

(18)

一个柱面光折射现象的分析*

107-110

廖廷伟 苏爱国**
(福建师范大学)郑常青
(福建教育学院)

0435.1

摘 要 本文从几何光学的角度,分析了装有液体水的玻璃杯中的细棒因柱面光折射偏折,并在介质分界面处相互错开的现象。

关键词 折射, 光学成像, 几何光学, 柱面

0 引言

在光的折射演示实验教学中,将一根细棒(圆木棒或玻璃棒)插入装有液体水的玻璃杯中,可以看到由于在水与空气分界面上光的折射而使水中细棒向上偏折.然而,细心观察却看到了另一个有趣的现象,即从玻璃杯的前方看去,在分界面处细棒被折断,或者说,水中的细棒与在空气中的细棒相互错开了.为此,笔者又进一步做了实验探讨,并对这一现象进行理论分析.下面将详细讨论所观察到的现象,阐述理论分析的结果.

1 现象的描述

选择一个直径约为 100mm 的透明玻璃烧杯,并在其中装有略多于半杯的清水,将一根均匀的圆细木棒(或玻璃棒)插入水中,现取一直径方向为 y 轴,原点 o 在玻璃杯的轴中心处,观察者在玻璃杯前方沿垂直于 y 轴方向进行观察,当细棒在 y 轴上不同位置时,看到如下现象:

(1) 当细棒在轴心之左时,在空气与水分界面处细棒被折成两段,且水中部份向左错开;反之,当棒在轴心之右时,在分界面处棒也折断,但水中部份向右错开,只有当棒正好位于轴心时,棒在分界面处才不会错开.

(2) 当细棒与液面倾斜时,除发生上述错开现象外,还可看到水中部份棒向上偏折,但当棒与液面垂直时,则只有错开,而无偏折现象.

(3) 水中部份的棒比空气中的棒明显变粗了.即水中部的棒被放大了,此外,还可看到水中部份略有变形.

(4) 当细棒位于 y 轴之外的任意处,在任何方向透过玻璃杯观察,则可看到错开量不同以及大小也不错的棒,而错开的方向同前所述.

* 本文初稿于 1992 年 12 月 29 日收到, 1993 年 8 月 30 日收到修改稿.

** 物理系 89 级学生.

此外,如果细棒在杯中自由移动,则可以看到似乎有两段细棒在杯中作相应的移动.

2 现象的理论分析

显然,棒的偏折是由于光在水面上的简单折射所致,而棒的错开或放大则是由于棒经过玻璃杯柱面折射成像所产生的.下面从几何光学理论出发,分析上述现象的产生和变化规律.

由于玻璃杯壁很薄(厚度 $d = r_2 - r_1 \ll r_1$ 或 r_2),为简便起见,忽略杯壁对棒的折射作用,而仅考虑圆柱形水面对棒的折射成像.因此,空气中棒透过玻璃杯观察到的为实物.

为解释错开现象,讨论在水面处棒的临界点 A 经柱状液面的折射成像.圆柱面的光轴过 O 并与 y 轴垂直,物点 A 距杯壁 s ,与光轴的距离为 y ;像距和像高分别为 s' 和 y' ,如图 1 所示.

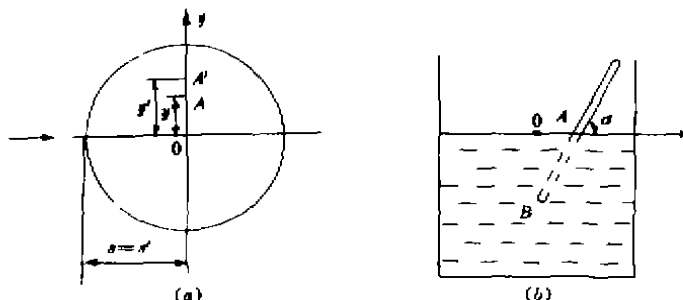


图 1 细棒经柱面的折射原理

在近轴近似下,单球面近轴折射成像公式为^[1]:

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}, \quad (1)$$

式中 r 为玻璃杯半径, n 为水的折射率, $n' = 1$, 由 (1) 式得

$$s' = \frac{rs}{nr - (n - 1)s}. \quad (2)$$

因棒在直径轴上,则物距 $s = r$, 由 (2) 式有 $s' = r$, 即临界点 A 的像 A' 也位于直径轴 y 上.

由横向放大率公式^[1]

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{ns'}{ns} = \frac{s'}{s}, \quad (3)$$

可得物、像点的错开量(即位移):

$$\Delta y' = y' - y = (\beta - 1)y. \quad (4)$$

将 $s = s' = r$ 代入 (3) 式得 $\beta = n$, 则

$$\Delta y' = (n - 1)y. \quad (5)$$

由此可知,棒在分界面处的横向位移 $\Delta y'$ 与棒分界面 A 的高轴距离 y 成正比.如图 2 所示.显然,当 $0 < y < r$ 时有 $y' > y$; 当 $-r < y < 0$ 时有 $y' < y$; 当 $y = 0$ 时, $y' = 0$. 于是前述现象 1 得以解释.

为解释偏折现象,设棒和液面成一倾角 α (见图 1. b). 棒在水中的末端 B 的离轴距离为

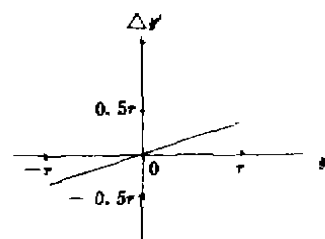


图 2 物像错开量 $\Delta y'$ 与 y 的关系

$y_B, y_B < y_A$, 则从图2可知:

a) 当 $-r < y_B < y_A < 0$ 时, $y_B' < y_B, y_A' < y_A$, 且 $|\Delta y_B'| > |\Delta y_A'|$, 故 A', B' 均位于 A, B 之左, 但 $BB' > AA'$, 因此, 像 $A'B'$ 与物 AB 相比, 看起来是向上偏折, 如图3.a所示.

b) 当 $y_A > 0, y_B < 0$ 时, A, B 位于轴心两侧, 则有 $y_A' > y_A, y_B' < y_B$, A' 位于 A 之右, 而 B' 位于 B 之左, 无论 AA' 和 BB' 大小如何, $A'B'$ 均呈向上偏折, 如图3.b所示.

c) 当 $0 < y_B < y_A < r$ 时, 同样分析可得, $AA' > BB'$, $A'B'$ 也有向上偏折的现象. 如图3.c所示.

显然, 当棒与液面垂直时, $y_A = y_B$, 故 $y_A' = y_B', \Delta y_A' = \Delta y_B'$, 但不为零, 即棒只有错开而不发生偏折.

以上分析了棒的错开和偏折现象, 下面分析棒的放大和变形现象.

由(2)、(3)式得棒的横向放大率

$$\beta = \frac{ns'}{n's} = \frac{nr}{nr - (n-1)s}. \quad (6)$$

β 随 s 变化曲线如图4所示. $s=0$ 时 $\beta=1$, $s=2r$ 时 $\beta = \frac{n}{1-n} = 2$ ($n_{12} = \frac{4}{3}$). 故 β 的变化范围为 $1 \leq \beta \leq 2$. 当 $s=r$ 时, $\beta = n = \frac{4}{3}$. 故水中部份的棒看起来均比实物来得大. 当 s 改变时, β 随 s 增大而增大.

当棒在光轴上移动时, 其像也必然在光轴上, 像的轴向放大率为^[2]

$$a = \frac{n'}{n} \beta^2 = \frac{1}{n} \beta^2. \quad (7)$$

由此可知, a 也随着 s 增大而增大, 当 $0 \leq s \leq 2r$ 时有 $\frac{3}{4} \leq a \leq 3$. 因 $a \neq \beta$, 故观察到的像是变形的. 若棒是圆的, 则像呈椭圆形.

由(2)式可求得像的轴向位移为:

$$\Delta s' = s' - s = \frac{(n-1)(s-r)s}{nr - (n-1)s}. \quad (8)$$

$\Delta s' \sim s$ 变化曲线如图5所示. 当 $s=0$ 或 $s=r$ 时 $\Delta s'=0$, $s=2r$ 时 $\Delta s'=r$. 由图5知, 当 $0 < s < 2r$ 时, $\Delta s' < 0$, 像比物更靠近观察者; 当 $r < s < 2r$ 时, $\Delta s' > 0$ 且 s 增大时, $\Delta s'$ 也增大, 则像离观察者也越远.

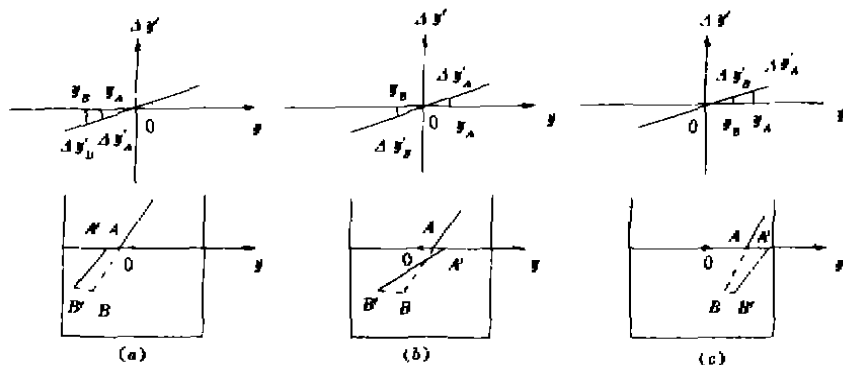


图3 细棒的偏折原理

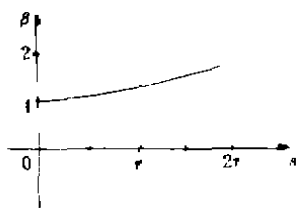


图4 横向放大率 β 随 s 的变化

3 结束语

以上分析了棒在光轴方向及在垂直于光轴方向上发生的错开、偏折、放大及变形等现象和规律. 对于棒在其它任意位置的情形, 可以推知, 棒也产生横向和轴向位移、偏折、放大及变形. 这时棒的位置可由 (s, y) 确定, 而像的位置、大小可由 (s', y') 确定. 同样的分析可得出有关结论.

上述讨论, 忽略了杯壁的厚度, 若计及杯壁的折射, 则物像公式 (1) 应为^[1]

$$\frac{n_2}{s'} - \frac{n_1}{s} = \frac{n - n_1}{r_1} + \frac{n_2 - n}{r_2}, \quad (9)$$

式中 n 为玻璃杯的折射率. 对空气中 $n_1 = n_2 = 1$, 对水中 $n_1 = n_{\text{水}}, n_2 = 1$, 类似的分析也可得出上述结论, 只是运算复杂些而已.

显然, 当 $r \rightarrow \infty, \beta \equiv 1, \Delta y' \equiv 0, s' = \frac{1}{n_{\text{水}}} s$, 即当圆柱形玻璃杯用方形玻璃容器取代时, 则上述错开、偏折、放大、变形等现象不再产生, 但由于平面折射, 仍有偏折 (即“变浅”) 现象存在. 因此, 在做光的折射演示实验时, 应选用方形玻璃容器.

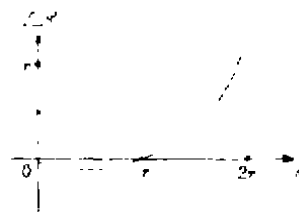


图5 轴向位移 $\Delta s'$ 随 s 的变化

参考文献

- [1] 周国光, 战之龄著. 光学. 北京: 人民教育出版社, 1978.
- [2] 张以谟主编. 应用光学: 上册, 北京: 机械工业出版社, 1982.

Analysis on a Phenomena of Light Refraction by a Cylindrical Surface

Liao Tingdi Su Aiguo

(Fujian Normal University)

Zheng Changqing

(Fujian Education College)

Abstract A small bar in a glass cup with water becomes inclined to one side in the water and two parts of the bar (one in the water and the other in the air) displace with each other on the water surface because of refraction by the cylindrical surface. This phenomena is discussed based on geometrical optics in this paper.

Keywords refraction, optical imaging, geometrical optics, cylindrical surface