2f_y w}{\lambda^2 d_i f_0^2}\right)\eta\right]\right\} d\xi d\eta \\ &= \frac{1}{l^2} (l - \lambda d_i |f_x|)(l - \lambda d_i |f_y|) \sin c\left[(l - \lambda d_i |f_x|)\left(\frac{-2f_x w}{\lambda^2 d_i f_0^2}\right)\right] \sin c\left[(l - \lambda d_i |f_y|)\left(\frac{-2f_y w}{\lambda^2 d_i f_0^2}\right)\right] \end{aligned}$$

$$\wp(f_x, f_y) = \text{tri}\left(\frac{f_x}{2f_0}\right) \text{tri}\left(\frac{f_y}{2f_0}\right) \sin c\left[\frac{8w}{\lambda} \left(\frac{f_x}{2f_0}\right) \left(1 - \frac{|f_x|}{2f_0}\right)\right] \sin c\left[\frac{8w}{\lambda} \left(\frac{f_y}{2f_0}\right) \left(1 - \frac{|f_y|}{2f_0}\right)\right]$$

4.4、离焦系统的OTF分析



由图可以看出:当 $w=0$ ，得到衍射受限系统的OTF为二维三角形函数。

$w=\lambda/4$ 时，OTF曲线接近于理想情况。这说明光程差最大值不超过 $\lambda/4$ 时，像差对成像质量没有大的影响。可把它作为成像系统像差容限，这符合瑞利的四分之一波长规则

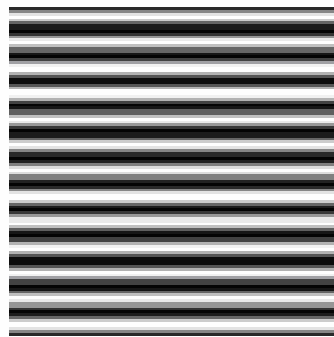
当 $w>\lambda/2$ ，OTF出现负值。对应频率成分产生 π 相移，这些频率分量会出现对比反转的现象，即所谓伪分辨。

4.4、离焦系统的OTF分析 — Matlab实现

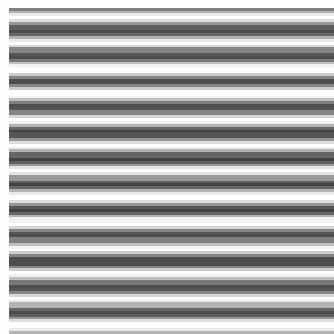
```
clear all;
x=-1:0.04:1;
y=x;
[xx,yy]=meshgrid(x,y);
r = sqrt(xx.*xx+yy.*yy);
z = (r<1)*1.0;
z(find(r==1))=1;
a=['k' 'k--' 'k:' 'k-.' 'k.'];
w=[0 0.125 0.25 0.5 1];
hold on;
for J=1:5;
    zz=z;
    zz=zz.*exp(j*pi*2*w(J).*(xx.^2+yy.^2));
    f=xcorr2(zz);
    f=real(f);
    f=f/max(max(f));
    y2=0:0.02:1;
    ii=1:51;
    plot(y2,f(51,ii+50),a(J),'LineWidth',2);
end
legend('w=0','w=1/8\lambda','w=1/4\lambda',
'w=1/2\lambda','w=1\lambda');
xlabel('f_x/2f_0');ylabel('OTF');
axis([0 1 -0.1 1]);
title('离焦系统的OTF分析');
grid on;
hold off;
```

4.4、离焦系统的OTF分析 — 光栅物的成像结果

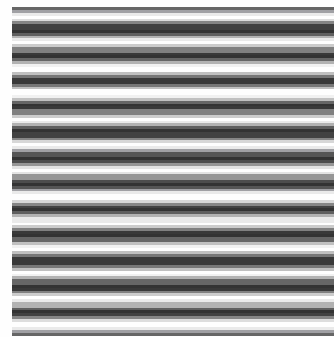
余弦光栅物



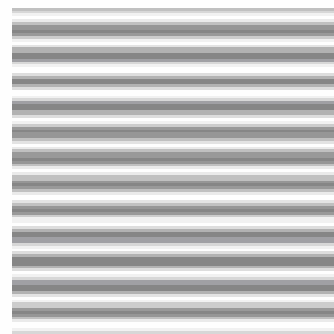
$w=1/4 \lambda$



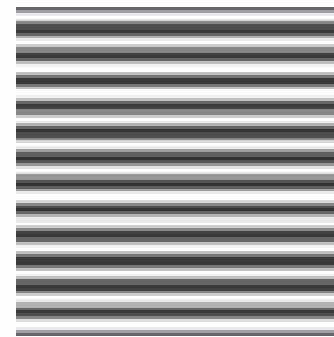
$w=0 \lambda$



$w=1/2 \lambda$



$w=1/8 \lambda$



$w=1 \lambda$



作业

- 1、采用MATLAB语言，写出波像差 $W = W_{111} H \rho \cos\theta$ 的OTF的计算程序，孔径函数为园形，要求在图上画出 W_{111} 为0，8分之一波长，4分之一波长，2分之一波长，1个波长的光学传递函数。注意：H表示视场取0,0.7,1， $y_p = \rho \cos\theta$ ， $x_p = \rho \sin\theta$ 表示孔径，从0—1变化。
 - 2、用三个图表示三个视场，一个视场有五条曲线。
 - 3、给出你的结果的语言叙述其物理意义。
- 提示：可以采用2f成1：1的成像方法来计算

作业更进一步

$$W = OPD = W(H, x_p, y_p) = W(H^2, \rho^2, H\rho \cos \theta)$$

$W = W_{000}$	0^*	<i>piston</i>
$+ W_{020} \rho^2$	0^*	<i>defocus</i>
$+ W_{111} H\rho \cos \theta$	0^*	<i>tilt</i>
$+ W_{200} H^2$	0^*	<i>field dependent phace</i>
$+ W_{040} \rho^4$	0^*	<i>spherical</i>
$+ W_{131} H\rho^3 \cos \theta$	0^*	<i>coma</i>
$+ W_{222} H^2 \rho^2 \cos^2 \theta$	0^*	<i>astigmatism</i>
$+ W_{220} H^2 \rho^2$	0^*	<i>field curvature</i>
$+ W_{311} H^3 \rho \cos \theta$	0^*	<i>field dependent phace</i>
$+ W_{400} H^4$	0^*	<i>defocus</i>

尝试研究一下上术表示式同MTF的关系，写出一个程序研究用MATLAB一下。编写一个通用程序，并从CODE V 中得出一个镜头的波像差，代入计算，系统的MTF，再你CODE V 做比较，看看是否一致。

5、相干与非相干成像系统的比较

5.1、截止频率

5.2、两点分辨率

5.3、相干噪声

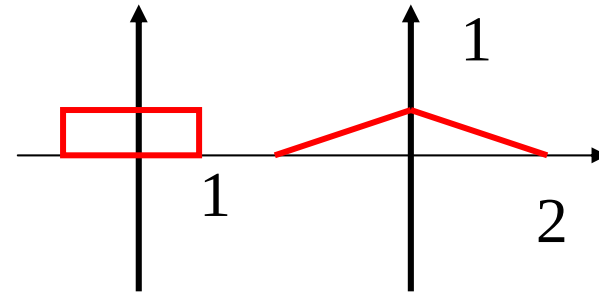
5.4、空间带宽积和自由度

5.1、截止频率

截止频率

OTF的截止频率是CTF截止频率的两倍

$$A_g(f_x, f_y) = \Im\{|U_g|^2\} = G_g(f_x, f_y) \otimes G_g(f_x, f_y)$$



输入强度频谱的谱宽扩展到复振幅频谱 G_g 谱宽的两倍。OTF通频带也必须扩大到CTF的两倍，才能传递适当的频率成分，而不更多地丢失信息。另外，对通频带内各频率成分，CTF不加衰减，而OTF往往给予程度不等的衰减，从而降低成像的对比。

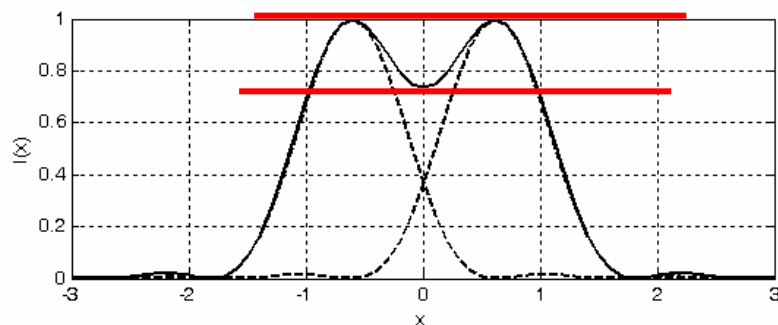
成像结果不仅依赖于系统的结构与照明光的相干性，而且与物体空间结构特点密切相关。可以想像两个不同物体，分别采用相干和非相干成像系统讨论像强度的频谱。将会发现对一种物体相干照明好，而对另一种物体非相干照明好。所以除非指定系统使用的条件，不然谈论成像系统的好坏，可能毫无意义。实际上并不存在一个普遍适用的质量判据。

5.2、两点分辨率

非相干照明

$$I(x) = \left\{ \frac{2 j_1[\pi(x-0.61)]}{\pi(x-0.61)} \right\}^2 + \left\{ \frac{2 j_1[\pi(x+0.61)]}{\pi(x+0.61)} \right\}^2$$

$$\delta = 1.22 \frac{\lambda d_i}{l}$$

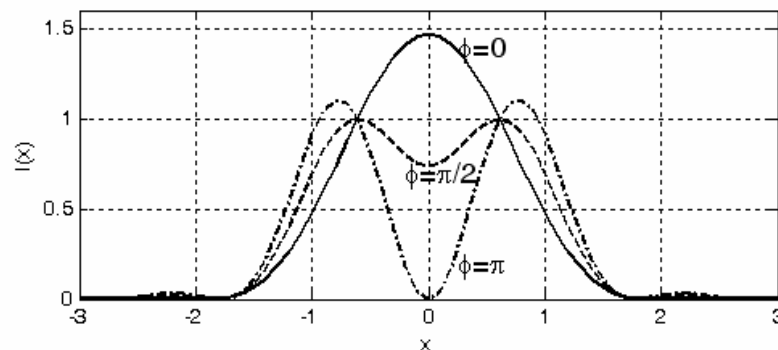


系统分辨率决定于脉冲响应的宽度，脉冲响应愈窄，分辨本领愈高

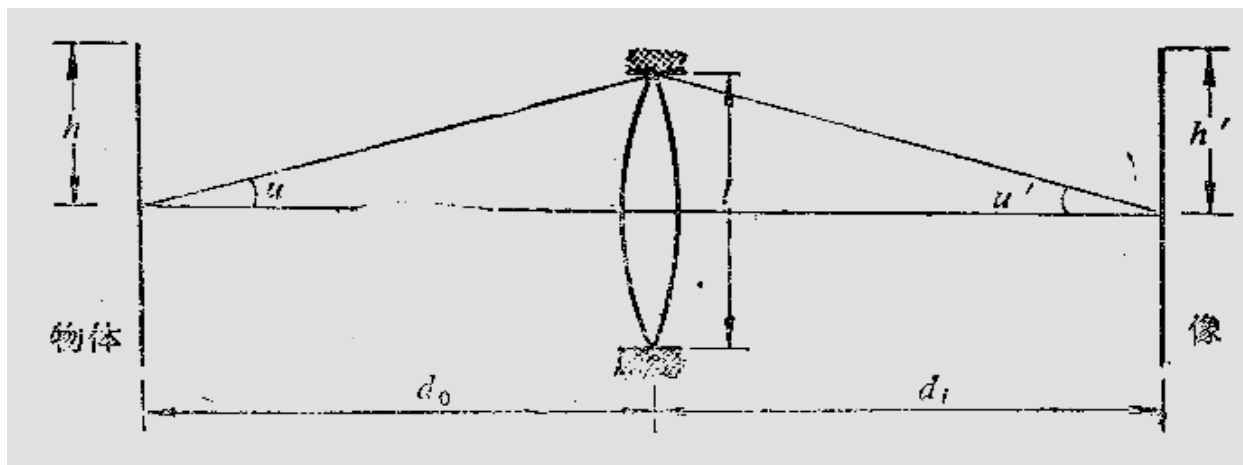
相干照明

$$I(x) = \left| 2 \frac{j_1[\pi(x-0.61)]}{\pi(x-0.61)} + e^{j\phi} \cdot 2 \frac{j_1[\pi(x+0.61)]}{\pi(x+0.61)} \right|^2$$

ϕ 为两个点源相对位相差；分析 $\phi=0$, $\pi/2$, π 情况时，不难发现分辨率会发生很大的变化



5.3、空间带宽积和自由度



相干照明

$$\left. \begin{aligned} SW_{\text{系统}} = SW_{\text{像}} &= \frac{2h'}{1/2 f_c} = 4h'f_c \\ f_c &= \frac{l}{2\lambda d_i} \end{aligned} \right\} \quad SW_{\text{系统}} = \frac{2h'l}{\lambda d_i}$$

非相干照明

$$\left. \begin{aligned} SW_{\text{系统}} = SW_{\text{像}} &= \frac{2h'}{1/2 f_c} = 4h'f_c \\ f_c &= \frac{l}{\lambda d_i} \end{aligned} \right\} \quad SW_{\text{系统}} = \frac{4h'l}{\lambda d_i}$$

5.3、空间带宽积和自由度

4.空间带宽积和自由度(系统传递到像面的信息可由多少个实数来表示)

相干系统对复振幅是线性的，每个像元的振幅和位相信息均难独立通过系统

$$N = 2SW_{\text{系统}} = \frac{4hl}{\lambda d_i}$$

非相干系统对光强是线性的，不考虑位相信息

$$N = SW_{\text{系统}} = \frac{4hl}{\lambda d_i}$$

5.空间带宽积的傍轴近似：拉赫不变量

$$M = \frac{d_i}{d_o}$$

系统能够传递的像面的信息量

$$SW_{\text{像}} = \frac{8}{\lambda} u' h' \quad u' = \frac{l/2}{d_i}$$

系统能够传递的物面的信息量

$$SW_{\text{物}}'' = \frac{2h}{\frac{1}{2f_c M}} = 4hf_c M = \frac{4hl}{\lambda d_o} = \frac{8}{\lambda} uh$$

拉赫不变量

$$uh = u' h' = J$$

6、光学链

6.1、光学链及其频率响应

6.2、一些典型因素和器件的传递函数

6.1、光学链

— 光学链及其频率响应

实际应用中，光学系统往往只是某个完整系统中的一个环节。完整系统可能包括图像的产生、传递、摄像(记录)、显示和处理等各个环节和因素。这些环节或因素就构成了一个光学链。除了研究光学系统的性能以外，必须研究光学链中各个环节的性能以及它们相互间的影响才能得到系统最终所能给出的像质。

$$\underline{\rho(f_x, f_y) = \rho_1 \cdot \rho_2 \cdot \rho_3 \cdot \rho_4} \quad \text{OTF}$$

$$\underline{m(f_x, f_y) = m_1 \cdot m_2 \cdot m_3 \cdot m_4} \quad \text{MTF}$$

$$\underline{\phi(f_x, f_y) = \phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4} \quad \text{PTF}$$

$$m(f_x, f_y) = \frac{|\wedge_i(f_x, f_y)|}{|\wedge_g(f_x, f_y)|}$$

光学链的概念不仅用来估计最终的成像质量，也有利于我们在总体设计的要求下分别确定各个环节的设计要求和允差。必须要考虑各环节的匹配。

6.1、光学链

根据光学链的MTF和输入物体的对比度，可确定输出像的对比度。

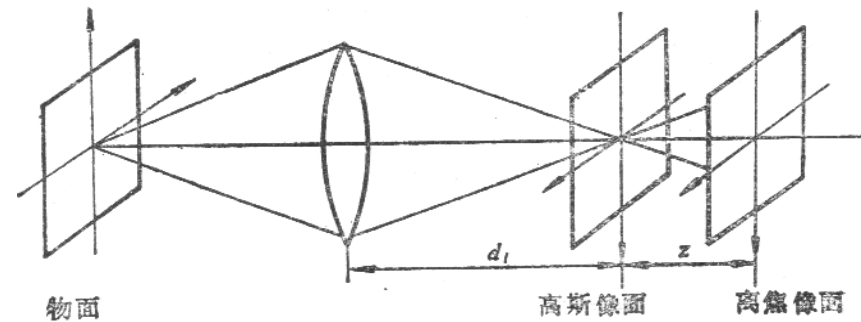
如物体的频率是30周/mm，对比度为0.8，，

- 1) 在该频率上摄影物镜 $m_1=0.8$ ，
- 2) 运动模糊给出的 $m_2=0.7$ ，
- 3) 胶片 $m_3=0.4$
- 4) 灯机放映镜头， $m_4=0.5$ ，

则屏幕上像的对比度为 $0.8 \times 0.8 \times 0.7 \times 0.4 \times 0.5 \approx 0.09$ 。

问题：MTF是多少？？0.112

6.1、光学链应用



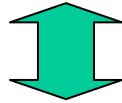
可以从光学链出发来分析相干成像系统的传递函数,如离焦系统

$$H_1(f_x, f_y) = P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)$$

衍射受限系统

$$H_2(f_x, f_y) = \exp[-j\pi\lambda Z(f_x^2 + f_y^2)]$$

离焦菲涅尔衍射系统



$$H_c(f_x, f_y) = H_1(f_x, f_y)H_2(f_x, f_y) = \underline{P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)} \times \underline{\exp[-j\pi\lambda Z(f_x^2 + f_y^2)]}$$

整个系统的传递函数

6.2、一些典型因素和器件的传递函数

大气紊流

$$L_i(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}a} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2a^2}\right)$$

弥散高斯分布

$$\wp(f) = \exp(-2\pi^2 a^2 f^2)$$

照相胶片

$$L_i(x_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}q} \exp\left(-\frac{x_i^2}{2q^2}\right)$$

弥散高斯分布

$$\wp(f) = \exp(-2\pi^2 q^2 f^2)$$

显示器

弥散高斯分布

$$\wp(f) = \exp[-2\pi^2 o_m^2 f^2]$$

运动模糊

$$L_i(x_i) = \frac{1}{a} \operatorname{rect}\left(\frac{x_i}{a}\right)$$

细线变为宽为a宽带

$$\wp(f) = \sin c(af)$$

线变成像宽为a的像

扫描探测器

$$L_i(x_i) = \frac{1}{d} \operatorname{rect}\left(\frac{x_i}{d}\right)$$

矩形窗口对图像扫描

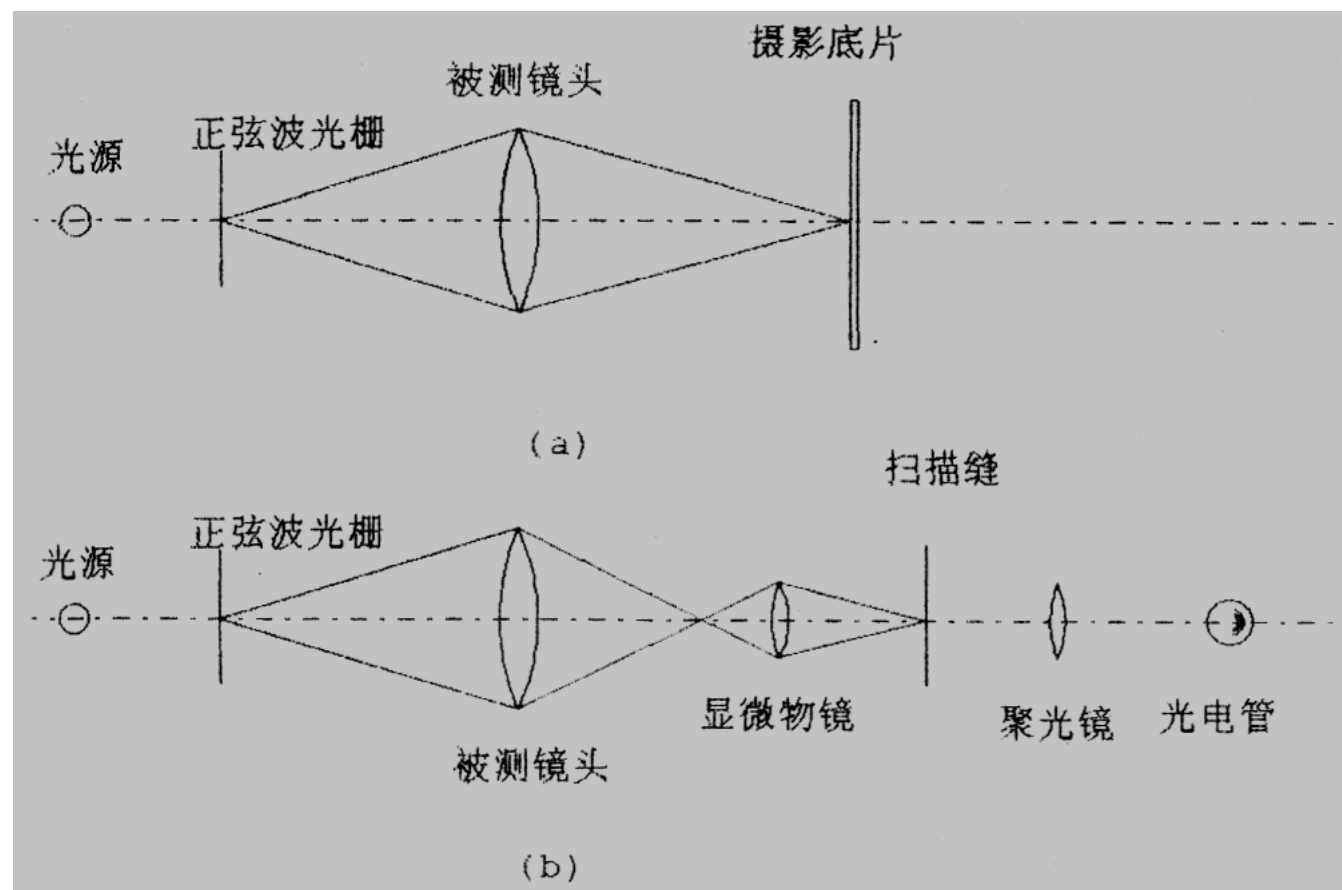
$$\wp(f) = \sin c(df)$$

7、传递函数测量仪

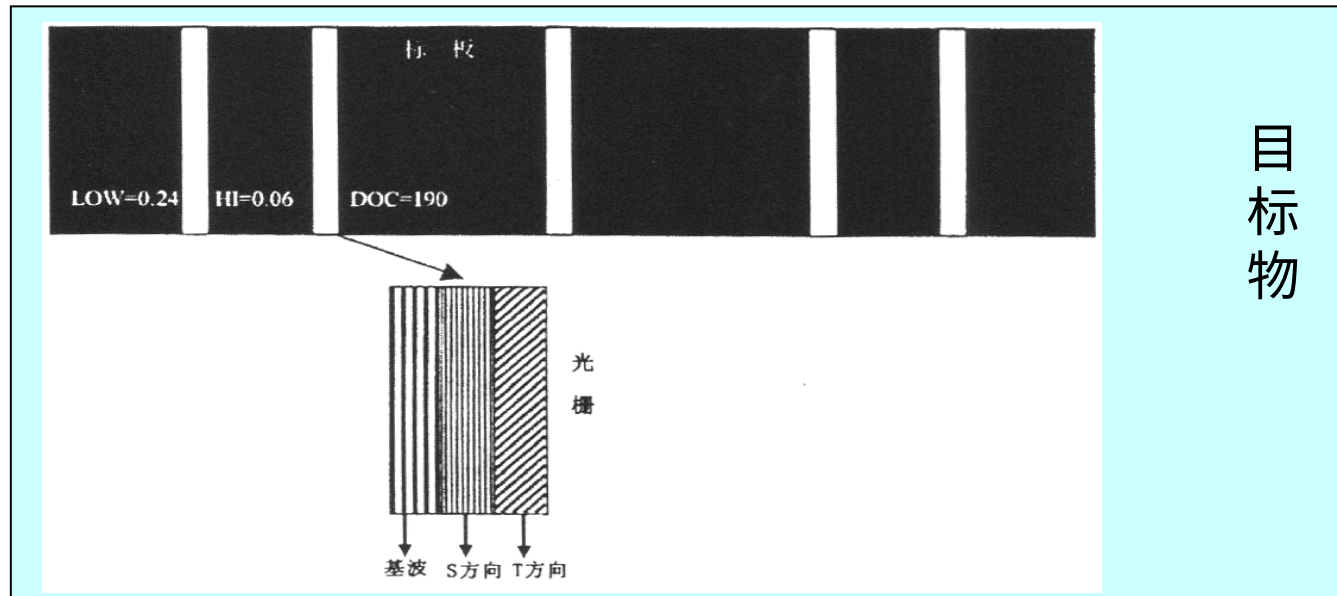
- 7.1、对比度法；测量像的对比度来实现
- 7.2、干涉法；求光瞳函数的自相关函数
- 7.3、FFT法（扫描法）；对线扩散函数或
点扩散函数进行FFT

7.1、对比度法

1. 对比度法



7.1、对比度法：光栅法



目标物

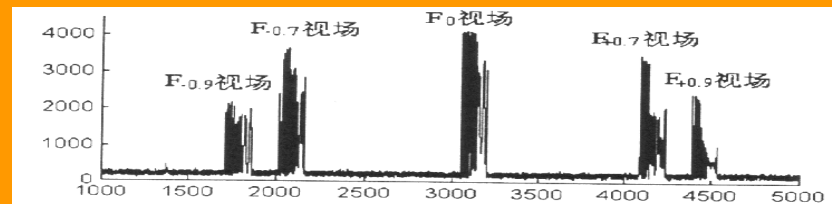
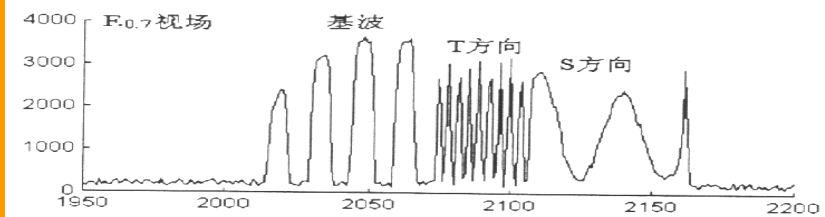
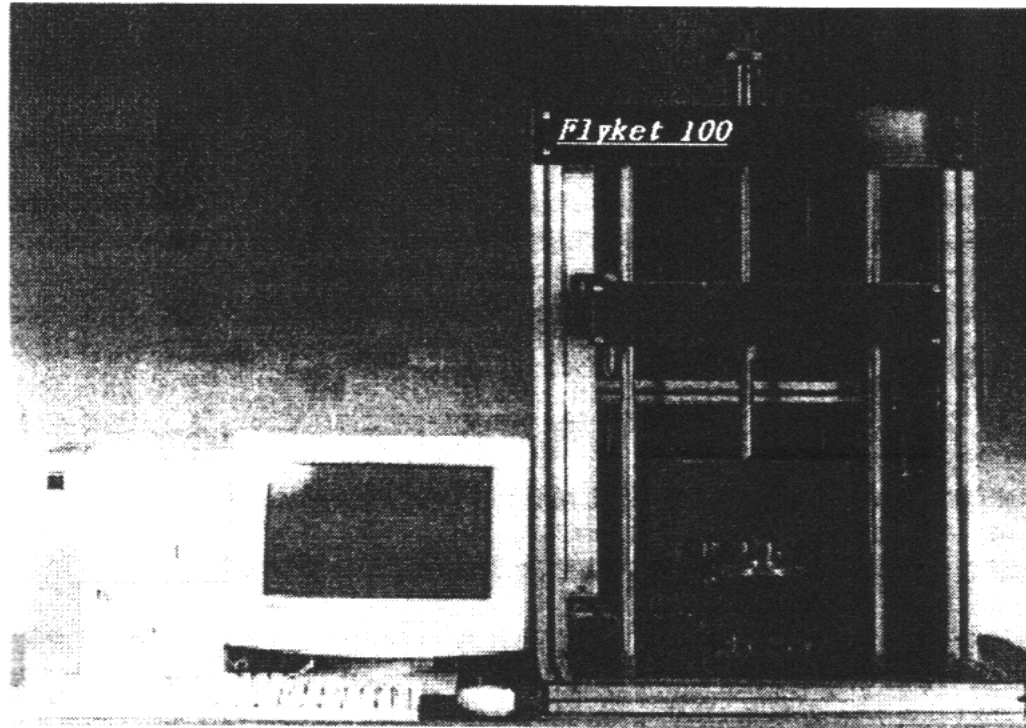


图 4.5-1 2850 扫描仪镜头试验数据 1



像的光强分布

7.1、对比度法：光栅法



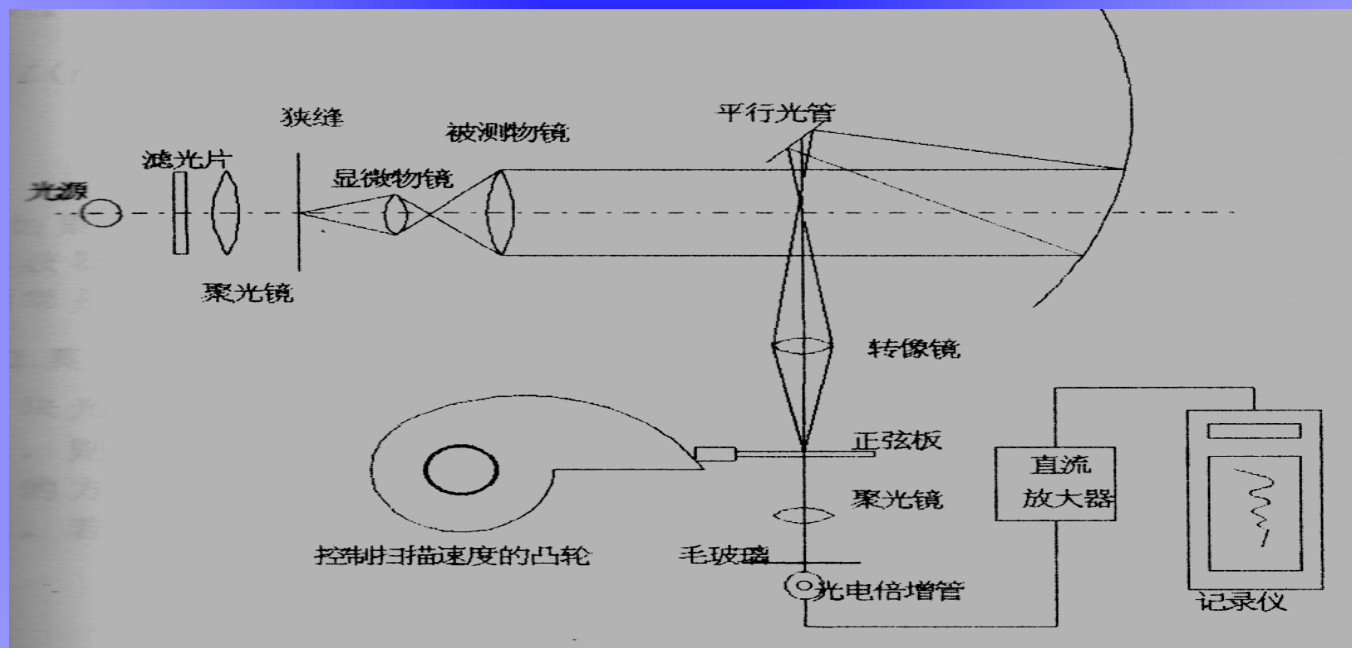
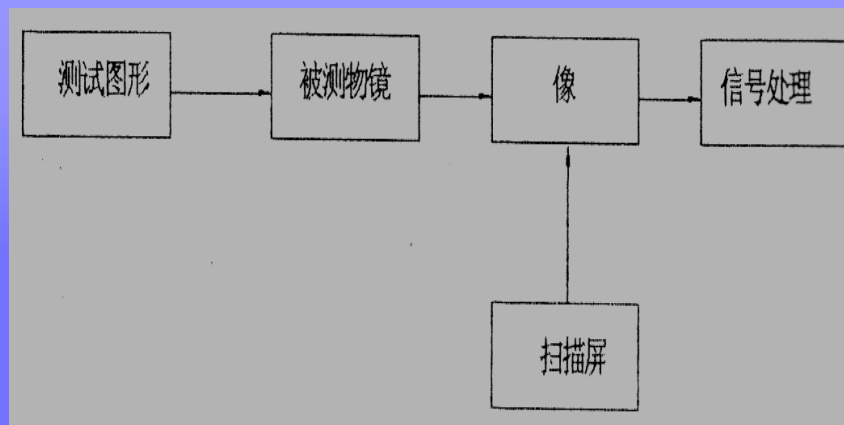
7.2、干涉法

干涉法则是以通过被测量系统的波面作为基本的信息源

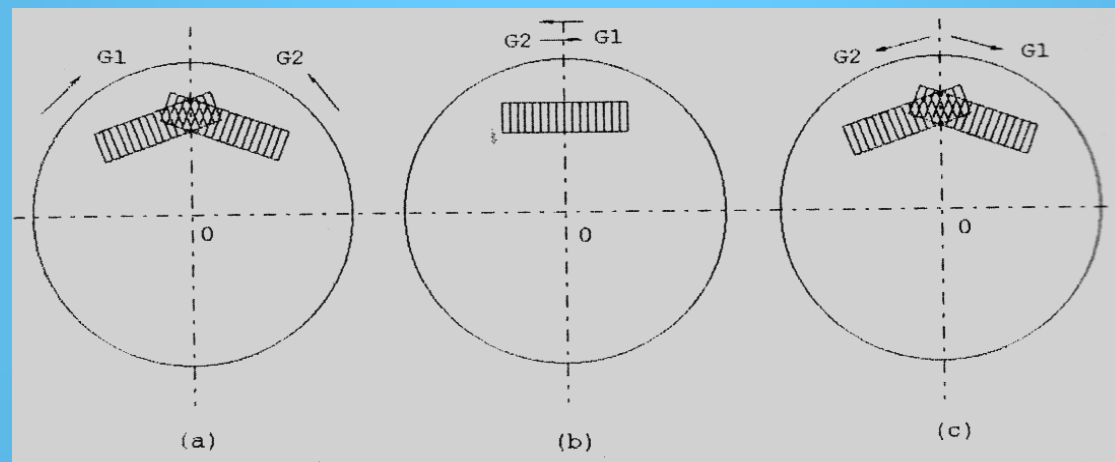
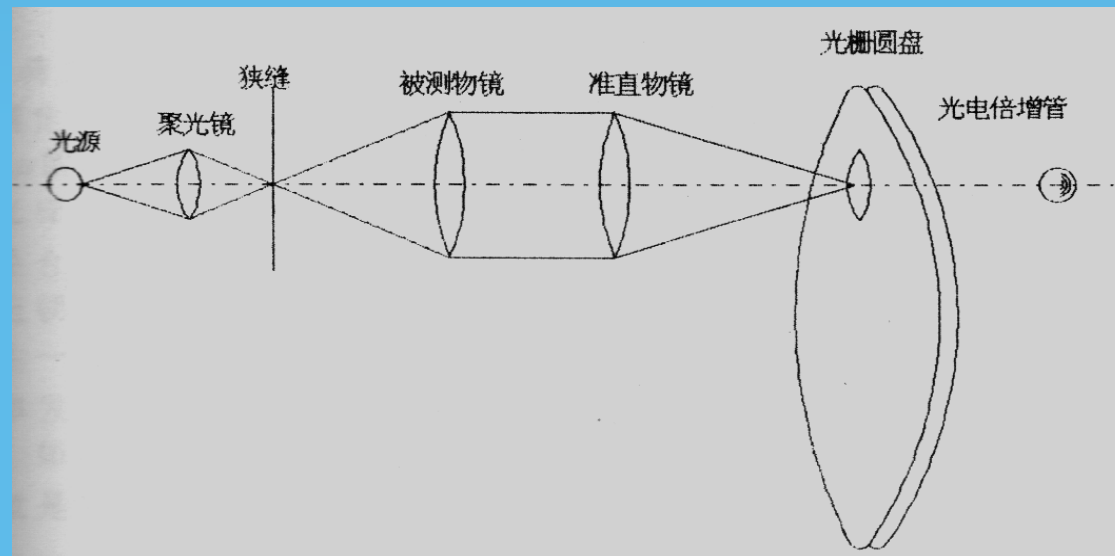
$$\begin{aligned} \mathcal{O}(f_x, f_y) &= \frac{P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y) \otimes P(\lambda d_i f_x, \lambda d_i f_y)}{\iint P(\xi, \eta) d\xi d\eta} \\ &= \frac{\iint P(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y) \exp[jkW(\xi + \lambda d_i f_x, \eta + \lambda d_i f_y)] \times P(\xi, \eta) \exp[-jkW(\xi, \eta)] d\xi d\eta}{\iint p(\xi, \eta) d\xi d\eta} \end{aligned}$$

我们知道上述积分表示光学传递函数是光瞳函数的自相关函数，理论上可用数值积分来计算，实验上则可通过波前剪切干涉仪来实现。见参考文献：包正康，光学检测，浙江大学光科系，1992年。

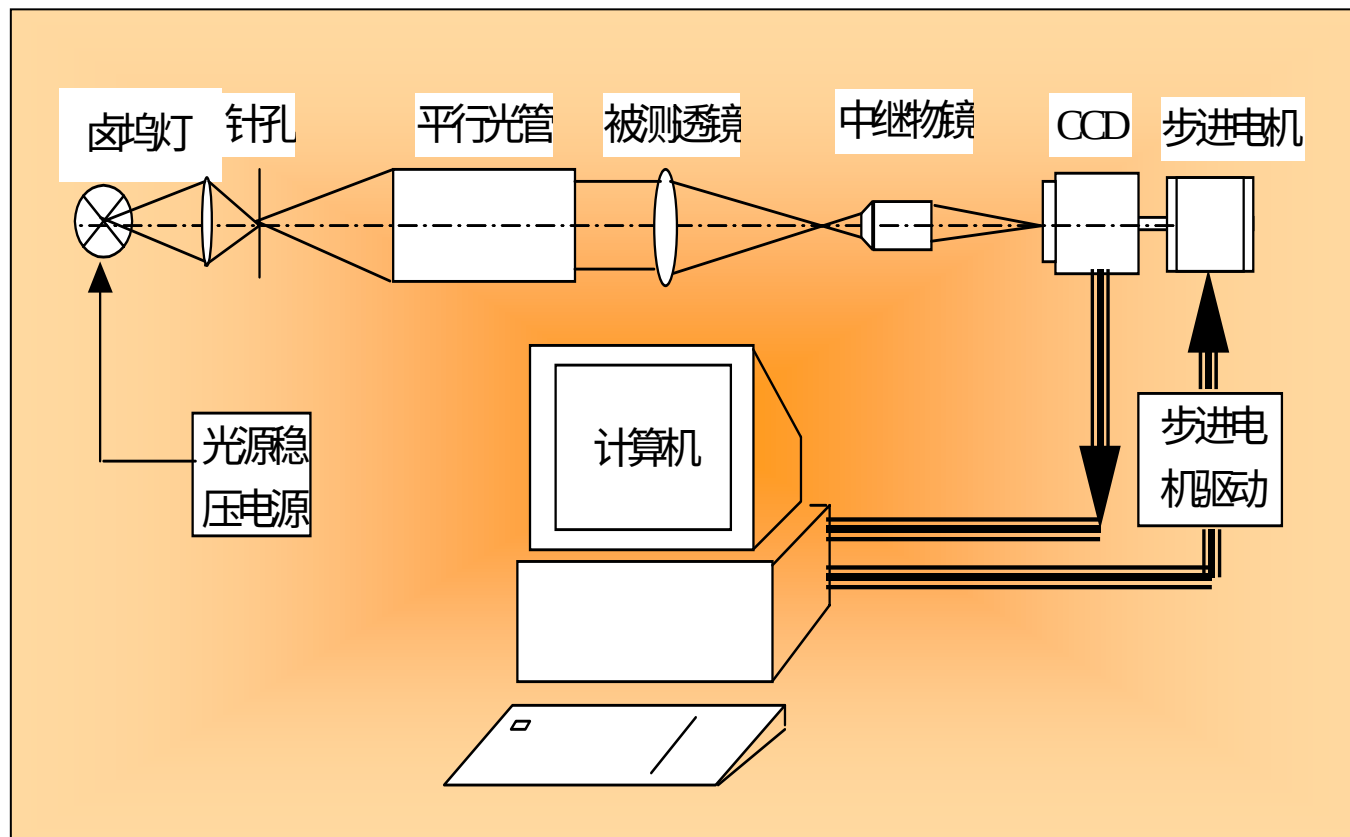
7.3、FFT法



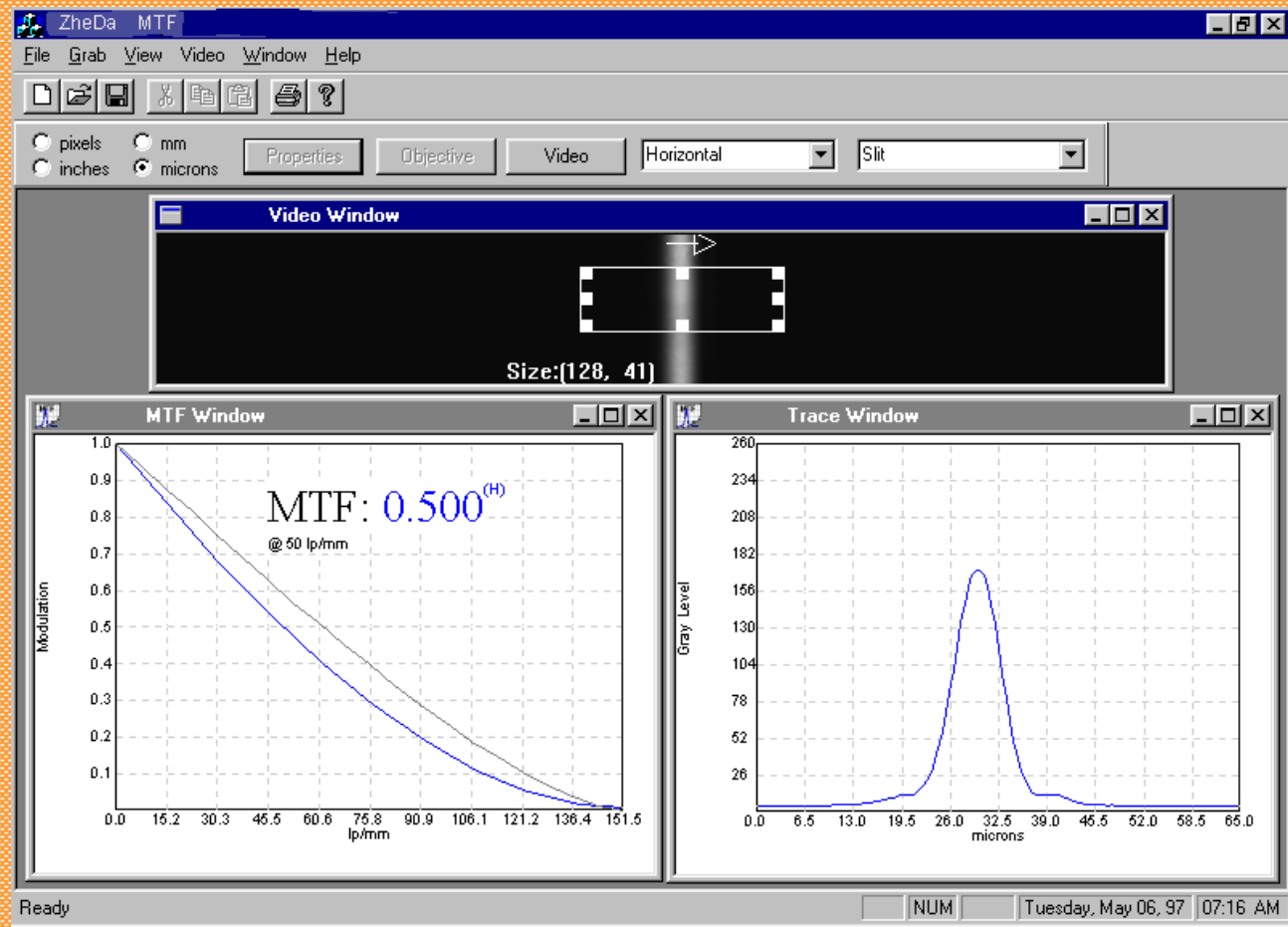
7.3、FFT法



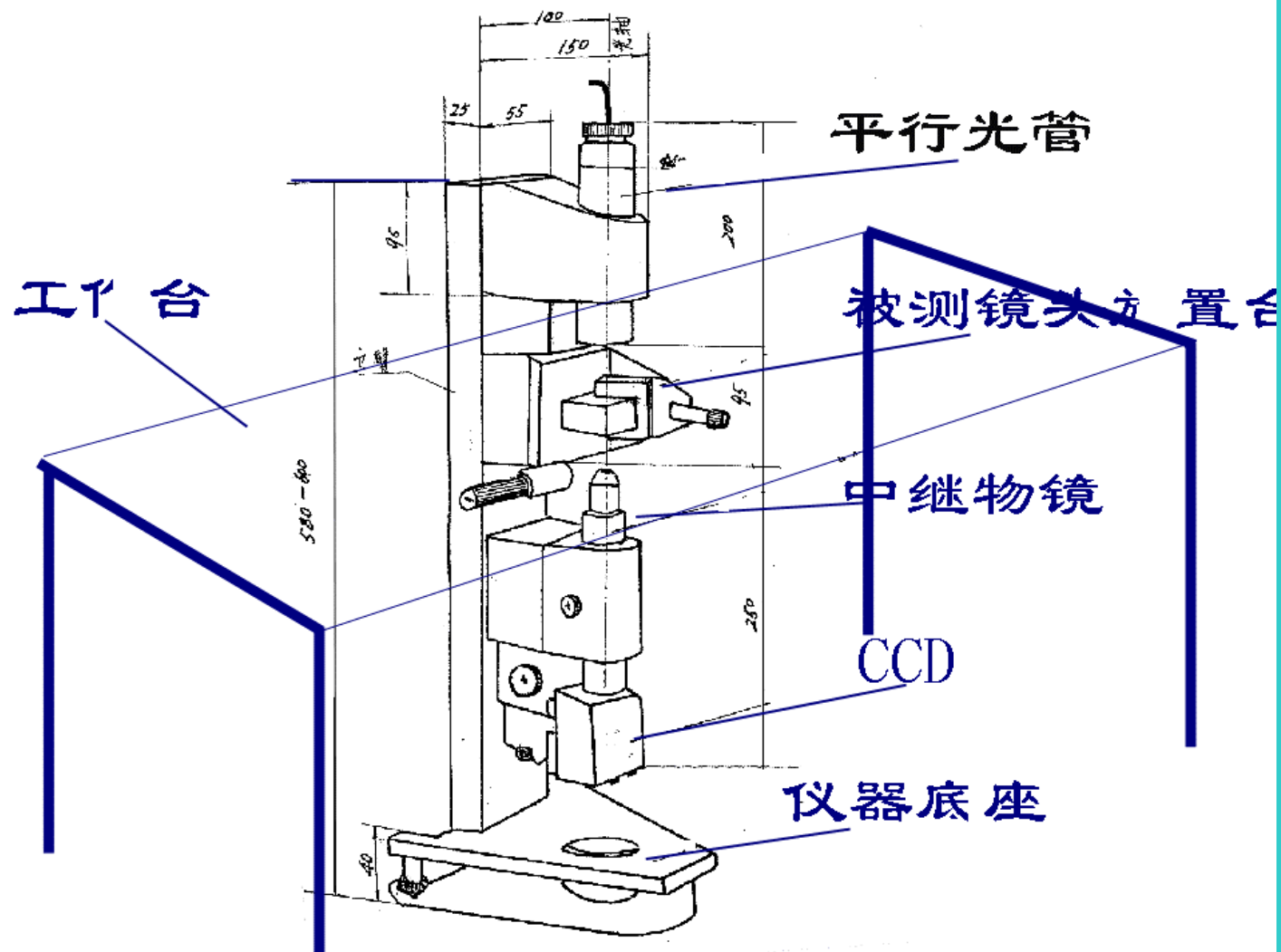
7.3、冲积函数法：针孔物



7.2、冲积函数法：狭缝物



7.3、冲积函数法：结构



7.3、冲积函数法：刀口法：

