

第1章

几何光学基础

第一节 几何光学的基本定律与成像概念

几何光学主要是把光的概念和几何学中的点、线、面有机地联系起来，以光线为基础，用几何的方法来研究光在介质中的传播规律及光学系统的成像特性。

目前使用的光学仪器，绝大多数是应用几何光学原理设计出来的。可以说，几何光学是各种光学仪器设计的理论依据，它为讨论和解决实际问题提供了一种简便的手段。

本章主要介绍几何光学的基本原理、成像理论、光束限制、像差基本理论和典型光学系统等内容。

几何光学把光看作是具有方向的几何线（即光线），从而研究光的传播问题。因此，首先要找出这些光线的传播规律。本节主要介绍几何光学的基本定律、成像的基本概念及球面成像系统。

一、几何光学基本定律

如果用几何光学的方法加以分析，可以把光经过介质的传播问题归结为以下四个基本定律，它们是研究各种光的传播问题和光学系统成像特性的基础。

（一）光的直线传播定律

在各向同性的均匀介质中，光线按直线传播。这就是光的直线传播定律。但这一定律是有局限性的，即当光经过小孔或狭缝时，将不再沿直线

方向传播, 这就是下一章物理光学中所描述的“衍射”现象。

(二) 光的独立传播定律

不同光源发出的光线在空间某点相遇时, 彼此互不影响, 各自独立传播。这就是光的独立传播定律。

(三) 光的折射定律和反射定律

如图 1-1 所示, 当一束光射到两种均匀介质的光滑分界面 (PQ) 上时, 一部分光被反射回原介质, 称为反射光线 (OB); 另一部分光折入第二种介质, 称为折射光线 (OC)。原投射到光滑表面发生折射和反射之前的光称为入射光线 (AO)。NN' 为界面上 O 点处的法线。入射光线、反射光线和折射光线与法线的夹角 I 、 I'' 和 I' 分别称为入射角、反射角和折射角, 它们均以锐角度量, 由光线转向法线, 顺时针为正, 逆时针为负。

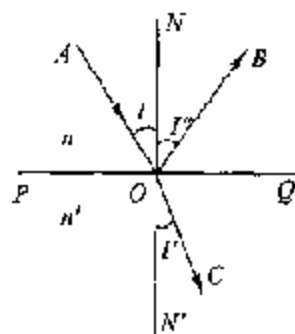


图 1-1 光的反射与折射

反射定律和折射定律可分别表述如下:

1. 反射定律

- (1) 反射光线位于由入射光线和法线所决定的平面内;
- (2) 反射光线和入射光线分居法线两侧, 且反射角与入射角的绝对值相等, 符号相反, 即

$$I'' = -I \quad (1-1)$$

2. 折射定律

- (1) 折射光线位于由入射光线和法线决定的平面内, 折射光线和入射光线分居法线两侧;
- (2) 折射角的正弦与入射角的正弦之比与入射角的大小无关, 仅与两种介质的性质有关, 即

$$\frac{\sin I'}{\sin I} = \frac{n}{n'}$$

通常写为

$$n' \sin I' = n \sin I \quad (1-2)$$

上述四个定律是几何光学的基本定律, 也是本章讨论光线传播和光学成像问题的基础。

利用上述定律, 可以得出光线传播的一个重要原理, 即光路可逆原理。从图 1-1 中可以看出, 若光线在折射率为 n' 的介质中沿 CO 方向入射, 由折射定律可知, 折射光线必沿 OA 方向出射。同样, 若光线在折射

率为 n 的介质中沿 BO 方向入射, 则由反射定律可知, 反射光线必沿 OA 方向出射。由此可见, 光线的传播是可逆的。这就是光路可逆原理。

全反射是光线传播的另一个重要现象。通常把分界面两边折射率较高的介质称为光密介质, 而把折射率较低的介质称为光疏介质。如图 1-2 所示, 当光从光密介质射向光疏介质时, 由于 $n' < n$, 则 $I' > I$ 。当入射角 I 增大到某一程度时, 折射角 I' 达到 90° , 这时的入射角叫临界角, 记为 I_m 。由公式 (1-2) 得

$$\sin I_m = n'/n \quad (1-3)$$

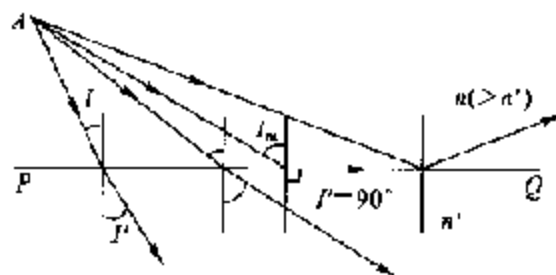


图 1-2 光的全反射现象

若入射角继续增大, 则折射光线消失, 光线全部反射。这就是全反射现象。

光发生全反射的条件可归结为:

- (1) 光线从光密介质射向光疏介质;
- (2) 入射角大于临界角。

全反射现象在光学仪器中有着广泛的应用, 其在光纤传感方面的应用将在第七章中介绍。

二、成像的基本概念

人们在研究光的各种传播现象的基础上, 设计和制造了各种各样的光学仪器, 如显微镜、望远镜等。光学仪器主要用于成像。物体是通过光学系统成像的。光学系统通常由一系列光学元件所组成。常见的光学元件有反射镜、透镜、棱镜等, 如图 1-3 所示。如果组成光学系统的各个光学元件的表面曲率中心在一条直线上, 则称该光学系统为共轴光学系统, 该直线称为光轴。光学系统中大部分为共轴光学系统, 非共轴光学系统较少使用。

图 1-4 所示为一共轴光学系统, 由 O_1 、 O_2 、 $\dots$ 、 O_k 等 k 个面组成。轴上物点 A_1 发出的同心光束, 经过光学系统后成为以 A'_k 为中心的同心光束, A'_k 即为物点 A_1 的完善像点。因此, 光学系统完善成像的条件可表述为: 入射光为同心光束时, 出射光亦为同心光束。



图 1-3 常见光学元件

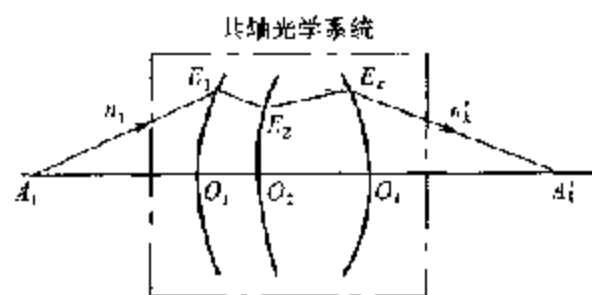


图 1-4 共轴光学系统及其完善成像

根据同心光束的会聚和发散，物、像便有虚、实之分。由实际光线相交所形成的点为实物点或实像点，而由光线的延长线相交所形成的点为虚物点或虚像点。如图 1-5 所示，图 (a) 为实物成实像，图 (b) 为实物成虚像，图 (c) 为虚物成实像，图 (d) 为虚物成虚像的情况。实像能由屏幕或胶片记录，而虚像只能被人眼所观察，不能被记录。虚物不能人为设定，它是前一系统所成实像被当前系统所截而得。实物、虚像对应发散同心光束，虚物、实像对应会聚同心光束。因此，几个系统组合在一起时，前一系统形成的虚像应看成是当前系统的实物。

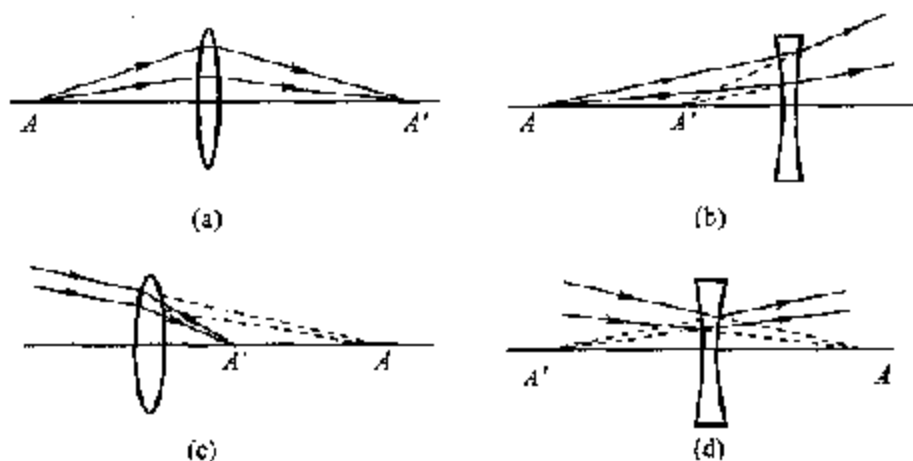


图 1-5 物、像的虚、实

通常，把物体所在的空间称为物空间，像所在的空间称为像空间。由于物、像有虚、实之分，因此物像空间也可分为实物空间、虚物空间、实像空间和虚像空间。

三、球面成像系统

大多数光学系统中的光学元件由球面或平面构成,平面可以看作是半径为无穷大的球面,这样的光学系统称为球面系统。物体经过光学系统成像,实际上是经过球面光学系统逐面折射、反射的结果。为了讨论光学系统的成像规律,必须首先了解单个球面的成像规律。

(一) 基本概念与符号规则

如图 1-6 所示,折射球面 OE 是折射率为 n 和 n' 两种介质的分界面, C 为球面中心, OC 为球面半径,用 r 表示。通过球心 C 的直线即为光轴,光轴与球面的交点 O 称为顶点。通过物点和光轴的截面称为子午面。在子午面内,光线的位置由以下参量确定:

(1) 物方截距:顶点 O 到光线与光轴交点 A 的距离,用 L 表示,即 $L=OA$;

(2) 物方孔径角:入射光线与光轴的夹角,用 U 表示,即 $U=\angle OAE$ 。

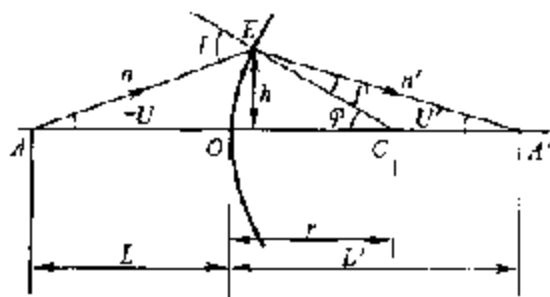


图 1-6 单个折射球面的折射

轴上点 A 发出的光线 AE 经折射面 OE 折射后,与光轴相交于 A' 点。同样,光线 EA' 的位置由像方截距 $L'=OA'$ 和像方孔径角 $U'=\angle OA'E$ 确定。

为了确定光线与光轴的交点在顶点的左边还是右边、光线在光轴的上方还是下边、折射球面是凸的还是凹的,还必须对各参量的正负做出规定,符号规则如下:

(1) 沿轴线段(如 L 、 L' 和 r):规定光线的方向自左向右。若折射面顶点 O 到光线与光轴交点或球心的方向与光线传播方向相同,其值为正,反之为负。故图中 L 为负, L' 、 r 为正。

(2) 垂轴线段(如光线矢高 h):以光轴为基准,在光轴以上为正,在光轴以下为负。

(3) 光线与光轴的夹角(如 U 、 U'):由光轴以锐角转向光线,顺时针为正,逆时针为负。

(4) 光线与法线的夹角 (如入射角 I 、折射角 I' 、反射角 I'')：由光线以锐角转向法线，顺时针为正，逆时针为负。

(5) 光轴与法线的夹角 (如 φ)：由光轴以锐角转向法线，顺时针为正，逆时针为负。

(6) 折射面间隔 (用 d 表示)：由前一面的顶点到后一面的顶点，顺光线方向为正，逆光线方向为负。在折射系统中， d 恒为正。

(二) 单个折射面的光路计算

由图 1-5 可知，在三角形 AEC 中，应用正弦定理可得

$$\sin I = (L - r) \frac{\sin U}{r} \quad (1-4)$$

由折射定律可得

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I \quad (1-5)$$

由图可知， $\varphi = I - U = I' + U'$ ，所以

$$U' = U + I - I' \quad (1-6)$$

在三角形 $A'EC$ 中应用正弦定理得

$$L' = r \left(1 + \frac{\sin I'}{\sin U'} \right) \quad (1-7)$$

公式 (1-4) 至 (1-7) 即为子午面内光线的光路计算基本公式。给出一组 L 和 U ，便可求出一组相应的 L' 和 U' 。由于整个系统具有轴对称性，故以 A 为顶点、 $2U$ 为顶角的圆锥面上的所有光线经折射后均会聚于 A' 点。此外，当 L 一定时， L' 是 U 的函数。因此，同一物点发出的不同孔径的光线，经折射后具有不同的 L' 值，如图 1-7 所示。即同心光束经折射后，出射光束不再是同心光束，这表明，单个折射球面对轴上物点成像是完善的，这种现象称为“球差”。

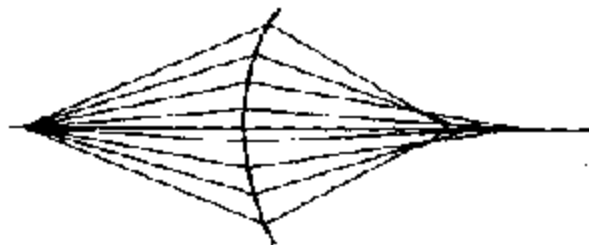


图 1-7 轴上点成像的不完善性

(三) 近轴光线经单个折射面的光路计算

当孔径角 U 很小时， I 、 I' 和 U' 都很小，这时，光线在光轴附近很小的区域内，这个区域称为近轴区，近轴区内的光线称为近轴光线。由于近轴光线的有关角度量都很小，故公式 (1-4) 至 (1-7) 中的角度正弦值

可用相应的弧度值来代替,并用相应小写字母表示,于是得

$$i = \frac{l-r}{r}u \quad (1-8)$$

$$i' = \frac{n}{n'}i \quad (1-9)$$

$$u' = u - i - i' \quad (1-10)$$

$$l' = r \left(1 + \frac{i'}{u'} \right) \quad (1-11)$$

由这组公式可知,在近轴区内,对一给定的 l 值,不论 u 为何值, l' 均为定值。这表明,轴上物点在近轴区内以细光束成像是完善的,这个像通常称为高斯像。这样一对构成物像关系的点称为共轭点。在近轴区内有

$$l'u' = lu = h \quad (1-12)$$

依此将式 (1-8) 和式 (1-11) 中的 i 和 i' 代入式 (1-9), 得

$$n' \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'} \right) = n \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l} \right) = Q \quad (1-13)$$

$$n'u' - nu = (n' - n) \frac{h}{r} \quad (1-14)$$

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \quad (1-15)$$

式 (1-13) 中的 Q 称为阿贝不变量,该式表明,对于单个折射球面,物空间与像空间的阿贝不变量 Q 相等,其值随共轭点的位置而异。式 (1-14) 表示了物、像方孔径角的关系。这两个公式在以后均有重要应用。

式 (1-15) 表示物、像位置关系,已知物体位置 l , 可求出其共轭像的位置 l' ; 反之亦然。

(四) 单个折射面的成像特性

1. 垂轴放大率 β

在近轴区内,垂直于光轴的平面物体可以用子午面内的垂轴小线段 AB 表示,经球面折射后所成像 $A'B'$ 垂直于光轴 AOA' 。由轴外物点 B 发出的通过球心 C 的光线必定通过 B' 点。如图 1-8 所示,令 $AB=y$, $A'B'=y'$, 于是定义垂轴放大率 β 为像的大小与物体的大小之比,即

$$\beta = \frac{y'}{y} \quad (1-16)$$

因为 $\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$, 则

$$-\frac{y'}{y} = \frac{l' - r}{r - l}$$

利用式 (1-13), 得

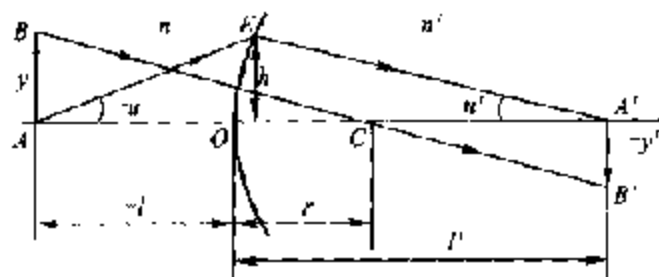


图 1-8 近轴区有限大小物体经过单个折射球面的成像

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{nl'}{n'l} \quad (1-17)$$

由此可见,垂轴放大率仅取决于共轭面的位置。在一对共轭面上, β 为常数。

根据 β 的定义及式 (1-17), 可以确定物体的成像特性, 即像的正倒、虚实、放大与缩小:

(1) 若 $\beta > 0$, 即 y' 与 y 同号, 表示成正像; 反之, y' 与 y 异号, 表示成倒像。

(2) 若 $\beta > 0$, 即 l' 与 l 同号, 物像虚实相反; 反之, l' 与 l 异号, 物像虚实相同。

(3) 若 $|\beta| > 1$, 则 $|y'| > |y|$, 成放大的像; 反之, $|y'| < |y|$, 成缩小的像。

2. 轴向放大率 α

轴向放大率表示光轴上一对共轭点沿轴向移动量之间的关系, 它定义为物点沿光轴作微小移动 dl 时, 所引起的像点移动量 dl' 与物点移动量 dl 之比, 用 α 表示, 即

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} \quad (1-18)$$

对于单个折射球面, 将式 (1-15) 两边微分, 得轴向放大率:

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} = \frac{nl'^2}{n'l^3} \quad (1-19)$$

由此可得, 轴向放大率与垂轴放大率之间的关系为

$$\alpha = \frac{n'}{n} \beta^2 \quad (1-20)$$

结论:

(1) 折射球面的轴向放大率恒为正, 当物点沿轴向移动时, 其像点沿光轴同方向移动;

(2) 轴向放大率与垂轴放大率不等, 空间物体成像时要变形。如, 一个正方体成像后不再是正方体。

3. 角放大率 γ

在近轴区内, 角放大率定义为一对共轭光线与光轴的夹角 u' 与 u 之比值, 用 γ 表示, 即

$$\gamma = \frac{u'}{u} \quad (1-21)$$

利用式 (1-12) 得

$$\gamma = \frac{l'}{l} = \frac{n}{n'} \frac{-}{\beta} \quad (1-22)$$

角放大率表示折射球面将光束变宽或变细的能力。上式表明, 角放大率只与共轭点的位置有关, 而与光线的孔径角无关。

垂轴放大率、轴向放大率与角放大率三者之间不是孤立的, 而是密切联系的, 即

$$\alpha\gamma = \beta \quad (1-23)$$

由式 (1-12) 和 (1-17) 可得

$$ny = n'u'y' = J \quad (1-24)$$

该式表明, 在物像共轭面内, 物体大小 y 、成像光束的孔径角 u 与物体所在介质的折射率 n 的乘积为一常数 J , 称为拉格朗日-赫姆霍兹不变量, 简称拉赫不变量。它是表征光学系统性能的一个重要参数。

(五) 球面反射镜成像

在由折射定律得出的结论中, 只要令 $n' = -n$, 就可得到满足反射定律的结论。利用这一结论, 可以得出以下球面反射镜 (简称球面镜) 的成像特性。

1. 物像位置公式

在式 (1-15) 中令 $n' = -n$, 则得球面镜的物像位置公式为

$$\frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} \quad (1-25)$$

通常, 球面镜分为凸面镜 ($r > 0$) 和凹面镜 ($r < 0$)。其物像关系如图 1-9 所示。

2. 成像放大率

将 $n' = -n$ 分别代入式 (1-17)、式 (1-19) 和式 (1-22) 得

$$\left. \begin{aligned} \beta &= \frac{l'}{l} \\ \alpha &= -\frac{l'^2}{l^2} = -\beta^2 \\ \gamma &= -\frac{1}{\beta} \end{aligned} \right\} \quad (1-25)$$

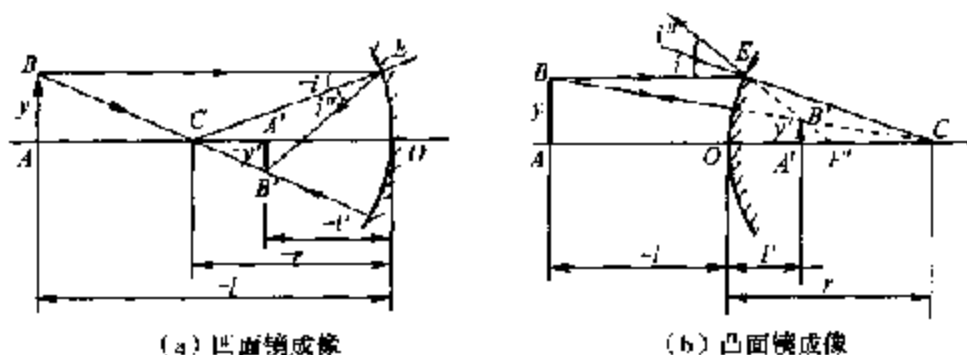


图 1-9 球面镜成像

由此可见, 球面反射镜的轴向放大率 $\alpha < 0$ 。这表明, 当物体沿光轴移动时, 像总是以相反的方向移动。

以上只讨论了单个折、反射球面的光路计算及成像特性, 它对构成光学系统的每个球面都适用。在共轴球面系统中, 只要找到相邻两个球面之间的光路关系, 就可以解决整个光学系统的光路计算问题, 分析其成像特性。

第二节 理想光学系统

几何光学的主要内容是研究光学系统的成像问题。为了更好地探讨光学系统的成像规律, 可暂时抛开光学系统的具体结构, 将一般仅在近轴区存在的完善成像理论拓展到任意大的空间。把这样一个使空间任意大的物体以任意宽的光束都能成完善像的光学系统称为理想光学系统。本节主要介绍理想光学系统的主要光学参数、成像关系、放大率、光组组合和透镜。

一、理想光学系统与共线成像理论

在理想光学系统中, 任何一个物点发出的光线在系统的作用下所有的出射光线仍然相交于一点。由光路的可逆性和折、反射定律中光线方向的不确定性可得出每一个物点对应于唯一的一个像点。通常将这种物像对应关系叫做“共轭”。如果光学系统的物空间和像空间都是均匀透明介质, 则入射光线和出射光线均为直线。根据光线的直线传播定律及点对应点的物像空间关系可推出直线成像为直线、平面成像为平面的性质。这种点对应点、直线对应直线、平面对应平面的成像关系称为共线成像。

对于实际使用的共轴光学系统, 由于系统的对称性, 共轴理想光学系统所成的像还有如下的性质 (如图 1-10 所示):

(1) 位于光轴上的物点对应的共轭像点也必然位于光轴上; 位于过光轴的某一个截面内的物点对应的共轭像点必位于该物点所在平面的共轭像



图 1-10 共线成像

面内；垂直于光轴的物平面，它的共轭像平面也必然垂直于光轴。

(2) 垂直于光轴的平面物所成的共轭平面像的几何形状完全与物相似。

(3) 一个共轴理想光学系统，如果已知两对共轭面的位置和放大率，或者已知一对共轭面的位置和放大率及轴上两对共轭点的位置，则其他一切物点的像点都可以根据这些已知的共轭面和共轭点来表示。

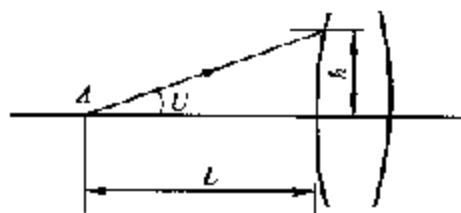
二、理想光学系统的基点与基面

上面的讨论中并没有限定要预知什么样的共轭面和共轭点，它们可以是任选的。但为了应用方便，一般采用一些特殊的共轭面和共轭点来讨论光学系统的成像特性。光学上，把这些表征光学系统特性的点、面称为基点和基面。

【一】焦点、焦平面、主点、主平面、焦距

如图 1-11 所示， h 是轴上物点 A 发出的一条入射光线的投射高度，由三角关系近似有

$$\tan U = \frac{h}{L}$$

图 1-11 h 、 L 和 U 的关系

当 $L \rightarrow \infty$ ，即物点 A 向无限远处左移时，由于任何光学系统的口径大小有限，所以 $U \rightarrow 0$ ，即无限远轴上物点发出的光线都与光轴平行。

1. 像方焦点、焦平面；像方主点、主平面；像方焦距

如图 1-12 所示， AB 是一条平行于光轴的入射光线，它通过理想光学系统后，出射光线 $E'F'$ 交光轴于 F' 。由理想光学系统的成像理论可知， F' 就是无限远轴上物点的像点，称为像方焦点。过 F' 作垂直于光轴的平

面,称为像方焦平面,这个焦平面就是与无限远处垂直于光轴的物平面共轭的像平面。

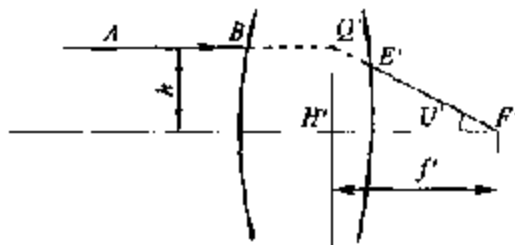


图 1-12 理想光学系统的像方参数

将入射光线 AB 与出射光线 $E'F'$ 反向延长,则两条光线必相交于一点,设此点为 Q' ,过 Q' 作垂直于光轴的平面交光轴于 H' 点, H' 称为像方主点, $Q'H'$ 平面称为像方主平面,从主点 H' 到焦点 F' 之间的距离称为像方焦距,通常用 f' 表示,其符号遵从符号规则,像方焦距 f' 的起算原点是像方主点 H' ,设入射光线 AB 的投射高度为 h ,出射光线 $E'F'$ 的孔径角为 U' ,于是有

$$f' = \frac{h}{\tan U'} \quad (1-27)$$

与轴上物点的情况类似,由于光学系统的口径大小总是有限的,所以无限远轴外物点发出的、能进入光学系统的光线总是相互平行的,且与光轴有一定的夹角,如图 1-13 所示。这一束相互平行的光线经过系统以后,一定相交于像方焦平面上的某一点,这一点就是无限远轴外物点的共轭像点。

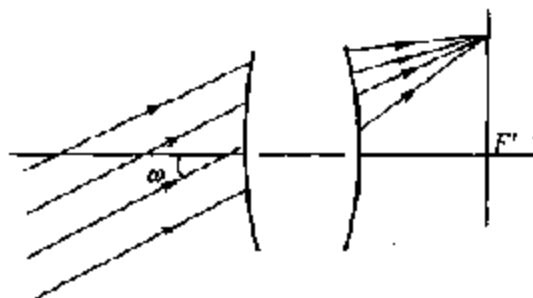


图 1-13 无限远轴外物点发出的光束

2. 物方焦点、焦平面;物方主点、主平面;物方焦距

如果轴上某一物点 F 的共轭像点位于轴上无限远,如图 1-14 所示,则 F 称为物方焦点。通过 F 且垂直于光轴的平面称为物方焦平面,它和无限远垂直于光轴的像平面共轭。设由焦点 F 发出的入射光线的延长线与相应的平行于光轴的出射光线的延长线相交于 Q 点,过 Q 点作垂直于光轴的平面交光轴于 H 点, H 点称为理想光学系统的物方主点, QH 平面称为物

方主平面。由物方主点 H 起算到物方焦点 F 间的距离称为理想光学系统的物方焦距，用 f 表示，其正负由符号规则确定。如果由 F 发出的入射光线的孔径角为 U ，其相应的出射光线在物方主平面上的投射高度为 h ，则有

$$f = \frac{h}{\tan U} \quad (1-23)$$

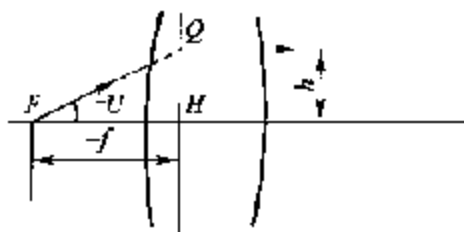


图 1-14 理想光学系统的物方参数

此外，物方焦平面上任何一点发出的光线，通过理想光学系统后是一组相互平行的光线，它们与光轴的夹角大小反映了轴外点离开轴上点的距离。

(二) 物方主平面与像方主平面的关系

在图 1-15 中做出一投射高度为 h 且平行于光轴的光线入射到理想光学系统，相应的出射光线必通过像方焦点 F' ；过物方焦点 F 作一条入射光线，并且调整这条入射光线的孔径角，使得相应出射光线的投射高度也是 h 。这样，两条入射光线都经过 Q 点，相应的两条出射光线都经过 Q' ，所以 Q 与 Q' 就是一对共轭点，因此物方主平面与像方主平面是一对共轭面，且 QH 与 $Q'H'$ 相等并在光轴的同一侧。所以，一对主平面的垂轴放大率为 -1 ，即出射光线在像方主平面上的投射高度一定与入射光线在物方主平面上的投射高度相等。

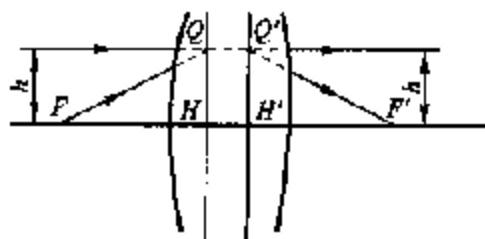


图 1-15 物方与像方主平面的关系

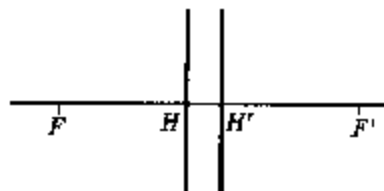


图 1-16 理想光学系统的简化图

一对主平面，加上无限远轴上物点和像方焦点 F' ，以及物方焦点 F 和无限远轴上像点这两对共轭点，就是最常用的共轴系统的基点。它们构成了一个光学系统的基本模型，是可以与具体的系统相对应的。不同的光学系统，只表现为这些基点的相对位置不同，焦距不等而已。根据它们能找出物空间任意物点的像。因此，如果已知一个共轴系统的一对主平面和两

个焦点位置，它的成像性质就完全确定。所以，通常总是用一对主平面和两个焦点位置来代表一个光学系统，如图1-16所示。

三、理想光学系统的物像关系

几何光学中的一个基本内容是求像，即对于确定的光学系统，给定物体位置、大小、方向，求其像的位置、大小、正倒及虚实。对于理想光学系统，已知物求其像有以下方法。

(一) 图解法求像

已知一个理想光学系统的主点（主面）和焦点的位置，利用光线通过它们后的性质，对物空间给定的点、线和面，通过画图追踪典型光线求成像的方法称为图解法求像。可供选择的典型光线和可利用的性质主要有：①平行于光轴入射的光线经过系统后过像方焦点；②过物方焦点的光线经过系统后平行于光轴；③倾斜于光轴入射的平行光束经过系统后交于像方焦平面上的一点；④自物方焦平面上一点发出的光束经系统后成倾斜于光轴的平行光束；⑤共轭光线在主面上的投射高度相等。

在理想成像的情况下，从一点发出的一束光线经光学系统后仍交于一点。因此要确定像点位置，只需求出由物点发出的两条特定光线在像方空间的共轭光线，它们的交点就是该物点的像点。

1. 轴外点 B 或垂轴线段 AB 的图解法求像

如图1-17所示，有一垂轴物体 AB 被光学系统成像。可选取由轴外点 B 发出的两条典型光线，一条由 B 发出通过物方焦点 F ，它经系统后的共轭光线平行于光轴；另一条由 B 点发出平行于光轴，它经系统后的共轭光线过像方焦点 F' 。在像空间这两条光线的交点 B' 即是 B 的像点。过 B' 点作光轴的垂线 $A'B'$ 即为物 AB 的像。

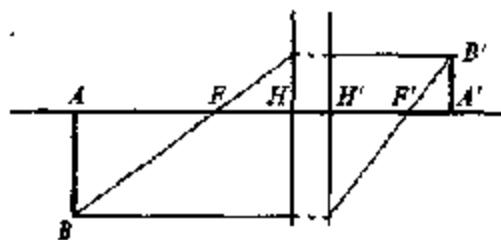


图1-17 轴外点图解法求像

2. 轴上点的图解法求像

由轴上点 A 发出的任一条光线 AM 通过光学系统后的共轭光线为 $M'A'$ ，其和光轴的交点 A' 即为 A 点的像，如图1-18所示，可以有两种图解方法。具体作图过程大家可以分析。

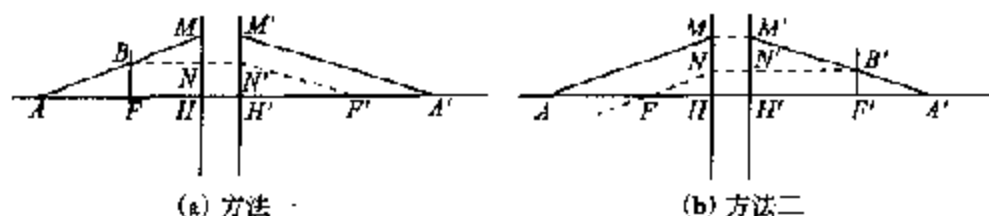


图 1-18 轴上点的图解法求像

(二) 解析法求像

由共轴理想光学系统成像理论可知，只要知道了主平面这一对共轭面以及无限远物点与像方焦点、物方焦点与无限远像点这两对共轭点，则其他一切物点的像点都可以用这些已知的共轭面和共轭点来表示。这就是解析法求像的理论依据。

如图 1-19 所示，有一垂轴物体 AB ，其高度为 $-y$ ，它被一已知的光学系统成一正像 $A'B'$ ，其高度为 y' 。

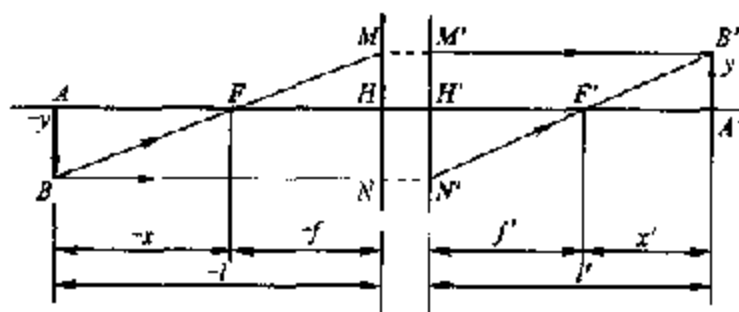


图 1-19 解析法求像

按照物（像）位置中坐标原点选取的不同，解析法求像的公式有两种，一种为牛顿公式，它是以焦点为坐标原点的；一种为高斯公式，它是以主点为坐标原点的。

1. 牛顿公式

物和像的位置相对于光学系统的焦点来确定，即以物点 A 到物方焦点的距离 AF 为物距，以符号 x 表示；以像点 A' 到像方焦点 F' 的距离 $A'F'$ 作为像距，用 x' 表示。物距 x 和像距 x' 的正负号是以相应焦点为原点来确定的。图 1-19 中， $x < 0$ ， $x' > 0$ 。

由两对相似三角形 $\triangle BAF$ 与 $\triangle MHF$ 、 $\triangle H'N'F'$ 与 $\triangle A'B'F'$ 可得

$$-\frac{y'}{y} = -\frac{f}{x}, -\frac{y'}{y} = \frac{x'}{f'} \quad (1-29)$$

由此可得

$$xx' = ff' \quad (1-30)$$

这就是牛顿公式。

2. 高斯公式

物像位置相对于光学系统的主点来确定, 以 l 表示物点 A 到物方主点 H 的距离, 以 l' 表示像点 A' 到像方主点 H' 的距离。 l 和 l' 的正负以相应的主点为坐标原点来确定, 图 1-19 中, $l < 0$, $l' > 0$ 。由图 1-19 可得

$$x = l - f, x' = l' - f'$$

代入牛顿公式得

$$\frac{f'}{l'} = \frac{f}{l} = -1 \quad (1-31)$$

这就是高斯公式。

(三) 理想光学系统两焦距之间的关系

图 1-20 是轴上点 A 经理想光学系统成像于 A' 的光路, 由图可见

$$(x + f) \operatorname{tg} U = (x' - f') \operatorname{tg} U'$$

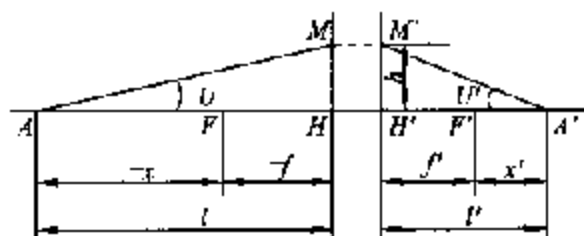


图 1-20 两焦距的关系

将式 (1-29) 中的 $x = -f (y/y')$ 和 $x' = -f' (y'/y)$ 代入上式得

$$fy \operatorname{tg} U = -f' y' \operatorname{tg} U' \quad (1-32)$$

在近轴区, 正切值可用角度的弧度值来代替, 于是有

$$fyu = -f' y' u' \quad (1-33)$$

根据拉氏公式 $nyu = n'y'u'$, 可得出物方焦距和像方焦距之间的关系式

$$\frac{f'}{f} = \frac{n'}{n} \quad (1-34)$$

此式表明: 光学系统两焦距之比等于相应空间介质折射率之比。当光学系统处于同一介质中时, 即 $n' = n$, 则 $f' = -f$ 。

根据式 (1-34), 式 (1-32) 可写成

$$ny \operatorname{tg} U = n' y' \operatorname{tg} U' \quad (1-35)$$

这就是理想光学系统的拉赫公式。

四、理想光学系统的放大率

理想光学系统的放大率也可分为垂轴放大率、轴向放大率和角放大率三种。

(一) 垂轴放大率

由牛顿公式得出的垂轴放大率公式为

$$\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{f}{x} = -\frac{x'}{f'} \quad (1-36)$$

由高斯公式得出的垂轴放大率公式为

$$\beta = -\frac{f}{f'} \frac{l'}{l} \quad (1-37)$$

(二) 轴向放大率

由前面的讨论可知, 当物平面沿光轴作一微小的移动 dx 或 dl 时, 其像平面就移动一相应的距离 dx' 或 dl' 。通常定义两者之比为轴向放大率, 用 α 表示, 即

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = \frac{dl'}{dl} \quad (1-38)$$

当物平面的移动量 dx 很小时, 可将牛顿公式微分来导出轴向放大率, 于是得

$$\alpha = -\frac{x'}{x}$$

将牛顿公式的垂轴放大率公式代入上式得

$$\alpha = -\beta^2 \frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n} \beta^2 \quad (1-39)$$

如果理想光学系统的物方空间与像方空间的介质相同, 则式 (1-39) 可简化为

$$\alpha = -\beta^2 \quad (1-40)$$

上式表明, 一个小的正方体的像一般不再是正方体。除非正方体处于 $\beta = \pm 1$ 位置。

(三) 角放大率

过光轴上一对共轭点, 任取一对共轭光线 AM 和 $M'A'$, 如图 1-21 所示, 其与光轴的夹角分别为 U 和 U' , 这两个角度正切之比定义为这一对共轭点的角放大率, 以 γ 表示为

$$\gamma = \frac{\tan U'}{\tan U} \quad (1-41)$$

由式 (1-35) 可得

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta} \quad (1-42)$$

在确定的光学系统中, 因为垂轴放大率只随物体位置而变化, 所以角

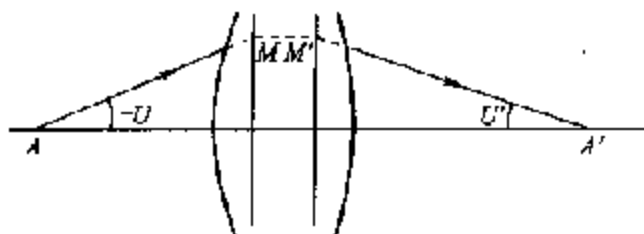


图 1-21 光学系统的角放大率

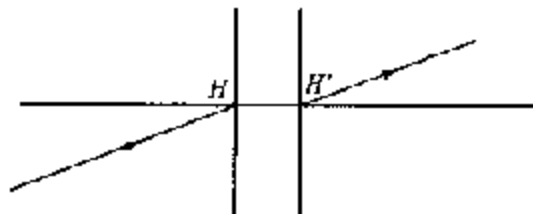
放大率也仅随物像位置而异, 在同一对共轭点上, 任一对共轭光线与光轴夹角 U' 和 U 的正切之比恒为常数。式 (1-39) 与式 (1-42) 的左右两端分别相乘可得

$$\alpha\gamma = \beta \quad (1-43)$$

上式就是理想光学系统的三种放大率之间的关系式。

(四) 光学系统的节点

光学系统中角放大率等于 +1 的一对共轭点称为节点。若光学系统物方空间与像方空间的介质相同, 则式 (1-42) 可简化为 $\gamma = 1/\beta$, 此时, 当 $\beta = 1$ (即共轭面是主平面) 时, $\gamma = 1$, 此时主点即为节点。其物理意义是过主点的入射光线经系统后出射方向不变, 如图 1-22 所示。

图 1-22 $n=n'$ 时过主点 (节点) 的光线

光学系统物方空间折射率与像方空间折射率不相同, 角放大率 $\gamma \neq 1$ 的物像共轭点 (即节点) 不再与主点重合。根据式 (1-42)、式 (1-29) 和式 (1-34) 可求得这对节点的位置为

$$x_H = f', x_{H'} = f \quad (1-44)$$

对于焦距为正的光学系统, 即 $f' > 0$ 的系统, 因 $x_H = f' > 0$, 所以物方节点 H 位于物方焦点之右相距 $|f'|$ 之处; 又因 $x_{H'} = f < 0$, 所以像方节点 H' 位于像方焦点之左相距 $|f|$ 之处, 如图 1-23 所示。过节点的共轭光线是彼此平行的。

一对节点与前面讲的一对主点和一对焦点, 统称为光学系统的基点。知道它们的位置以后, 就能充分了解理想光学系统的成像性质。

五、理想光学系统的组合

在光学系统的应用中, 时常将两个或两个以上的光学系统组合在一起

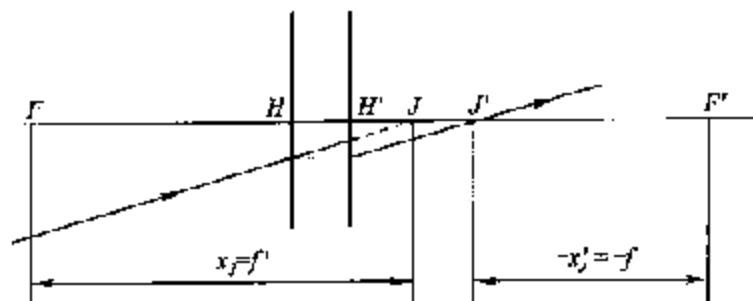


图 1-23 过节点的光线

使用。它相当于一个怎样的等效系统？它的等效焦距是多少？它的等效焦点、等效主点又在什么地方？这是常常遇到的问题。下面主要讨论两个光组的组合焦距公式，以及多光组组合的计算方法。

(一) 两个光组组合

假定两个已知光学系统的焦距分别为 f_1 、 f'_1 和 f_2 、 f'_2 ，如图 1-24 所示。两个光学系统间的相对位置用第一个系统的像方焦点 F'_1 距第二个系统的物方焦点 F_2 的距离 Δ 表示，称为光学间隔。 Δ 的符号规则是以 F'_1 为起算原点，计算到 F_2 ，由左向右为正。图中其余有关线段都按各自的符号规则进行标注，并分别用 f 、 f' 表示组合系统的物方焦距和像方焦距，用 F 、 F' 表示组合系统的物方焦点和像方焦点。

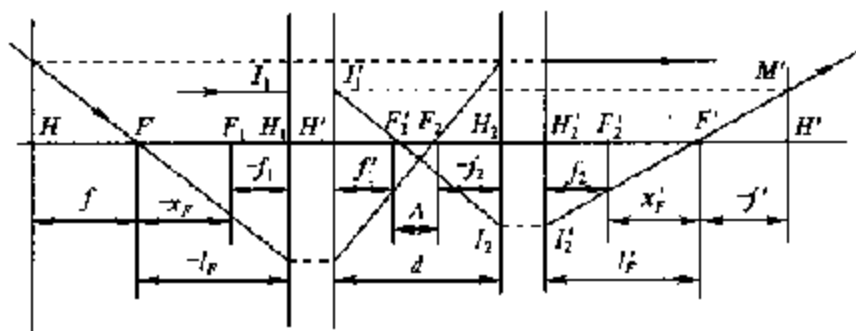


图 1-24 两光组组合

首先求像方焦点 F' 的位置。根据焦点的性质，平行于光轴入射的光线，通过第一个系统后，一定通过 F'_1 ，然后再通过第二个光学系统，其出射光线与光轴的交点就是组合系统像方焦点 F' 。 F'_1 和 F' 对第二个光学系统来讲是一对共轭点。应用牛顿公式，并考虑符号规则，有

$$x'_F = -\frac{f_1 f'_2}{\Delta} \quad (1-45)$$

利用上式就可求得系统像方焦点 F' 的位置。

至于物方焦点 F 的位置，根据经过 F 点的光线通过整个系统后一定平行于光轴可知，该光线通过第一个系统后一定经过 F_2 点，再对第一个系统利用牛顿公式有

$$x_F = \frac{f_1 f_1'}{\Delta} \quad (1-46)$$

利用上式可求得系统的物方焦点 F 的位置。

焦点位置确定后, 只要求出焦距, 主平面位置也就确定了。由前面内容可知, 平行于光轴的人射光线和出射光线的延长线的交点 M' , 一定位于像方主平面上。由图 1-24 可得

$$\frac{-f'}{f_2' - x_F} = \frac{f_1'}{\Delta} \frac{1}{f_2}$$

将式 (1-45) 代入上式, 得

$$f' = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} \quad (1-47)$$

同理可得

$$f = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad (1-48)$$

两个系统间相对位置有时也用两主平面之间的距离 d 表示。 d 的符号规则是以第一系统的像方主点 H_1' 为起算原点, 计算到第二个系统的物方主点 H_2 , 顺光路为正。具体计算过程就不在这里分析了。当两个系统位于同一种介质中时, $f_2' = -f_2$, 故有

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{f_2'} = \frac{d}{f_1' f_2'} \quad (1-49)$$

通常用 Φ 表示像方焦距的倒数, $\Phi = 1/f'$, 称为光焦度。

由图 1-24 可得

$$l_F' = f_2' + x_F' = f_2' - \frac{f_2' f_2}{\Delta}$$

根据式 (1-47) 及 $\Delta = d - f_1' - f_2'$ 得

$$l_F' = f' \left(1 - \frac{d}{f_1'} \right) \quad (1-50)$$

同理可得

$$l_F = f \left(1 + \frac{d}{f_2} \right) \quad (1-51)$$

由图 1-24 和式 (1-50)、(1-51) 可得主平面位置为

$$l_H' = -f' \frac{d}{f_1'} \quad (1-52)$$

$$l_H = f \frac{d}{f_2}$$

(二) 多光组组合计算

当多于两个的光组组合成一个系统时, 再沿用前面两个光组的合成方

法,会很复杂,而且也不实用。这里介绍一种基于计算来求组合系统的方法。

为求出组合系统的焦距,可以追迹一条投射高度为 h_1 的平行于光轴的光线。只要计算出最后的出射光线与光轴的夹角(称为孔径角) U'_k , 则

$$f' = \frac{h_1}{\text{tg} U'_k} \quad (1-53)$$

这里下标 k 表示该系统中的光组数目; 投射高度 h_1 是人射光线在第一个光组主面上的投射高度, 如图 1-25 所示。

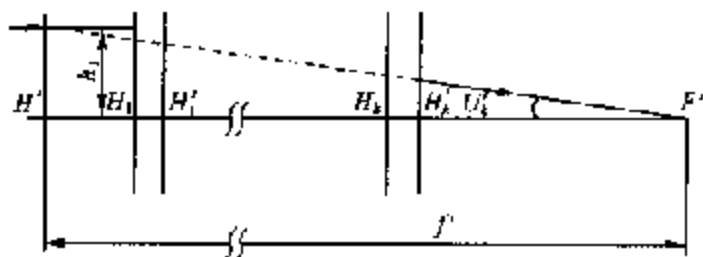


图 1-25 组合系统的焦距

当系统处于同一种介质中时, 对任意一个单独的光组来说, 高斯公式(1-31)可写成

$$1/l' - 1/l = 1/f'$$

上式两边同乘以共轭点的光线在其上的投射高度 h 有

$$\frac{h}{l'} - \frac{h}{l} = \frac{h}{f'}$$

又因为 $\text{tg} U' = h/l'$, $\text{tg} U = h/l$, 所以

$$\text{tg} U' = \text{tg} U + \frac{h}{f'} \quad (1-54)$$

对于多个光组, 利用 $l_k = l'_{k-1} = d_{k-1}$ 和 $\text{tg} U'_{k-1} = \text{tg} U_k$, 可以得到同一条计算光线在相邻两个光组上的投射高度之间的关系为

$$h_k = h_{k-1} - d_{k-1} \text{tg} U'_{k-1} \quad (1-55)$$

如将式(1-54)和(1-55)连续用于3个光组的组合系统, 任取 h_1 , 并令 $\text{tg} U_1 = 0$, 则有

$$\left. \begin{aligned} \text{tg} U'_1 &= \text{tg} U_1 + \frac{h_1}{f'_1} \\ h_2 &= h_1 - d_1 \text{tg} U'_1 \\ \text{tg} U'_2 &= \text{tg} U_2 + \frac{h_2}{f'_2} \\ h_3 &= h_2 - d_2 \text{tg} U'_2 \\ \text{tg} U'_3 &= \text{tg} U_3 + \frac{h_3}{f'_3} \end{aligned} \right\} \quad (1-56)$$

这个算法称为正切算法。

六、透 镜

透镜是构成系统的最基本单元，它是由两个折射面包围一种透明介质（例如玻璃）所形成的光学零件。折射面可以是球面（包括平面）和非球面。因球面加工和检验较为简单，故透镜折射面多为球面。

透镜按其对光线的作用分为两类，对光线有会聚作用的称为会聚透镜，它的光焦度 Φ 为正值，亦称正透镜；对光线有发散作用的称为发散透镜，它的光焦度 Φ 为负值，亦称负透镜。

按形状，正透镜分双凸、平凸、凹凸（正月牙）等三种；负透镜分双凹、平凹、凸凹（负月牙）等三种（见图 1-26）。一般，正透镜沿光轴的厚度比边缘厚度大，负透镜则边缘厚度比中间厚度大。

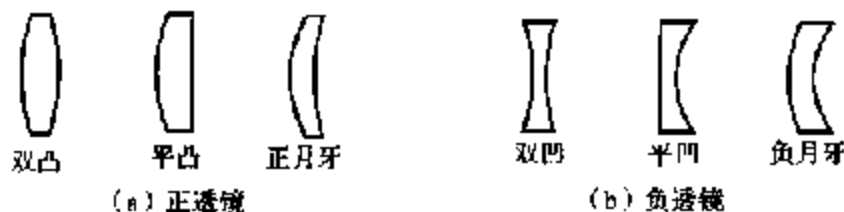


图 1-26 正、负透镜

把透镜的两个折射球面看作是两个单独的光组，只要分别求出它们的焦距和基点位置，再应用前面的光组组合公式就可以求得透镜的焦距和基点位置。

不难分析，由单个折射球面构成的系统，其两个主面都重合于球面的顶点，其焦距可利用单个折射球面的成像公式（1-15）得出。即只要令 $l(l')$ 为无穷大，就有 $l' \rightarrow f'$ 或 $l \rightarrow f$ 。假定透镜放在空气中，即 $n_1 = n_2' = 1$ ；透镜材料折射率为 n ，即 $n_1' = n_2 = n$ ，则

$$f_1 = -\frac{r_1}{n-1}, f_1' = \frac{nr_1}{n-1}$$

$$f_2 = \frac{nr_2}{n-1}, f_2' = \frac{r_2}{n-1}$$

透镜的光学间隔 $\Delta = d - f_1' + f_2$ 。

根据上述关系式，由式（1-47）可得透镜的焦距公式为

$$f' = -f = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta} = \frac{nr_1 r_2}{(n-1)[n(r_2 - r_1) + (n-1)d]} \quad (1-57)$$

将上式写成光焦度的形式，有

$$\Phi = \frac{1}{f'} = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) - \frac{(n-1)^2}{n} d \rho_1 \rho_2 \quad (1-58)$$

式中, ρ 为球面曲率半径的倒数。

根据式 (1-50)、(1-51), 可求得焦点位置为

$$l'_f = f' \left(1 - \frac{n}{n'} d \rho_1 \right) \quad (1-59)$$

$$l_f = f \left(1 + \frac{n-1}{n} d \rho_2 \right)$$

根据式 (1-52) 可得到主面位置为

$$l'_H = f' \frac{n-1}{n} d \rho_1 \quad (1-60)$$

$$l_H = f \frac{n-1}{n} d \rho_2$$

实际应用中的透镜其厚度是比较小的, 与焦距或曲率半径相比是一个很小的数值, 由式 (1-58) 可知, 有厚度 d 的一项远小于另一项, 故此项可忽略。这种忽略厚度不计的透镜称为薄透镜。这使许多问题大为简化, 在像差理论中有重要意义。当 $d \rightarrow 0$ 时, 式 (1-58) 可写为

$$\Phi = (n-1)(\rho_1 - \rho_2) \quad (1-61)$$

此时, 由式 (1-60) 可得 $l'_H = l_H = 0$, 即主面和球面顶点重叠在一起。因此, 薄透镜的光学性质仅由焦距或光焦度决定。

第三节 平面与平面系统

光学系统除利用球面光学元件 (如透镜和球面镜等) 实现对物体的成像要求外, 还常用到各种平面光学元件, 如平面反射镜、平行平板、反射棱镜、折射棱镜和光楔等。这些平面光学元件主要用于改变光路方向, 使倒像转换为正像或产生色散进行光谱分析等。下面分别讨论这些平面光学元件的成像特性。

一、平面镜成像

平面镜是平面反射镜的简称, 它是唯一能成完善像的最简单的光学元件, 即物体上任意一点发出的同心光束经平面镜后仍为同心光束。如图 1-27 所示, 物体上任一点 A 发出的同心光束被平面镜反射, 光线 AP 沿 PA 方向原光路返回, 光线 AQ 以入射角 i 入射, 经反射后沿 QR 方向出射, 延长 AP 和 RQ 交于 A' 。由反射定律及几何关系容易

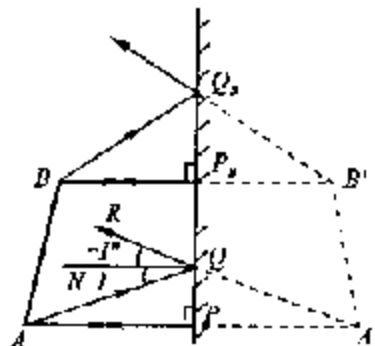


图 1-27 平面镜成像

证明 $AP=A'P$, $AQ=A'Q$ 。同样可证明由 A 点发出的另一条光线 AO 经反射后, 其反射光线的延长线必交于 A' 点。这表明由 A 点发出的同心光束经平面镜反射后, 变换为以 A' 为中心的同心光束。因此, A' 为物点 A 的完善像点。同样可以证明 B' 点为 B 点的完善像点。由于物体上每点都成完善像, 所以整个物体也成完善像。显然, 实物成虚像, 虚物成实像。

令 $r = \infty$, 由球面镜的物像位置公式 (1-25) 和放大率公式 (1-26) 可得

$$l' = -l \quad \beta = 1$$

这说明正立的像与物等距离的分布在镜面的两边, 大小相等, 虚实相反。因此, 像与物完全对称于平面镜。

由于这种对称性, 使一个右手坐标系的物体, 变换成左手坐标系的像, 就像照镜了一样, 这种像称为镜像。如图 1-28 所示, 一个右手坐标系 $O-xyz$, 经平面镜 M 后, 其像为一个左手坐标系 $O'-x'y'z'$ 。当正对着物体即沿 zO 方向观察物时, y 轴在左边; 而当正对着像即沿 $z'O'$ 方向观察像时, y' 在右边。显然, 一次反射像 $O'-x'y'z'$ 若再经过一次反射成像, 将恢复成与物相同的右手坐标系。可见, 奇数次反射成镜像, 偶数次反射成与物一致的像。

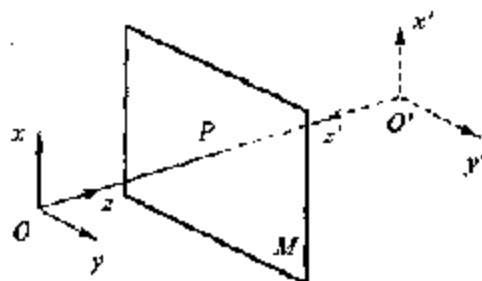


图 1-28 平面镜的镜像

当物体旋转时, 其像反方向旋转相同的角度。

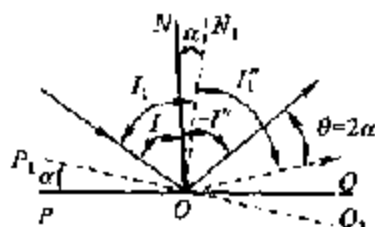


图 1-29 平面镜旋转

当入射光线方向不变而转动平面镜时, 反射光线的方向将发生改变。如图 1-29 所示, 设平面镜转动角 α 时, 反射光线转动角 θ , 根据反射定律有

$$\theta = 2\alpha \quad (1-62)$$

因此, 反射光线的方向改变了 2α 角。利用这一性质, 可以测量微小角度或位移。

二、平行平板

所谓平行平板, 是由两个相互平行的折射平面构成的光学元件, 如分

划板、微调平板等。

【一】平行平板的成像特性

如图 1-30 所示,轴上点 A 发出一孔径角为 U_1 的光线 AD ,经平行平板两面折射后,其出射光线的延长线与光轴相交于 A'_2 ,出射光线的孔径角为 U'_2 。设平行平板位于空气中,平板玻璃的折射率为 n ,光线在两折射面上的人射角和折射角分别为 I_1 、 I'_1 和 I_2 、 I'_2 。因为两折射面平行,则有 $I_2 = I'_1$ 。由折射定律,得

$$\sin I_1 = n \sin I'_1 = n \sin I_2 = \sin I'_2$$

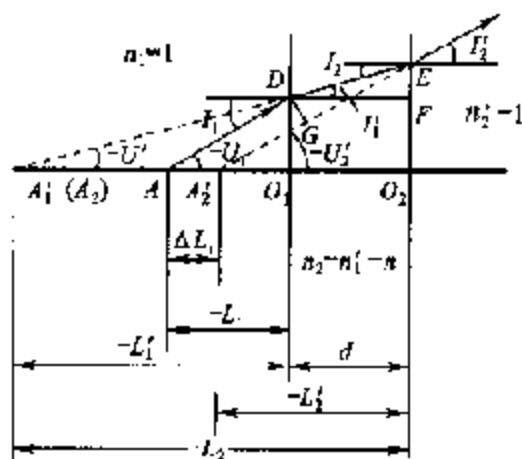


图 1-30 平行平板的成像特性

所以 $I_1 = I'_2$, $U'_2 = U_1$ 。即出射光线平行于入射光线,亦即光线经平行平板后方向不变。这时 $\gamma = \frac{\tan U'_2}{\tan U_1} = 1$, $\beta = \frac{1}{\gamma} = 1$, $\alpha = \beta^2 = 1$ 。

这表明,平行平板是个无光焦度元件,不会使物体放大或缩小。

由图 1-30 可知,出射光线与入射光线不重合,有侧向位移 $\Delta T = DG$ 和轴向位移 $\Delta L' = AA'_2$ 。经分析计算得到侧向位移和轴向位移为

$$\Delta T = d \sin I_1 \left(1 - \frac{\cos I_2}{n \cos I'_1} \right) \quad (1-63)$$

$$\Delta L' = \frac{DG}{\sin I_1} = d \left(1 - \frac{\cos I_2}{n \cos I'_1} \right) - d \left(1 - \frac{\tan I'_1}{\tan I_1} \right) \quad (1-64)$$

上式表明,轴向位移 $\Delta L'$ 随入射角 I_1 (即孔径角 U_1) 的不同而不同,即轴上点发出不同孔径的光线经平板后与光轴的交点不同,亦即同心光束变成了非同心光束。因此,平行平板不能成完善像。

计算出光线经过平行平板的轴向位移 $\Delta L'$ 后,像点 A'_2 相对于第二面的距离 L'_2 可按图中的几何关系由下式直接给出,即

$$L'_2 = L_2 + \Delta L' - d \quad (1-65)$$

(二) 平行平板的等效光学系统

平行平板在近轴区内以细光束成像时, 由于 I_1 及 I_1' 都很小, 其余弦值可用 1 代替, 于是由式 (1-64) 得近轴区内的轴向位移为

$$\Delta l' = d(1 - 1/n) \quad (1-65)$$

上式表明, 在近轴区平行平板的轴向位移只与其厚度 d 和折射率 n 有关, 与入射角无关。因此, 平行平板在近轴区以细光束成像是完善的, 这时, 不管物体位置如何, 其像可认为是由物体移动一个轴向位移而得到的。

利用这一特点, 在光路计算时, 可以将平行玻璃平板简化为一个等效空气平板。如图 1-31 所示, 入射光线 PQ 经玻璃平板 $ABCD$ 后, 出射光线 HA' 平行于入射光线。过 H 点作光轴的平行线交 PA 于 G , 过 G 作光轴的垂线 EF 。将玻璃平板的出射面 CD 及出射光线 HA' 一起沿光轴方向移动 $\Delta l'$, 则 CD 与 EF 重合, 出射光线在 G 点与入射光线重合, A' 与 A 重合。这表明, 光线经过玻璃平板的光路与无折射地通过空气层 $ABEF$ 的光路完全一样。这个空气层就称为玻璃平板的等效空气平板, 其厚度为

$$\bar{d} = d + \Delta l' = d/n \quad (1-67)$$

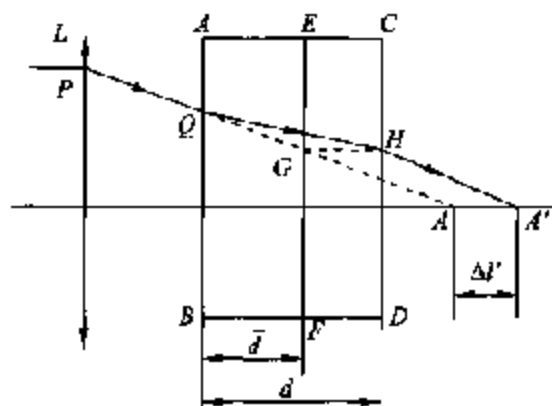


图 1-31 平行平板的等效作用

引入等效空气平板的作用在于, 如果光学系统的会聚或发散光路中有平行平板, 将其等效为空气平板, 对光学系统的外形尺寸计算将非常有利, 只需计算出无平行平板时的像方位置, 再沿轴向移动一个轴向位移, 就得到有平行平板时的实际像面位置, 即

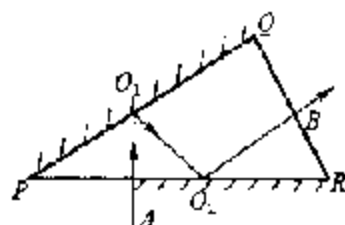
$$l_2' = l_1 - d + \Delta l' \quad (1-68)$$

三、反射棱镜

(一) 反射棱镜的类型

将一个或多个反射面磨制在同一块玻璃上的光学元件称为反射棱镜, 在光学系统中主要用于折转光路、转像、倒像和扫描等。如果将两个平面

镜做在同一块玻璃上,就构成一个一次反射棱镜,如图 1-32 所示。在反射面上,若所有入射光线不能全部发生全反射,则必须在该反射面上镀以金属反射膜,如银、铝等,以减少反射面的光能损失。



光学系统的光轴在棱镜中的部分称为棱镜的光轴,一般为折线,如图 1-32 中的 AO_1 、 O_1O_2 和 O_2B 。每经过一次反射,光轴就折转一次。反射棱镜的工作面为两个折射面和若干个反射面,光线从一个折射面入射,从另一个折射面出射,因此,两个折射面分别称为入射面和出射面,大部分反射棱镜的入射面和出射面都与光轴垂直。工作面之间的交线称为棱镜的棱,垂直于棱的平面叫主截面,在光路中,所取主截面与光学系统的光轴重合,因此又叫光轴截面。

反射棱镜种类繁多,大体上可分为简单棱镜、屋脊棱镜、立方角锥棱镜和复合棱镜四类。

1. 简单棱镜

简单棱镜只有一个主截面,它所有的工作面都与主截面垂直,根据反射面数的不同,又分为一次反射棱镜、二次反射棱镜和三次反射棱镜。

(1) 一次反射棱镜。使物体成镜像,即垂直于主截面的坐标方向不变,位于主截面内的坐标改变方向。最常用的一次反射棱镜有等腰直角棱镜、等腰棱镜和道威棱镜,如图 1-33 所示。

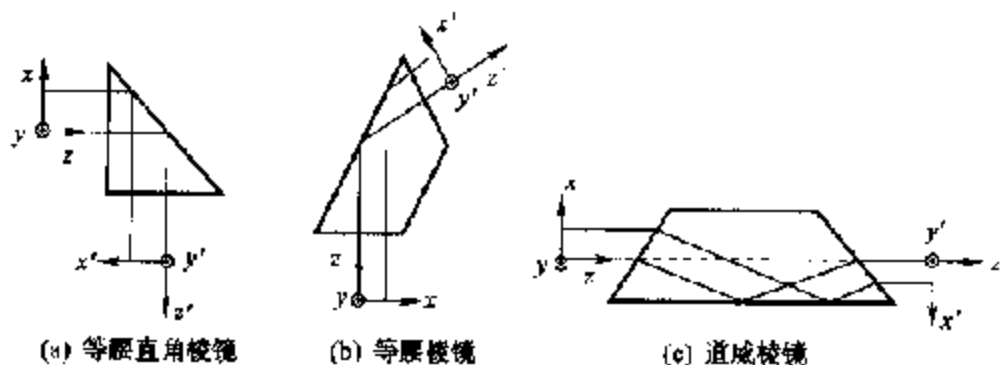


图 1-33 一次反射棱镜

(2) 二次反射棱镜。相当于双平面镜,其出射光线与入射光线的夹角取决于两反射面的夹角。由于偶次反射,像与物一致,不存在镜像。常用的二次反射棱镜如图 1-34 所示。从图 1-34 (a) 到 (e) 分别为半五角棱镜、 30° 直角棱镜、五角棱镜、直角棱镜和斜方棱镜,两反射面的夹角分别为 22.5° 、 30° 、 45° 、 90° 和 180° ,对应出射光线与入射光线的夹角分别为 45° 、 60° 、 90° 、 180° 和 360° 。

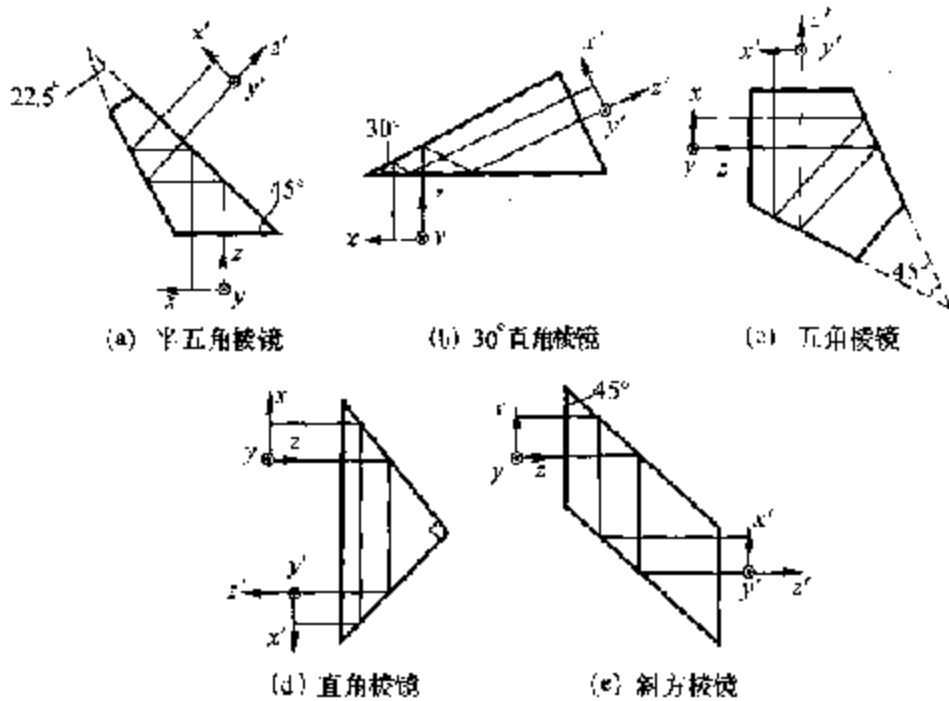


图 1-34 二次反射棱镜

(3) 三次反射棱镜。如图 1-35 所示的三次反射棱镜为斯密特棱镜，出射光线与入射光线的夹角为 45° ，奇次反射成镜像。其最大特点是因为光线在棱镜中的光路很长，可以折叠光路，使仪器结构紧凑。

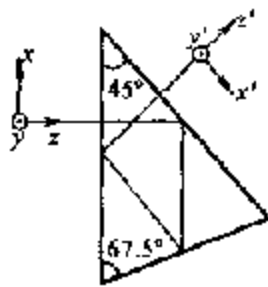


图 1-35 斯密特棱镜

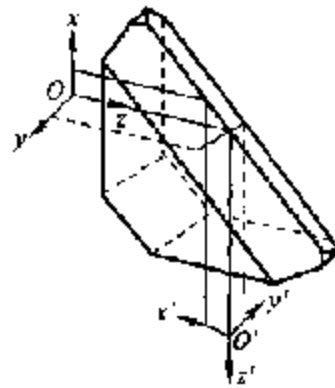


图 1-36 直角屋脊棱镜

2. 屋脊棱镜

我们知道，奇数次反射使得物体成镜像。如果需得到物体的一致像，而又不宜增加反射棱镜时，可用交线位于棱镜光轴面内的两个相互垂直的反射面取代其中一个反射面，使垂直于主截面的坐标被这两个相互垂直的反射面依次反射而改变方向，从而得到物体的一致像（偶数次反射成像），如图 1-36 所示。这两个相互垂直的反射面叫做屋脊面，带有屋脊面的棱镜称为屋脊棱镜。常用的屋脊棱镜有直角屋脊棱镜、半五角屋脊棱镜、五角屋脊棱镜、斯密特屋脊棱镜等。

3. 立方角锥棱镜

这种棱镜是由立方体切下一个角而形成的，如图 1-37 所示。其三个反射工作面相互垂直，底面是一等腰三角形，为棱镜的入射面和出射面。立方角锥棱镜的重要特性在于，光线以任意方向从底面入射，经过三个直角面依次反射后，出射光线始终平行于入射光线。当立方角锥棱镜绕其顶点旋转时，出射光线方向不变，仅产生一个位移。

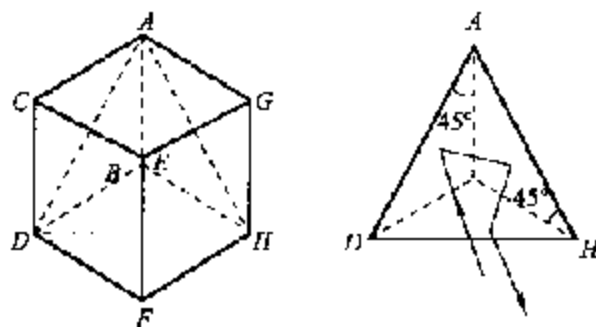


图 1-37 立方角锥棱镜

4. 复合棱镜

由两个以上棱镜组合起来形成复合棱镜，可以实现一些特殊的或单个棱镜难以实现的功能。常用的复合棱镜有：

(1) 分光棱镜。如图 1-38 所示，一块镀有半透半反折光膜的直角棱镜与另一块尺寸相同的直角棱镜胶合在一起，可以将一束光分成光强相等的两束光，且这两束光在棱镜中的光程相等。

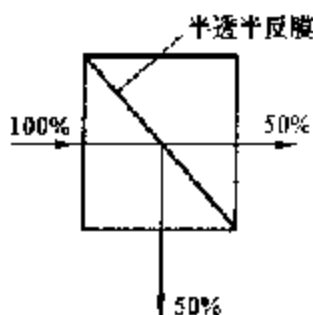


图 1-38 分光棱镜

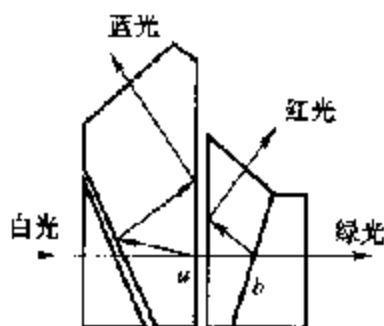


图 1-39 分色棱镜

(2) 分色棱镜。如图 1-39 所示，白光经分色棱镜后，被分解为红、绿、蓝三束单色光。其中， a 面镀反蓝透红紫介质膜， b 面镀反红透绿介质膜。分色棱镜主要用于彩色电视摄像机中。

(3) 转像棱镜。如图 1-40 所示，其主要特点是出射光轴与入射光轴平行，实现完全倒像，并能在棱镜中折叠很长的光路。

(4) 双像棱镜。如图 1-41 所示，它由四块棱镜胶合而成，其中棱镜 II 和 III 的反射面镀半透半反的折光膜。当物点 A 不在光轴上时，则双像棱

镜输出两个像 A_1' 和 A_2' ；而当物点 A 移向光轴 O 时，双像棱镜输出的两个像 A_1' 和 A_2' 重合在光轴 O' 上。

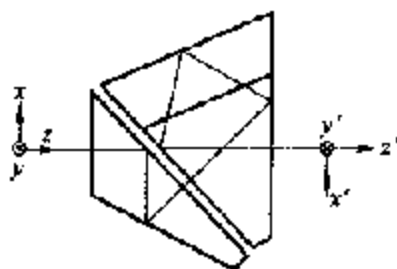


图 1-40 转像棱镜

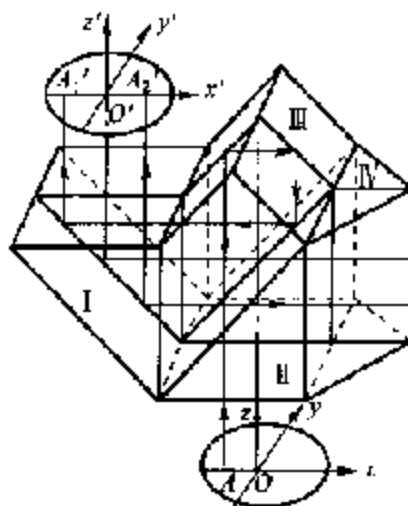


图 1-41 双像棱镜

(二) 棱镜系统的成像方向判断

实际光学系统中使用的平面镜和棱镜系统有时是比较复杂的。正确判断棱镜系统的成像方向对于光学系统设计是至关重要的。如果判断不正确，使整个光学系统成镜像或倒像，会给观察者带来错觉，甚至出现操作上的失误。棱镜系统的成像方向判断原则如下：

(1) $O'x'$ 坐标轴和光轴的出射方向一致。

(2) 垂直于主截面的坐标轴 $O'y'$ 视屋脊面的个数而定，如果有奇数个屋脊面，则其像坐标轴方向与物坐标轴 Oy 方向相反；没有屋脊面或屋脊面个数为偶数，则像坐标轴方向与物坐标轴方向一致。

(3) 平行于主截面的坐标轴 $O'x'$ 的方向视反射面个数（屋脊面算两个反射面）而定。如果物坐标系为右手坐标系，当反射面个数为偶数时， $O'x'$ 坐标轴按右手坐标系确定；而当反射面个数为奇数时， $O'x'$ 坐标轴依左手坐标系确定。

如果是复合棱镜，且各光轴面不在一个平面内，则上述原则在各光轴面内均适用，且按上述原则在各自光轴面内判断坐标方向。

(三) 反射棱镜的等效作用与展开

反射棱镜由两个折射面和若干个反射面组成，作用类似于平面镜，但是有折转光路和转像的作用。如果不考虑棱镜的反射面作用，光线在两折射面间的行为可等效为一个平行平板。

如图 1-42 所示，平行光经透镜 L 成像在其焦点 F' 处，如果在其像方放一平面镜 PQ ，与光轴成 45° 角，则光路折转 90° ，像点位于 F'' 上。如果将平面镜 PQ 换成直角棱镜 PQR ，则由于入射面 PR 和出射面 RQ 的折

射,像点将平移一段距离至 A'' 。如果把反射以后的光路沿 PR 翻转 180° ,则光路被“拉”直,棱镜的出射面 RQ 翻转后位于 $R'Q$ 。因此,用棱镜代替平面镜,就相当于在光路中增加了一块平行玻璃平板。在光路计算中,常用一等效平行玻璃平板来取代光线在反射棱镜两折射面之间的光路,这种做法称为棱镜的展开。棱镜展开方法是:在棱镜主截面内,按反射面的顺序,以反射面与主截面的交线为轴,依次使主截面翻转 180° ,便可得到棱镜的等效平行平板。图1-43是几种典型反射棱镜的展开过程。

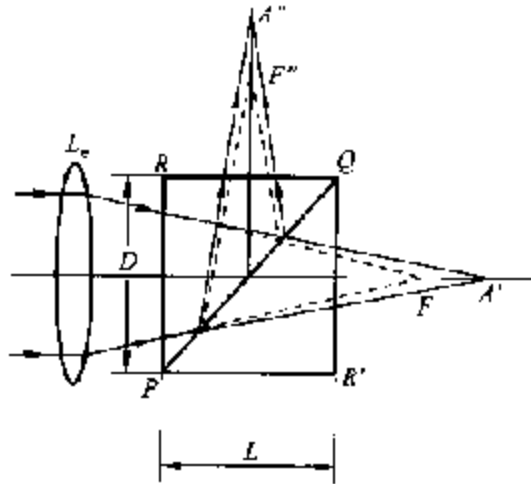


图1-42 反射棱镜的等效作用

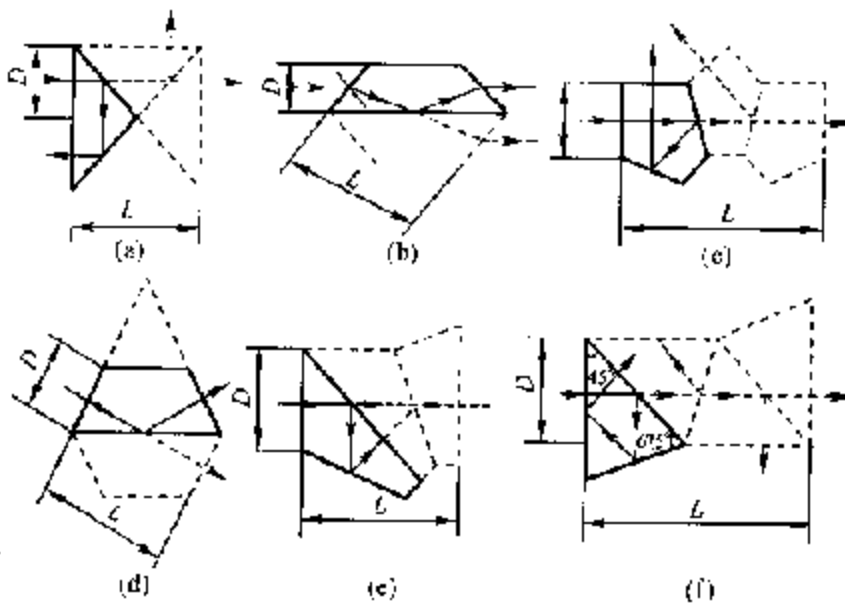


图1-43 几种典型反射棱镜的展开过程

(四) 折射棱镜与光楔

折射棱镜是通过两个折射表面对光线的折射进行工作的,两折射面的交线称为折射棱,两折射面间的二面角 α 称为折射棱镜的折射角,垂直于

折射棱的平面称为折射棱镜的主截面。

1. 折射棱镜的偏转

如图 1-44 所示, 光线 AB 入射到折射棱镜 P 上, 经两折射面的折射, 出射光线 DE 与入射光线 AB 的夹角 δ 称为偏向角, 其正负规定为: 由入射光线以锐角转向出射光线, 顺时针为正, 逆时针为负。设棱镜折射率为 n , 光线在入射面和折射面的入射角和折射角分别为 I_1 、 I'_1 和 I_2 、 I'_2 , 根据折射定律, 有

$$\begin{aligned}\sin I_1 &= n \sin I'_1 \\ \sin I'_2 &= n \sin I_2\end{aligned}\quad (1-69)$$

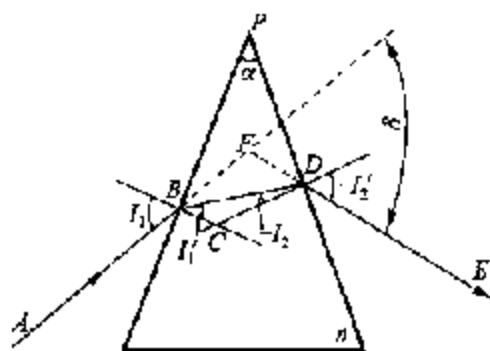


图 1-44 折射棱镜

将两式相减, 并利用三角学中的和差化积公式, 有

$$\sin \frac{1}{2}(I_1 - I'_2) \cos \frac{1}{2}(I_1 + I'_2) = n \sin \frac{1}{2}(I'_1 - I_2) \cos \frac{1}{2}(I'_1 + I_2) \quad (1-70)$$

由图 1-44 可得, $\alpha = I'_1 - I_2$, $\alpha + \delta = I_1 - I'_2$, 代入上式得

$$\sin \frac{\alpha + \delta}{2} = n \sin \frac{\alpha}{2} \frac{\cos \frac{1}{2}(I'_1 + I_2)}{\cos \frac{1}{2}(I_1 + I'_2)} \quad (1-71)$$

由此可见, 光线经过折射棱镜折射后, 产生的偏向角 δ 与 α 、 n 和 I_1 有关。对于给定棱镜, α 和 n 是一定的, 所以, 偏向角只随光线的人射角 I_1 而变化。可以证明, δ 随 I_1 变化的过程中有一极小值 δ_m , 这个极小值称为折射棱镜的最小偏向角, 其表达式为

$$\sin \frac{\alpha + \delta_m}{2} = n \sin \frac{\alpha}{2} \quad (1-72)$$

在光学上, 常利用测量折射棱镜最小偏向角的方法来测量玻璃的折射率。

2. 光楔

折射角很小的棱镜称为光楔, 如图 1-45 所示。由于折射角 α 很小,

其偏向角公式可以大大简化。

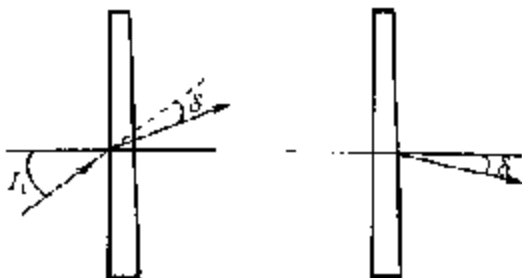


图 1-45 光楔

当 I_1 为有限大小时, 因 α 很小, 可近似地看作平行平板, 即 $I_1' \approx I_1$, $I_2 \approx I_2'$, 代入式 (1-71), 并用 α 、 δ 的弧度值代替相应正弦值, 得

$$\delta = \alpha \left(n \frac{\cos I_1'}{\cos I_1} - 1 \right) \quad (1-73)$$

当 I_1 很小时, I_1' 也很小, 则上式可写为

$$\delta = \alpha(n-1) \quad (1-74)$$

这表明, 当光线垂直入射或接近垂直入射时, 所产生的偏向角仅由光楔的折射角和折射率决定。

光楔有广泛的应用, 尤其在小角度和微位移测量中有着重要应用。

四、棱镜色散

白光由许多不同波长的单色光组成, 同一透明介质对不同波长的单色光具有不同的折射率。由式 (1-71) 可知, 以同一角度入射到折射棱镜上的不同波长的单色光, 将有不同的偏向角。因此, 白光经过棱镜折射后将被分解为各种色光, 在棱镜后面将会看到各种颜色, 这种现象称为色散。若将介质的折射率随波长的变化用曲线表示, 则称为色散曲线, 如图 1-46 所示。通常, 波长长的红光折射率低, 波长短的紫光折射率高, 因此, 红光偏向角小, 紫光偏向角大。如图 1-47 所示, 狭缝发出的白光经透镜 L_1 准直为平行光, 平行光经过棱镜 P 分解为各种色光, 在透镜 L_2 的

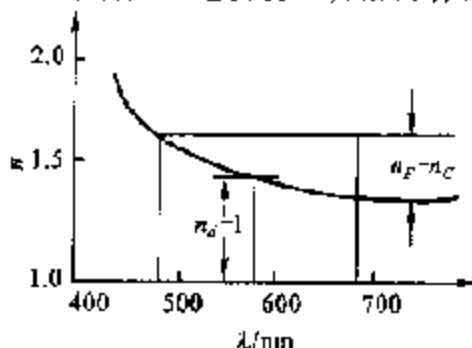


图 1-46 色散曲线

焦面上从上到下地排列着红、橙、黄、绿、青、蓝、紫各色光的狭缝像，这种按波长长短顺序的排列称为白光光谱。

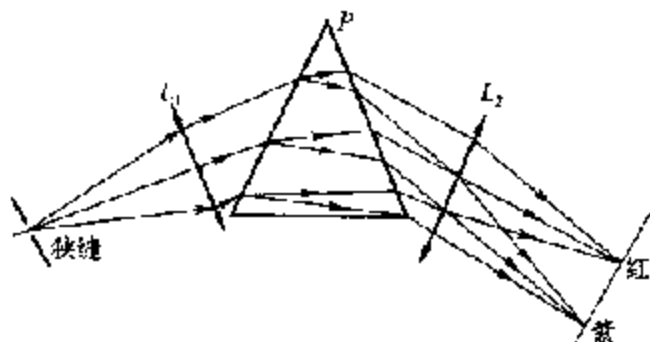


图 1-47 白光光谱

第四节 光学系统中的光束限制

实际光学系统与理想光学系统不同，其参与成像的光束宽度和成像范围都是有限的。光束限制是通过光学零件的尺寸大小和其他金属框等实现的。本节主要讨论合理选择成像光束的一般原则。

一、光 阑

下面以普通照相系统为例，介绍光阑的有关概念。

普通照相系统由三个主要部分组成，即照相镜头、可变光阑和感光底片，如图 1-48 所示。照相镜头 L 将外面的景物成像在感光底片 B 上；可变光阑 A 是一个开口 A_1A_2 大小可变的圆孔。由图可知，随 A_1A_2 缩小或增大，参与成像的光束宽度会减小或增大，从而调节光能量以适应外界不同的照明条件。显然，可变光阑不能放在镜头 L 上，否则 A_1A_2 的大小就不可变了。

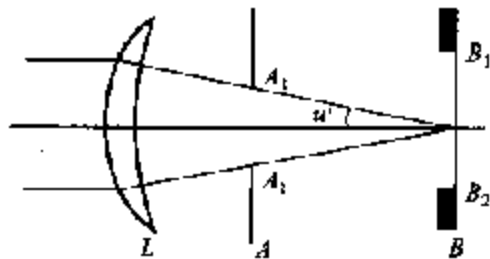


图 1-48 照相机系统示意图

至于成像范围则是由照相系统的感光底片框的大小 B_1B_2 确定的。超出底片框的范围，光线被遮拦，底片就不能感光。

在光学系统中，限制成像光束的光孔，或者是限制成像范围的光孔或

框，统称为光阑。限制进入光学系统的成像光束口径的光阑称为孔径光阑，如照相系统中的可变光阑 A ；限制成像范围的光阑称为视场光阑，如照相系统中的底片框 B_1B_2 。

就限制轴上点的光束宽度而言，孔径光阑处于 A 或 A' 的位置并无差别，如图 1-49 所示。但对轴外点的成像光束来说，孔径光阑的位置不同，参与成像的轴外光束不一样，轴外光束通过透镜的部位不一样，需要透过全部成像光束的透镜口径大小也就不一样，如图 1-50 所示。孔径光阑位于 A 处时，轴外光束 MN 参与成像；孔径光阑位于 A' 处时，轴外光束 $M'N'$ 参与成像。显然，光束 MN 和 $M'N'$ 所处的空间位置是不同的。此外， MN 光束较 $M'N'$ 光束通过透镜的部位高一些，自然两者通过透镜的折射情况就不一样。可见，孔径光阑的位置是由轴外光束的要求决定的。另外，若要透过全部成像光束，光阑处于 A' 处时所需的透镜口径要大（即 N' 光线投射高度的两倍），而光阑处于 A 处时所需的透镜口径要小（即 N 光线投射高度的两倍）。

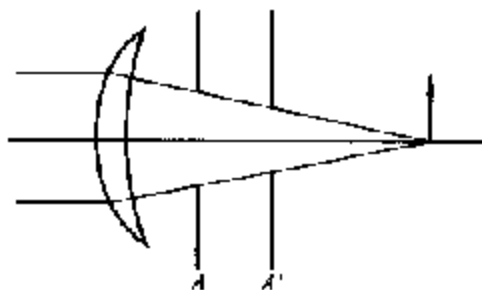


图 1-49 孔径光阑对轴上点光束的限制

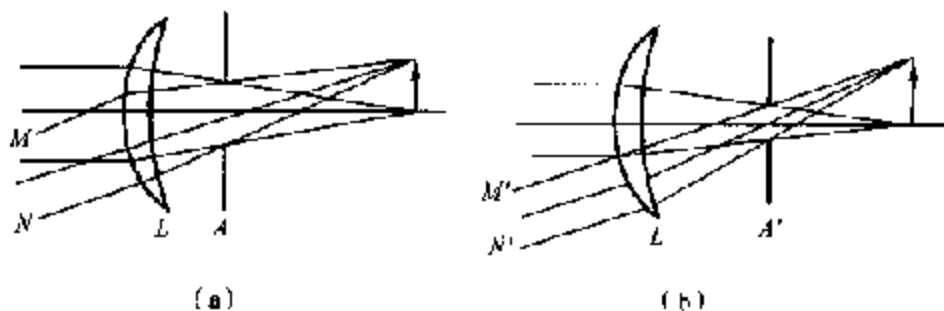


图 1-50 孔径光阑对轴外点光束的限制

以上分析是在假定透镜 L 的口径大小可以任意做大的基础上来分析孔径光阑位置对轴外光束的选择作用的。现考虑一种实际光学系统中存在的情况，即在图 1-50 (b) 的情况下，若由于设计或工艺加工的原因，或者结构上的要求，使得透镜 L 的实际口径比 N' 光线投射高度的两倍要小，如图 1-51 所示，这样轴外点光束 $M'N'$ 中画阴影的部分就被透镜 L 的边框阻挡而不能参与成像，轴外点成像光束宽度较之轴上点成像光束宽度要

小,因此像面边缘部分就比像面中心暗,这种现象称为“渐晕”。透镜 L 的边缘起了“拦光”作用,通常称为“渐晕光阑”。

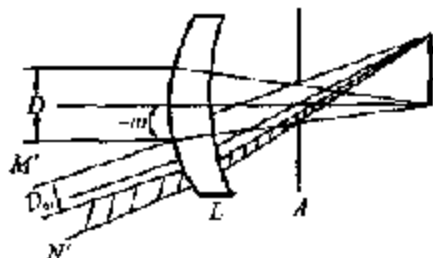


图 1-51 轴外光束的渐晕

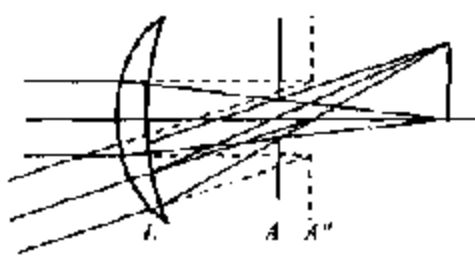


图 1-52 光阑与光阑的像

由图 1-50 会看到,经过透镜 L 的全部出射光束从孔径光阑这个最小出口中通过。将孔径光阑对其前面的光学系统(即透镜 L)在物空间成像为 A'' ,由于孔径光阑与 A'' 为共轭关系,则入射光束全部从 A'' 这个人口中“通过”,如图 1-52 所示。

孔径光阑经其前面的透镜或透镜组在光学系统物空间所成的像称为入射光瞳,简称入瞳,它是入射光束的入口;孔径光阑经其后面的透镜或透镜组在光学系统像空间所成的像称为出射光瞳,简称出瞳,它是出射光束的出口。若孔径光阑位于系统的最前边,则系统的入瞳就是孔径光阑;若孔径光阑位于系统的最后边(如图 1-50 的情况),则孔径光阑也是系统的出瞳。通过入瞳中心的光线称为主光线,对理想光学系统而言,主光线(或主光线的延长线)必通过入瞳、孔径光阑和出瞳的中心。

视场光阑经其前面的光组在物空间所成的像,称为光学系统的入射窗;视场光阑经其后面的光组在像空间所成的像称为光学系统的出射窗。如图 1-48 所示的照相机系统,其入射窗在 ∞ 处;出射窗与视场光阑 B_1B_2 重合。

二、远心光路

光学系统中的光束选择一定要具体对象具体分析。如图 1-53 所示的显微镜系统,一般由物镜和目镜组成,系统中成像光束的口径往往由物镜框限制,物镜框是孔径光阑。位于目镜物方焦面上的圆孔光阑或分划板框限制了系统的成像范围,成为系统的视场光阑。

有一些显微镜是用于测量长度的,其测量原理是在物镜的实像面上置一刻有标尺的透明分划板,标尺的格值已考虑了物镜的放大率,因此,当被测物体成像于分划板平面上时,按刻尺读得的像的长度即为物体的长度。用此方法作物体长度的测量,标尺分划板与物镜之间的距离固定不变,以确保按设计规定的物镜放大率为常量。同时通过调焦使被测物体的像重合于分划板的刻尺平面,即被测物体位于设计位置,否则就会产生测

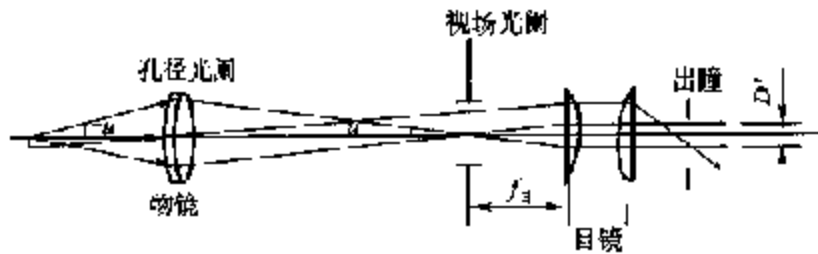


图 1-53 显微镜系统光路

量误差。但要精确调焦到物体的像与分划平面重合是有困难的，这就产生了测量误差。如图 1-54 (a) 所示， L 是测量显微镜物镜，物镜框是孔径光阑，当物体 AB 位于设计位置时，其像 $A'B'$ 与分划板刻尺重合，此时量出的像高为 y' ；由于调焦不准，物体处于非设计位置时，例如 A_1B_1 所处的位置，其像就不与分划板标尺重合，它位于 $A'_1B'_1$ 的位置，在分划板标尺上读到像的大小为 y'_1 ，这样由 y'_1 换算出的物体长度就有误差。解决此问题的办法是将孔径光阑移至物镜的像方焦平面上，如图 1-54 (b) 所示。

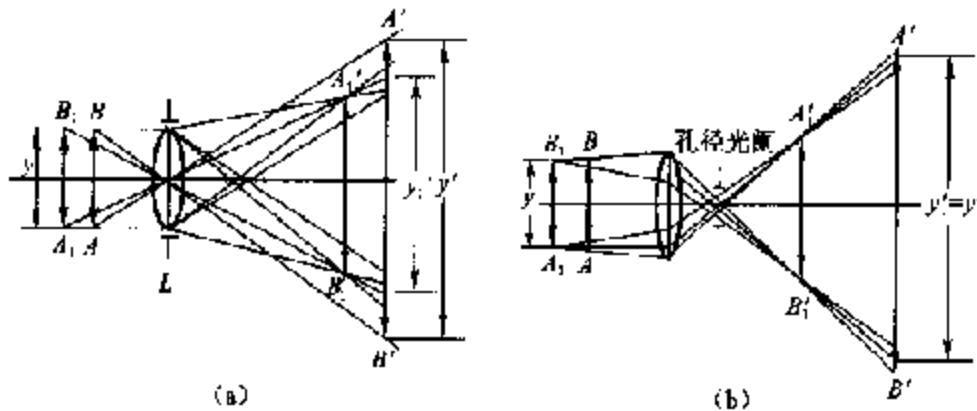


图 1-54 物方远心光路

由于孔径光阑与物镜像方焦平面重合，所以无论物体位于 AB 位置还是处于 A_1B_1 位置，它们的主光线是重合的，也就是说轴外点的光束中心是相同的，所以尽管 A_1B_1 成像在 $A'_1B'_1$ 的地方不与 $A'B'$ 重合，但在分划板标尺上两个弥散圆的中心间距没有变，仍然等于 y' 。这样虽然调焦不准，但也不产生测量误差。这个光路的特点是入瞳位于无穷远，轴外点主光线平行于光轴，因此把这样的光路称为“物方远心光路”。

对应于物方远心光路，像方远心光路是将孔径光阑（也是入瞳）安置在物方焦平面上形成的，如图 1-55 所示。这种光路大多用在大地测量仪器中，主要用于测距。图中，物镜后的分划板上有一对固定间距的测距丝 M_1M_2 ，测距时，借助调焦机构改变物镜和分划板之间的距离，使测距丝在标尺上对应的长度 B_1B_2 的像 $B'_1B'_2$ 与分划板平面重合，于是可求出标尺到仪器的距离。倘若不采用像方远心光路成像，由于调焦不准等原因，标

尺的像与分划板的刻线平面不重合, 会引起读数误差, 从而带来测距误差。采用了像方远心光路后, 即使 $B_1'B_2'$ 与分划板刻线面 M_1M_2 不重合, 由于在刻线面上得到的 $B_1'B_2'$ 弥散斑投影像的中心距离与测距丝的固定间距相等, 所以也不会影响测量结果。

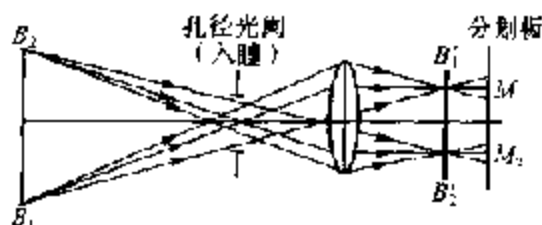


图 1-55 像方远心光路

第五节 光线的光路计算及像差理论

实际光学系统与理想光学系统有很大的差异, 即物空间的一个物点发出的光线经实际光学系统后, 不再会聚于像空间的一点, 而是一个弥散斑, 弥散斑的大小与系统的像差有关。本节主要介绍有关实际光学系统的像差问题。

一、概 述

在近轴光学系统中, 根据精确的球面折射公式, 可导出理想光学系统的物像关系式。一个物点的理想像仍然是一个点, 从物点发出的所有光线通过光学系统后都会聚于一点。

近轴光学系统只适用于近轴的小物体以细光束成像。对任何一个实际光学系统而言, 都需要一定的相对孔径和视场, 恰恰是相对孔径和视场这两个因素才与系统的功能和使用价值紧密相连。因此, 实际的光路计算, 远远超过近轴区域所限制的范围, 物像的大小和位置与近轴光学系统计算的结果不同。这种实际像与理想像之间的差异称为像差。

单色光成像会产生性质不同的五种像差, 即球差、彗差(正弦差)、像散、场曲和畸变, 统称为单色像差。实际上绝大多数的光学系统都是对白炽光或复色光成像的。同一光学介质对不同的色光有不同的折射率, 这就导致了不同色光成像的大小和位置也不相同, 这种不同色光的成像差异称为色差。色差有两种, 即位置色差和倍率色差。

上述 7 种色差是基于几何光学讨论的, 所以称为几何像差。

除平面反射镜外, 没有像差的光学系统是不存在的, 完全消除像差也是不可能和不必要的。光学系统中总是根据光学系统的作用和接收器的特

性把影响像质的主要像差校正到某一公差范围内,使接收器不能察觉,即可认为像质是令人满意的。

计算和校正像差时的谱线选择主要取决于光能接收器的光谱特性。基本原则是,对光能接收器的最灵敏的谱线校正单色像差,对接收器所能接收的波段范围两边缘附近的谱线校正色差,同时接收器的光谱特性也直接受光源和光学系统的材料限制,设计时应使三者的性能匹配好,尽可能使光源辐射的波段与最强谱线、光学系统通过的波段与最强谱线和接收器所能接收的波段与灵敏谱线三者对应一致。

二、光线的光路计算

从物点发出进入光学系统入瞳并通过光学系统成像的光线有无数条,故不可能、也没有必要对每条光线都进行光路计算,一般只对计算像差有特征意义的光线进行光路计算,研究不同视场的物点对应不同孔径和不同色光的像差值。如已知光学系统的结构参数、物体的位置和大小、孔径光阑的位置和大小,为求出光学系统的成像位置和大小以及各种像差,需进行下列光路计算:

(1) 子午面内的光线光路计算,包括近轴光线的光路计算和实际光线的光路计算,以求出理想像的位置和大小、实际像的位置和大小以及有关像差值。

(2) 轴外点沿主光线的细光束光路计算,以求像散和场曲。

(3) 子午面外的空间光线的光路计算,求得空间光线的子午像差分量和弧矢像差分量,对光学系统的像质进行更全面的了解。

对于小视场的光学系统,例如望远物镜和显微物镜等,因为只要求校正与孔径有关的像差,因此只需作第一种光线的光路计算即可。对大孔径、大视场的光学系统,例如照相物镜等,要求校正所有像差,因此上述三种光线的光路计算都需要进行。

子午面内的光线光路计算可根据第一节所述的有关公式进行。至于轴外点沿主光线的细光束光路计算和空间光线的光路计算,由于比较复杂,这里不再赘述,可参考有关的教材。

三、轴上点球差

由前面的知识可知,对于轴上物点,近轴光线的光路计算结果与光线的人射高度或孔径角无关,而远轴光线的光路计算结果随入射高度或孔径角的不同而不同,如图 1-56 所示。因此,轴上点发出的同心光束经光学系统后,不再是同心光束,不同入射高度的光线交光轴于不同位置,相对近

轴像点有不同程度的偏离, 这种偏离称为轴向球差, 简称球差, 用 $\delta L'$ 表示

$$\delta L' = L' - l' \quad (1-75)$$

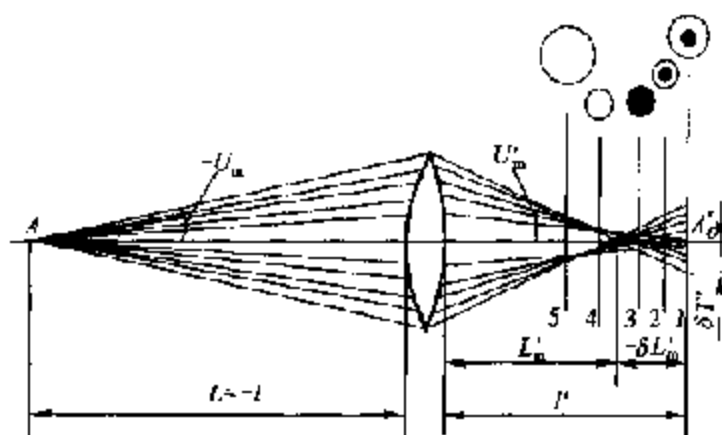


图 1-55 轴上点球差

由图可以看出, 由于共轴球面系统的对称性, 含轴的各个截面内的成像光束结构均相同。在同一截面内, 入射高度为 h 和 $-h$ (或 U 、 $-U$) 的光线相对光轴也是对称的。这样, 通过系统后的成像光束是以光轴为旋转轴的非同心光束, 所以计算球差时只需计算子午面内光轴某一侧的不同入射高度的光线束即可。

由于球差的存在, 在高斯像面上的像点已不是一个点, 而是一个圆形的弥散斑, 弥散斑的半径用 $\delta T'$ 表示, 称作垂轴球差, 它与轴向球差的关系是

$$\delta T' = \delta L' \tan U' = (L' - l') \tan U' \quad (1-76)$$

如果把单正透镜和负透镜分别看作由无数个不同楔角的光楔组成, 则由光楔的偏向角公式 $\delta = (n-1)\alpha$ 可知, 对于单正透镜, 边缘光线的偏向角比靠近光轴光线的偏向角大, 即边缘光线的像方截距 L' 比近轴光线的像方截距 l' 小。根据球差的定义, 单正透镜产生负球差。同理, 对于单负透镜, 边缘光线的偏向角比近轴光线的偏向角小, 单负透镜产生正球差。因此, 对于共轴球面系统, 单透镜本身不能校正球差, 正、负透镜组合则有可能校正球差。

对于单个折射球面, 有几个特殊的物点位置, 不管球面的曲率半径如何, 均不产生球差:

- (1) $L=0$, 此时亦有 $L'=0$, 即物点和像点均位于球面顶点;
- (2) $l-l'=0$, 即物点和像点均位于球面的曲率中心;
- (3) $l'=-U$ 。

物点处于上述三个位置之外的任何位置时, 其球差都不会为零且数值也不相同。

四、正弦差和彗差

(一) 正弦差

对于轴外物点，主光线不是系统的对称轴，对称轴是通过物点和球心的辅助轴。由于球差的影响，对称于主光线的同心光束，经光学系统后，它们不再相交于一点，在垂轴方向也不与主光线相交，即相对主光线失去对称性。正弦差即用来表示小视场时宽光束成像的不对称性。

垂于光轴平面内两个相邻点，一个是轴上点，一个是靠近光轴的轴外点，其理想成像的条件是

$$n \sin U = n' y' \sin U' \quad (1-77)$$

上式即是所谓的正弦条件。当光学系统满足正弦条件时，若轴上点理想成像，则近轴物点也理想成像，即光学系统既无球差也无正弦差，这就是所谓不晕成像。

当物体在无限远时， $\sin U=0$ ，正弦条件可以表示为

$$f' = h / \sin U' \quad (1-78)$$

实际光学系统对轴上点只能使某一带的球差为零，即轴上点不能成完善像，物点的像是一个弥散斑。只要弥散斑很小，则认为像质是好的。同理，对于近轴物点，用宽光束成像时也不能成完善像，故只能要求其成像光束结构与轴上点成像光束结构相同，即轴上点和近轴点有相同的成像缺陷，称为等晕成像。欲满足等晕成像的要求，光学系统必须满足等晕条件，即

$$\frac{1}{\beta} \frac{n}{n'} \frac{\sin U}{\sin U'} = 1 - \frac{\delta L'}{L' - l'_x} \quad (1-79)$$

式中， l'_x 为轴外点近轴光线计算的出瞳距， β 为近轴区垂轴放大率。

若物体在无限远，等晕条件为

$$\frac{h_1}{f' \sin U'} = 1 - \frac{\delta L'}{L' - l'_x} \quad (1-80)$$

如图 1-57 所示，因研究近轴点成像，其视场较小，故其他视场像差不考虑，轴上点与轴外点有相同的球差值，轴外光束不失对称性，这就是满足等晕条件的系统。

若系统不满足等晕条件，则公式 (1-79) 和式 (1-80) 等式两端不相等，其偏差用 SC' 表示，即是正弦差。由上述两式可以导出，物体在有限远时，其正弦差为

$$SC' = \frac{n}{\beta n'} \frac{\sin U}{\sin U'} - \frac{\delta L'}{L' - l'_x} - 1 \quad (1-81)$$

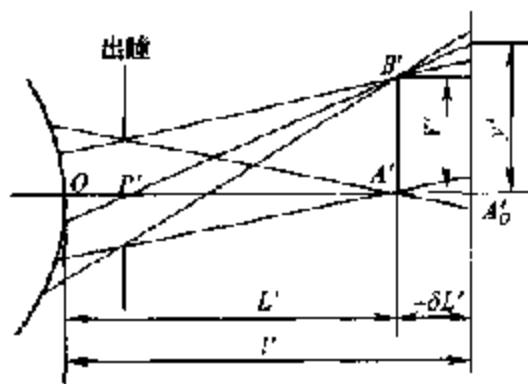


图 1-57 等晕成像

物体在无限远时, 其正弦差为

$$SC' = \frac{h_1}{f' \sin U'} - \frac{\delta L'}{L' - l'_x} - 1 \quad (1-82)$$

正弦差 $SC' = 0$, 球差 $\delta L' \neq 0$, 则满足等晕成像条件; 若正弦差 $SC' = 0$, 球差 $\delta L' = 0$, 由公式 (1-81) 可以得出 $n y \sin U = n' y' \sin U'$, 此式正是正弦条件。因此可以说, 正弦条件是等晕条件的特殊情况。

由公式 (1-81) 和式 (1-82) 可知, 除出瞳距 l'_x 外, 其余各参量都是轴上点子午面内孔径光线的参量, 在计算球差时已求出。所以对于近轴物点, 只需计算一条轴外点近轴光线, 便能从轴上物点的像差计算中确定正弦差的大小。应注意, 正弦差值无量纲。

由正弦差的表示式可知, 它与视场无关, 只是孔径的函数, 其随孔径变化的规律与球差一样。正弦差与孔径光阑的位置有关, 改变光阑的位置可以使正弦差发生变化。这样, 可以把光阑位置作为校正正弦差的一个参数。在下述几个位置均不产生正弦差:

- (1) $i_x = 0$, 即光阑在球面的曲率中心;
- (2) $l = 0$, 即物点在球面顶点;
- (3) $i = i'$, 即物点在球面曲率中心;
- (4) $i' = u$, 即物点在 $L = (n' + n) r / n$ 处。

(二) 彗差

彗差与正弦差没有本质区别, 二者均表示轴外物点宽光束经光学系统成像后失对称的情况, 区别在于正弦差仅适用于具有小视场的光学系统, 而彗差可用于任何视场的光学系统。

具有彗差的光学系统, 轴外物点在理想像面上形成的像点如同彗星状的光斑, 靠近主光线的细光束交于主光线形成一亮点, 而远离主光线的不同孔径的光线束形成的像是远离主光线的不同圆环, 如图 1-58 所示, 故这种成像缺陷称为彗差。

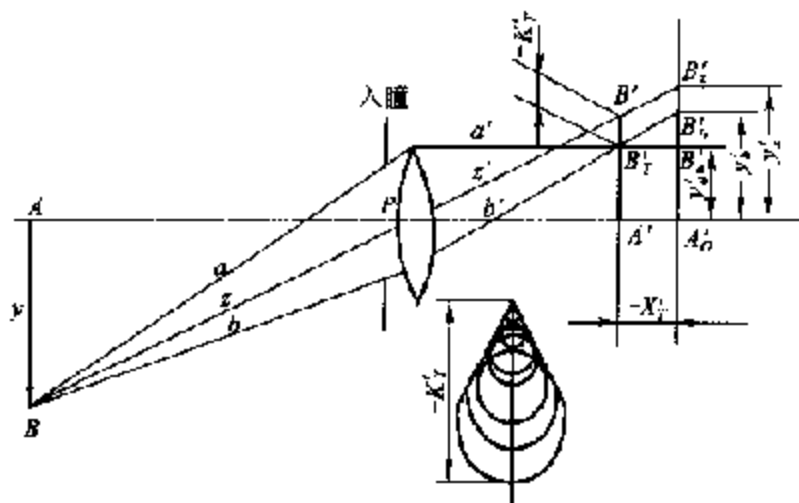


图 1-58 彗差

为了表示彗差的大小，通常在子午面和弧矢面内用不同孔径的光线对在像空间的交点到主光线的垂轴距离表示。子午面内的光线对的交点到主光线的垂轴距离称为子午彗差，用 K_T' 表示；弧矢面内的光线对的交点到主光线的距离称为弧矢彗差，用 K_S' 表示。子午彗差是以轴外点子午光束的上、下光线在高斯像面（即理想像面）的交点高度 y'_a 和 y'_b 的平均值 $(y'_a + y'_b)/2$ 与主光线在高斯像面上交点高度 y'_s 之差来表示的，即

$$K_T' = (y'_a + y'_b)/2 - y'_s \quad (1-83)$$

因弧矢光线对的两条光线对称于子午面，故两光线在高斯像面上的交点高度 y'_s 相等，弧矢彗差表示为

$$K_S' = y'_s - y'_s \quad (1-84)$$

y'_s 可通过空间光线的光路计算求得，计算较为复杂。但弧矢彗差总比子午彗差小，手工计算光路时可不必考虑。

彗差是与孔径和视场都有关的像差，是轴外像差之一，它破坏了轴外视场成像的清晰度。彗差值随视场的增大而增大，故对大视场的光学系统，必须校正彗差。若光阑通过单折射面的球心，则不产生彗差。

五、像散和场曲

（一）场曲与轴外球差

如前所述，彗差是孔径和视场的函数，同一视场不同孔径的光线对的交点不仅在垂直于光轴方向偏离主光线，而且沿光轴方向也和高斯像面有偏离。子午宽光束的交点沿光轴方向到高斯像面的距离 X_T' 称为宽光束的子午场曲，子午细光束的交点沿光轴方向到高斯像面的距离 x_T' 被称为细光束的子午场曲。与轴上点的球差类似，这种轴外点宽光束的交点与细光束

$$\Delta \mathbf{X}'_T = \mathbf{X}'_T - x'_T \quad (1-85)$$
$$\delta L'_s = X'_s - x'_s \quad (1-86)$$

细光束的丁午场曲和弧矢场曲的计算公式为

$$\begin{aligned} x'_r - l'_r - l' &= l' \cos U'_r - l' \\ x'_r - l'_r - l' &= s' \cos U'_r - l' \end{aligned} \quad (1-87)$$

式中: l' 为沿主光线计算的子午像距; l'_r 为沿主光线计算的弧矢像距。

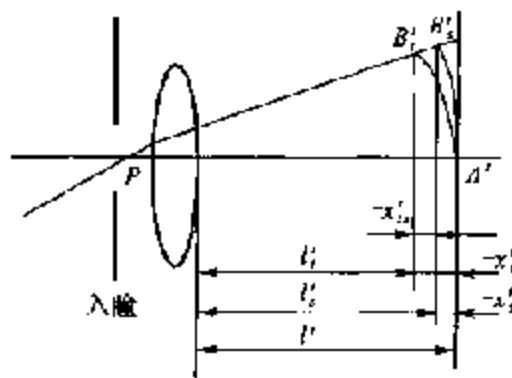


图 1-59 场站

由此可知, 为计算细光束场曲, 只需计算各视场的轴外点细光束的光路和轴上点近轴光路, 则可得各视场的场曲。

(二) 像散

由公式 (1-87) 的计算表明, 细光束的子午像点和弧矢像点并不重合, 两者分开的轴向距离称为像散, 用 x'_s 表示

$$x'_s = x'_i - x'_j = (l' - s') \cos U'_s \quad (1-38)$$

当存在像散时,不同的像面位置会得到不同形状的物点像。图 1-60 所示为系统具有像散时,不同像面位置物点的成像情况。

在子午像点 T' 处得到一垂直于子午面的短线，称作子午焦线；在弧矢像点 S' 处，得到一垂直于弧矢平面的短线，称作弧矢焦线，两条焦线互相

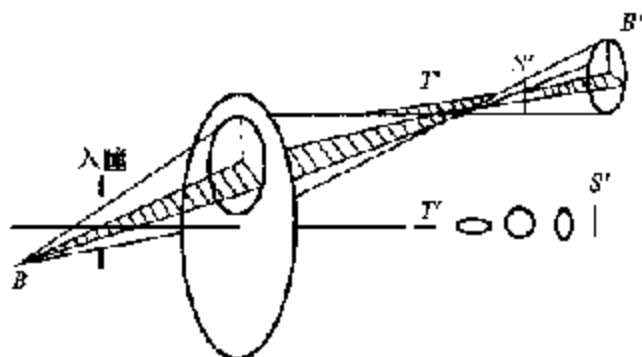


图 1-50 存在像散时的光束结构

垂直。在子午焦线和弧矢焦线中间，物点的像是一个圆斑，其他位置是椭圆形弥散斑。

若光学系统对直线成像，由于像散的存在，其成像质量与直线的方向有关。例如，若直线在子午面内，其子午像是弥散的，其弧矢像是清晰的；若直线在弧矢面内，其弧矢像是弥散的，而子午像是清晰的。若直线既不在子午面又不在弧矢面内，则其子午像和弧矢像均不清晰。

同理，宽光束的子午像点和弧矢像点也不重合，两者之间的轴向距离称为宽光束的像散，以 X'_{TS} 表示

$$X'_{TS} = X'_T - X'_S \quad (1-89)$$

像散和场曲是两个不同的概念，两者既有联系，又有区别。像散的存在，必然引起像面弯曲；但反之，即使像散为零，子午像面和弧矢像面重合在一起，像面也不是平的，而是相切于高斯像面中心的二次抛物面。

六、畸变

畸变是主光线的像差。由于球差的影响，不同视场的主光线通过光学系统后与高斯像面的交点高度 y'_1 不等于理想像高 y' ，其差别就是系统的畸变，用 $\delta y'_1$ 表示

$$\delta y'_1 = y'_1 - y' \quad (1-90)$$

在光学设计中，通常用相对畸变 q' 来表示

$$q' = \frac{\delta y'_1}{y'} \times 100\% = \frac{\beta - \bar{\beta}}{\bar{\beta}} \times 100\% \quad (1-91)$$

式中， $\bar{\beta}$ 为某视场的实际垂轴放大率； β 为光学系统的理想垂轴放大率。

畸变仅是视场的函数，不同视场的实际垂轴放大率不同，畸变也不同。如一垂直于光轴的正方形平面物体，如图 1-61 (a) 所示，当系统具有正畸变时，则其像如图 1-61 (b) 所示；当系统具有负畸变时，则其像如图 1-61 (c) 所示，图中的虚线表示理想像的图形。正畸变也称枕形畸

变,负畸变也称桶形畸变。

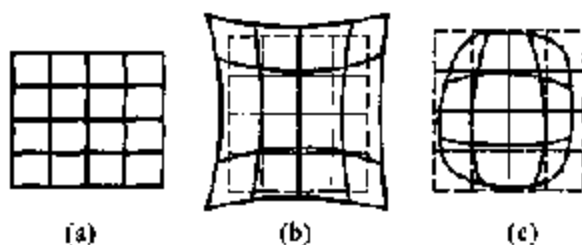


图 1-61 畸变

由畸变的定义可知,畸变是垂轴像差,它只改变轴外物点在理想像面上的成像位置,使像的形状产生失真,但不影响像的清晰度。

畸变仅与物高 y 有关,若孔径光阑与球心重合则球面不产生畸变。

七、色差

(一) 位置色差

光学材料对不同波长的色光有不同的折射率,因此同一孔径不同色光的光线经光学系统后与光轴有不同的交点。不同孔径不同色光的光线与光轴的交点也不相同。在任何像面位置,物点的像是一个彩色的弥散斑。如图 1-62 所示。各种色光之间成像位置和大小差异称为色差。

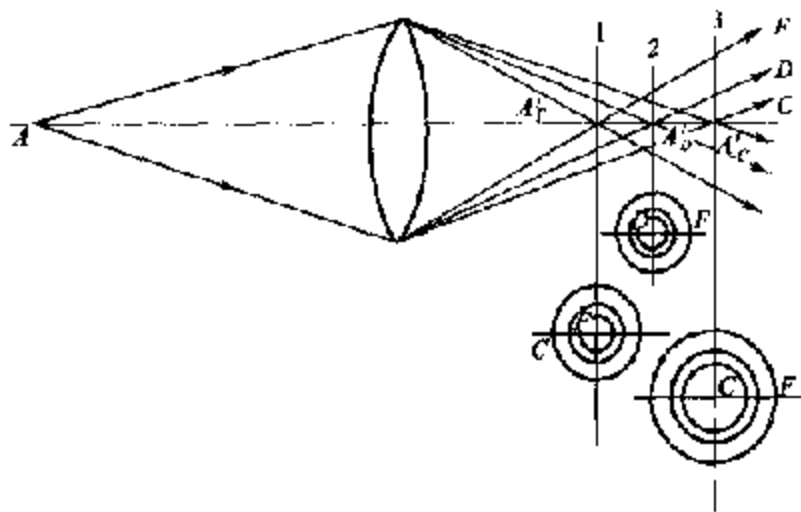


图 1-62 轴上点色差

轴上点两种色光成像位置的差异称为位置色差,也叫轴向色差。对目视光学系统用 $\Delta L'_{FC}$ 表示,即系统对 F 光和 C 光消色差:

$$\Delta L'_{FC} = L'_F - L'_C \quad (1-92)$$

对近轴区表示为

$$\Delta l'_{FC} = l'_F - l'_C \quad (1-93)$$

位置色差仅与孔径有关。

(二) 倍率色差

由几何光学理论可知, 光学系统的垂轴放大率 $\beta = l'/l = -f'/x$ 。因系统的焦距或像距是曲率半径 r 、间距 d 和折射率 n 的函数, 同一介质对不同的色光有不同的折射率, 故对轴外物点, 不同色光的垂轴放大率也不相等, 这种差异称为倍率色差或垂轴色差。由于不同色光有不同的像面位置 (如图 1-63), 不同色光的像高都在消单色像差的高斯像面上进行度量, 因此倍率色差定义为轴外物点发出的两种色光的主光线在消单色像差的高斯像面上交点高度之差, 对目视光学系统, 表示为

$$\Delta Y'_{FC} = Y'_F - Y'_C \quad (1-94)$$

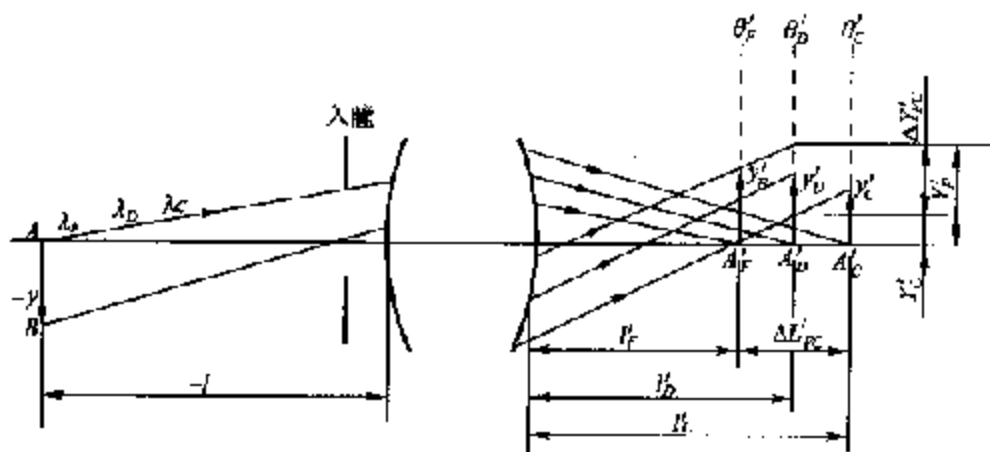


图 1-63 倍率色差

近轴光倍率色差为 (称初级倍率色差)

$$\Delta y'_{FC} = y'_F - y'_C \quad (1-95)$$

式中, y'_F 和 y'_C 为色光的轴外点近轴光像高。

倍率色差是像高的色差别。

第六节 典型光学系统

在科学技术和国民经济发展中, 许多光学系统得到了广泛应用, 例如放大镜、显微镜、望远镜、摄影仪器和投影仪器等。本节主要介绍一些典型光学系统的成像特性和设计要求。

一、眼睛及其光学系统

(一) 眼睛的结构

目视光学仪器一般是和人眼一起使用的, 人眼本身相当于摄影光学系统, 图 1-64 为其水平截面。在角膜和视网膜之间的生物构造均可以看作

成像元,如角膜、前房(水状液)、晶状体和后房(玻璃体)。由图可以看出,仅空气和角膜之间的界面间有较大的折射率差(1.00/1.30),物体主要通过这个界面成像在视网膜上,视网膜起光屏作用,视神经受到刺激,产生视觉。在视网膜上所形成的像是倒像,但由于神经系统的内部作用,感觉仍然是正立的像。主平面 H 和 H' 距角膜顶点后约1.3mm和1.6mm,眼睛的焦距约为 $f=-17\text{mm}$, $f'=23\text{mm}$ 。以上数据是近似值,仅适用于未调节的眼睛。晶状体由外层向内层折射率逐渐增加(1.37~1.41),是由多层膜构成的双凸透镜。通过晶状体周围肌肉的调节,能改变晶状体的曲率半径(40mm~70mm之间),从而改变人眼的焦距,使不同距离的物体都自动成像在视网膜上。在晶状体前的虹膜,中央是一圆孔,即人眼瞳孔,它是人眼的孔径光阑。根据物点的亮暗,瞳孔直径可自动变化(2mm~8mm),以调节进入人眼的光能。黄斑中心与眼睛光学系统像方节点的连线称为视轴。人眼的视场可达 150° ,但能同时清晰地观察物体的范围只在视轴周围 $6^\circ\sim 8^\circ$,故在观察物体时,眼球自动旋转,使视轴对准物体。

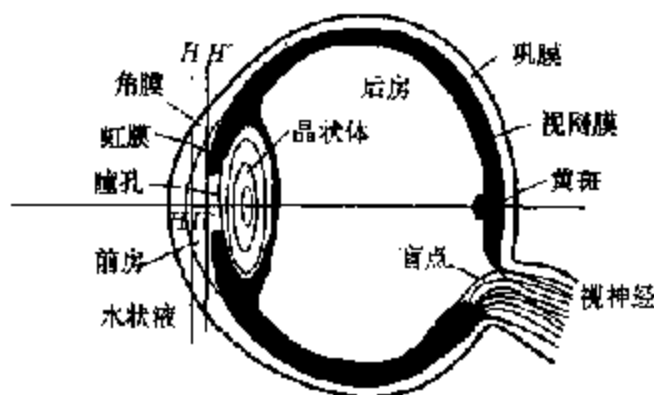


图 1-64 眼睛的结构

(二) 眼睛的调节及校正

眼睛成像系统对任意距离的物体自动调焦的过程称作眼睛的调节。为此,可通过环形肌肉调节使晶状体的直径变小,导致晶状体表面的曲率增大,从而眼睛的焦距可由 $f'\approx 23\text{mm}$ 下降至 $f'\approx 18\text{mm}$ 。

眼睛的调节能力用能清晰调焦的极限距离表示,即远点距离和近点距离。调节范围不是保持不变的,随着年龄的增加,近点逐渐变远。例如幼年时期,近点在眼前70mm~80mm,远点在无限远处;到了中年,近点约在眼前250mm处;到了老年,近点已移到眼前的1m~2m,远点也移至眼前只有几米处,此时眼的调节范围就相当小了。

在阅读时,或眼睛通过目视光学仪器观测物像时,为了工作舒适,习惯上把物或像置于眼前250mm处,称此距离为明视距离。

眼睛光学系统的后焦点在视网膜上,称为正常眼,反之,称为反常

眼。若远点位于眼前有限距离，称为近视眼；而远点变远的眼，称为远视眼。欲使近视眼的人能看清无限远点，必须在近视眼前放一负透镜，如图 1-65 (a)；欲校正远视眼，需在远视眼前放一正透镜，如图 1-65 (b)。

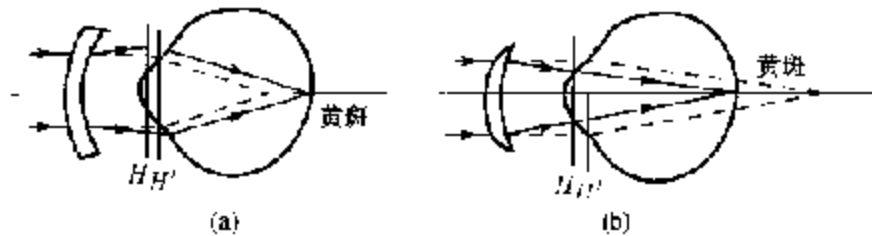


图 1-65 眼睛的校正

所谓散光，是由于眼球在不同方向的平面内曲率不同引起的，需要用非球面透镜来校正。

(三) 眼睛的分辨力和对准精度

通过视网膜的结构，眼睛能把两相邻的点分开。视网膜上最小鉴别距离不小于 0.006mm 。眼能够分辨最靠近两相邻点的能力称为眼的分辨能力，或视觉敏锐度。

物体对人眼的张角称作视角，人眼能分辨的物点间最小视角称作视角鉴别率 ϵ 。眼睛在没有调节的松弛状态下， $f' \approx 23\text{mm}$ ， $\epsilon \approx 60''$ 。

对准和分辨是两个不同的概念，分辨是指眼睛能区分两个点或线之间的线距离或角距离的能力，而对准是指在垂直于视轴方向上的重合或置中过程。对准后，偏离置中或重合的线距离或角距离称为对准误差。

图 1-66 (a) 是两实线重合，对准误差为 $\pm 60''$ ，图 1-66 (b) 是两直线端部重合，对准误差为 $\pm 10'' \sim \pm 20''$ ，图 1-66 (c) 和 1-66 (d) 分别是双线对准单线和叉线对准单线，对准精度均可达 $\pm 10''$ 。



图 1-66 对准形式

二、放大镜和目镜

人眼感觉的物体大小取决于其像在视网膜上的大小，由于眼睛光学系统的焦距是一定的，故也取决于物体对人眼所张的视角大小。物体离眼睛越近，张角越大。但被观察的物体必须位于眼睛的近点之外才能被眼睛看

清,且被观察的物体细节对眼睛节点的张角大于眼睛的分辨力 $60''$ 时,眼睛才能分辨。放大镜的作用是放大物体在视网膜上所成的像,也可以说是放大视角,故其放大率用视角放大率表示,定义为:通过放大镜观察物体时像的视角正切与人眼直接观察物体时视角正切之比,用 Γ 表示。

$$\Gamma = \frac{\tan \omega'}{\tan \omega} \quad (1-96)$$

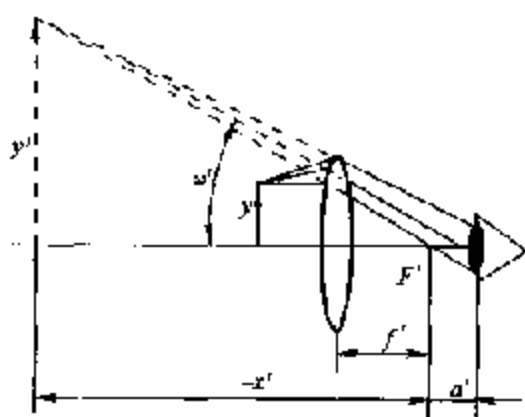


图 1-67 放大镜成像原理

正常眼直接观察物体时,一般把物体放在明视距离 $D = 250\text{mm}$ 处,此时 $\tan \omega = y/D$ 。当人眼通过放大镜观察物体时,如图 1-67 所示,像对人眼的张角正切为 $\tan \omega' = y'/(a' - x')$ 。因为 $a' < x'$, $y' - \beta y = -x'y/f'$, 所以上式改写为 $\tan \omega' = -y'/x' = y/f'$ 。于是得

$$\Gamma = D/f' = 250/f' \quad (1-97)$$

常用的放大镜,其倍率在 2.5~25 倍之间。若用单透镜作放大镜,由于不能校正像差,放大倍率通常不超过 3 倍。倍率较大的放大镜由组合透镜组成。若放大镜的物是前面光学系统所成的像,则把这样的放大镜称作目镜。

最重要而且用途最广的目镜有两种,即惠更斯目镜和冉斯登目镜。

图 1-68 所示的是惠更斯目镜。它由两个同种玻璃的平凸透镜(即靠近物镜的场镜和靠近眼睛的接目镜)组成,两者都是凸面向着物镜。场镜所成的像平面即为接目镜的物平面。而场镜和接目镜的像差是互相补偿的,因此当观察到的物体清晰时,视场光阑是不清楚的,故在惠更斯目镜中不宜放分划板,测试仪器也不能选用这种结构。

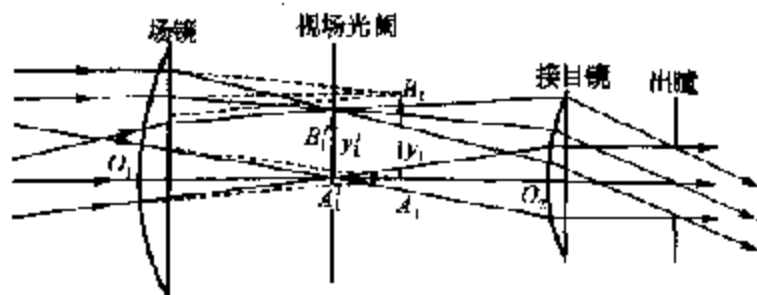


图 1-68 惠更斯目镜

图 1-69 所示的是冉斯登目镜,也是由两个同种玻璃的平凸透镜组成,

两者凸面相向，平面向外。其场镜向接目镜移近，使物镜的像平面移出目镜，可以设置分划板。

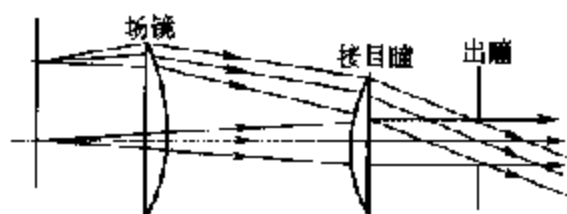


图 1-69 冉斯登目镜

三、显微镜系统

为了观察近距离的微小物体，要求光学系统有较高的放大率，此时就要用组合光学系统组成放大镜，这种放大镜称为显微镜。显微镜由物镜和目镜组成，物体经显微物镜放大成像后，其像再经目镜放大以供人眼观察。

显微镜的二次成像过程如图 1-70 所示。显微镜的视角放大率为

$$\Gamma = \frac{-g\omega'}{\tan\omega} = -\frac{(250\text{mm})\Delta}{f_o'f_e'} = \beta\Gamma_e \quad (1-98)$$

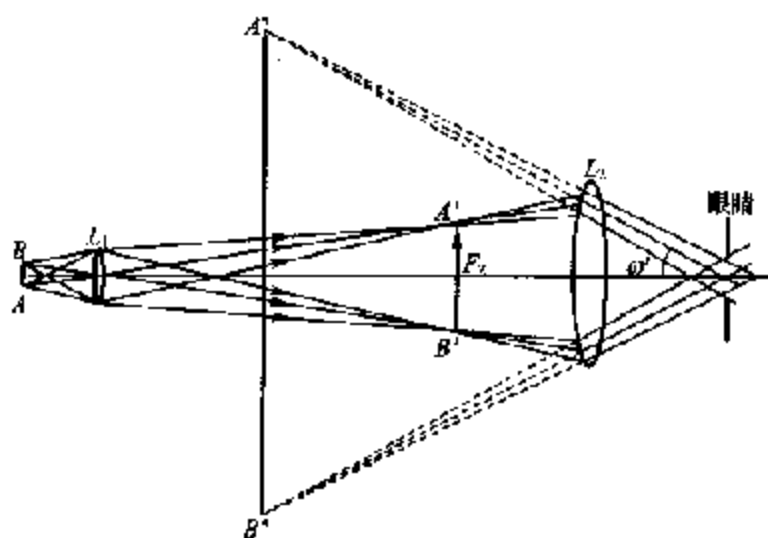


图 1-70 显微镜成像原理

式中， f_o' 为物镜焦距； f_e' 为目镜焦距； Δ 为物镜像方焦点到目镜物方焦点之间的光学间隔。上式表明显微镜的视角放大率等于物镜的垂轴放大率 β 和目镜的视角放大率 Γ_e 之积。

四、望远镜系统

望远镜的结构和光路与显微镜类似（如图 1-71），也是先由物镜成中间像，再通过目镜来观察此中间像。所不同的是，望远镜所要观察的物体

在很远的地方（可以看成是无穷远），因此中间像成在物镜的像方焦面上，物镜的像方焦点和目镜的物方焦点几乎重合。望远系统的视角放大率为

$$\Gamma = \tan \omega' / \tan \omega = \gamma = -f'_o / f'_e = -D / D' \quad (1-99)$$

式中， D 和 D' 分别是望远镜的入瞳和出瞳的大小。

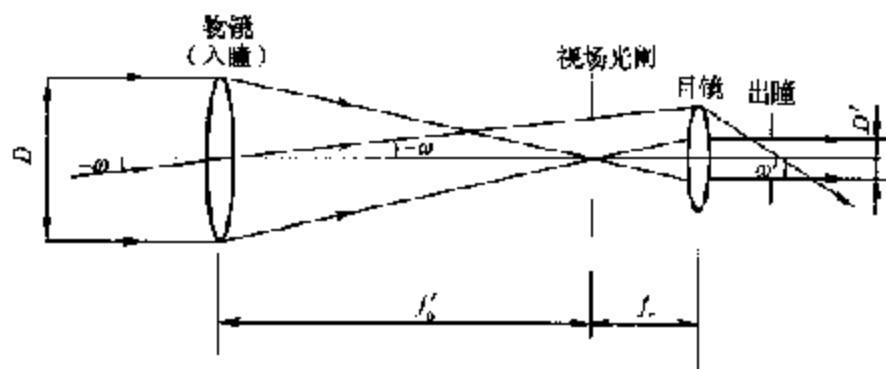


图 1-71 开普勒望远镜成像原理

由上式可知，望远镜的视角放大率是光瞳垂轴放大率的倒数，即

$$\Gamma = 1/\beta \quad (1-100)$$

五、摄影系统

摄影系统由摄影物镜和感光元（如感光胶片、电子光学变像管或电视摄像管等接收器件）组成，其中包括照相机、电视摄像机、CCD 摄像机等。

如图 1-72 所示，在摄影系统中，拍摄对象的距离一般比焦距大得多，因此像平面（感光底片）总在像方焦面附近。在小范围内调节镜头与底片间的距离，可使不同距离以外的物体成清晰的实像于底片上。

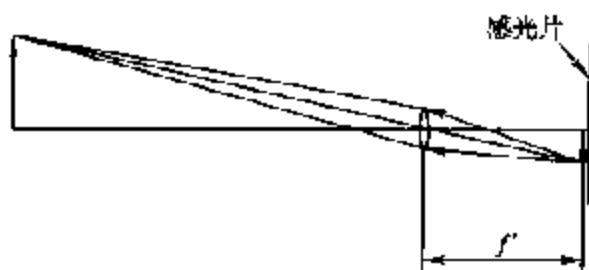


图 1-72 照相机成像原理

六、投影系统

投影系统是把一平面物体放大成一平面实像以便于人眼观察。幻灯机、电影放映机、照相放大机、测量投影仪、微缩胶片阅读仪等都属于投影系统。如图 1-73 所示，投影系统的主要部分是一个会聚的投影镜头，将画片成放大的实像于屏幕上。由于通常镜头到像平面（幕）的距离比焦

距大得多, 所以画片总在物方焦面附近。

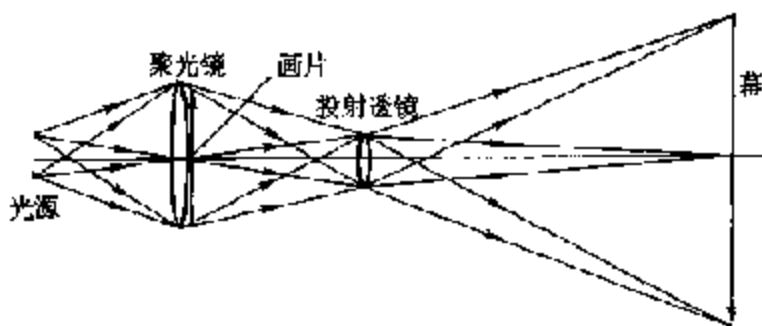


图 1-73 投影系统成像原理

思考题与习题

1. 一折射球面 $r=150\text{mm}$, $n=1$, $n'=1.5$, 当物距分别为 $-\infty$, 1000mm , -100mm , 0 , 100mm , 150mm 和 200mm 时, 垂轴放大率各为多少?

2. 一球面镜半径 $r=100\text{mm}$, 求 $\beta=0, 0.1, 0.2, 1, 10, \infty$ 时的物距和像距。

3. 针对位于空气中的正透镜组 ($f'>0$) 及负透镜组 ($f'<0$), 试用作图法分别对以下物距求像平面的位置: $l=-\infty, 2f, f, f/2, 0, f/2, f, 2f, \infty$ 。

4. 设一系统位于空气中, 垂轴放大率 $\beta=-10$, 由物面到像面的距离 (共轭距离) 为 7200mm , 物镜两焦点距离为 1143mm , 求该物镜焦距, 并绘出基点位置图。

5. 已知一透镜把物体放大 3 倍透射在屏幕上, 当透镜向物体移近 18mm 时, 物体将被放大 4 倍, 求透镜的焦距, 并用图解法校核。

6. 已知一透镜 $r_1=-200\text{mm}$, $r_2=-300\text{mm}$, $d=50\text{mm}$, $n=1.5$, 求其焦距、光焦度、基点位置。

7. 一光学系统由一透镜和平面镜组成, 如图 1-74 所示。平面镜 MN 与透镜光轴垂直交于 D 点, 透镜前方离平面镜 600mm 有一物体 AB , 经透镜和平面镜后, 所成虚像 $A''B''$ 至平面镜的距离为 150mm , 且像高为物高的一半, 试分析透镜焦距的正负, 确定透镜的位置和焦距, 并画出光路图。

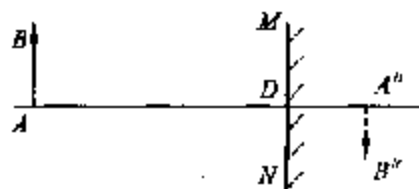


图 1-74

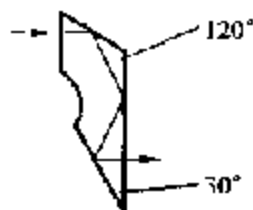


图 1-75



图 1-76

8. 试画出图 1-75 所示列曼棱镜的展开图。

9. 如图 1-75 所示, 光线以 45° 角入射到平面镜上, 反射后通过折射率 $n=$

1.5153，顶角为 4° 的光楔。若使入射光线与最后的出射光线成 90° ，试确定平由镜所应转动的方向和角度值。

10. 设照相物镜的焦距等于 75mm ，底片尺寸为 $55\text{mm} \times 55\text{mm}$ ，求该照相物镜的最大视场角为多少？

11. 什么叫等晕成像？什么叫不晕成像？

12. 球面反射镜有几个无球差点？

13. 几何像差有哪几种？

第2章

物理光学基础

第一节 光的干涉

前面讨论几何光学，对光的直线传播现象及其基本规律和应用，都作了扼要介绍。但是，几何光学只是涉及到光的传播的表观现象，而没有考虑到光的本质运动规律，因此有许多问题不能得到解决。

物理光学是从光的波动性出发，来研究光在传播过程中所发生的各种现象，因此也称为波动光学。物理光学或波动光学虽然比几何光学要复杂麻烦，但能解决更多的光学问题，而且更精确。

光的波动性主要表现在它有干涉、衍射及偏振等特性，下面将分别讨论这些特性。

将光源发出的光经过适当的装置分成两束，然后将它们叠加起来，我们发现在叠加区域有的地方光强加强，有的地方光强变弱，加强的地方会超过这两束光的强度之和，而变弱的地方会小于这两束光的强度之和，在一定条件下甚至可能会变成零，这种现象叫干涉现象。对于严格的两束单色光波，它们叠加在一起总会产生干涉。然而，实际光源永远不可能严格单色，一般情况下，不同光源发出的光波是不相干的，叠加后，不会产生干涉现象。

光的干涉现象是光的波动性的强有力的证明。

一、两单色光波的干涉

光的干涉的基本原理是波的叠加原理。所谓波的叠加原理即：一列波

在空间传播时,空间的每一点都引起振动。当两列波(或多列波)在同一空间传播时,空间各点都参与每列波在该点引起的振动。如果波的独立传播定律成立(在线性介质中),则当两列(或多列)波同时存在时,在它们的交叠域内,每点的振动是各列波单独在该点产生的振动的合成。

波的叠加实质上就是空间每点振动的合成,它的数学表达即为矢量波的合成。

$$E(P, t) = E_1(P, t) + E_2(P, t) + \dots \quad (2-1)$$

式中, P 代表波场中任一场点。

现在,考虑同频率的两单色波 E_1 、 E_2 在空间某一点 P 的叠加。假设二者的振动方向是相同的,即同为某一分量,那么, P 点总电场为

$$E = E_1 + E_2 \quad (2-2)$$

$$E^2 = E_1^2 + E_2^2 + 2E_1 E_2 \quad (2-3)$$

其中

$$E_1 = E_{01} \exp(i\omega t) = |E_{01}| \exp[i(\omega t - \delta_1)] \quad (2-4)$$

$$E_2 = E_{02} \exp(i\omega t) = |E_{02}| \exp[i(\omega t - \delta_2)]$$

式中, E_{01} 、 E_{02} 为复振幅, $|E_{01}|$ 、 $|E_{02}|$ 是复振幅的模, δ_1 、 δ_2 是复振幅的相位因子,它们和 P 点的位置有关。因此 P 点光强为

$$I = I_1 + I_2 + I_{12} \quad (2-5)$$

其中

$$I_1 = \langle E_1^2 \rangle = \frac{1}{2} |E_{01}|^2$$

$$I_2 = \langle E_2^2 \rangle = \frac{1}{2} |E_{02}|^2 \quad (2-6)$$

$$I_{12} = 2 \langle E_1 \cdot E_2 \rangle = |E_{01}| |E_{02}| \cos \delta$$

$$\delta = \delta_2 - \delta_1 \quad (2-7)$$

由上式可得

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad (2-8)$$

这就是两束单色波干涉的光强公式。它表明,由于干涉的结果,叠加后的总强度并不都等于两列波的强度和,而出现了干涉项 I_{12} , 这个干涉项依赖于每个波的振幅 $|E_{01}|$ 、 $|E_{02}|$ 的大小以及这两列波在 P 点的相位差 $\delta = \delta_2 - \delta_1$ 。由于 δ_1 、 δ_2 随位置而变, δ 也随位置而异,即在空间不同的点有不同的光强。

二、分波面的双光束干涉

获得相干光束的方法可分为两类:一类是分波阵面法,一类是分振幅法。首先讨论分波阵面法。所谓分波阵面法,是把同一个波的波面分成两

部分,然后再将这两部分叠加产生干涉。双缝干涉就是一种典型的分波阵面干涉。

1. 双缝干涉

双缝干涉装置如同 2-1 所示:由缝光源 S_0 发出的光波的波阵面被 S_1 、 S_2 两狭缝分割出来,在观察屏上 P 点叠加产生干涉。

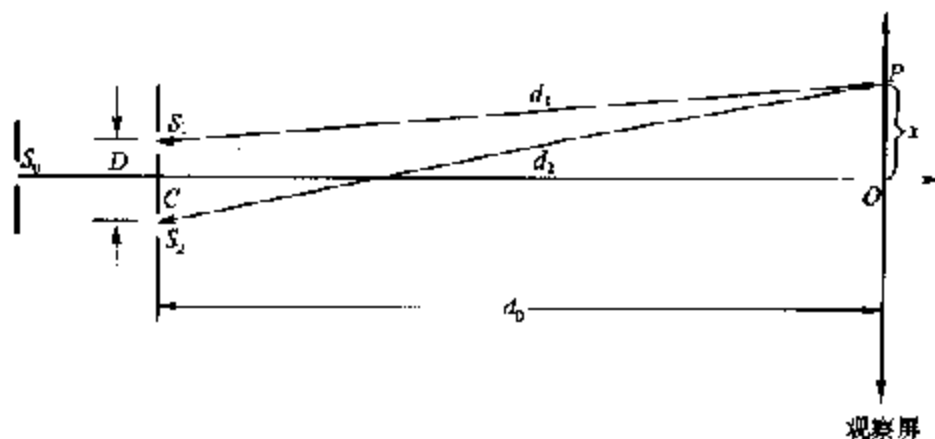


图 2-1 双缝干涉装置

为简单起见,假设光源和狭缝都垂直图面。观察屏的原点 O 在狭缝 S_1 、 S_2 的垂直平分线上, P 点距 O 点为 x ,双狭缝之间的距离为 D ,观察屏与狭缝所在平面之间的距离为 d_0 ,而 S_1 、 S_2 到 P 点距离分别为 d_1 、 d_2 ,光源 S_0 在两狭缝的垂直平分线上,则 S_1S_2P 和 S_0S_2P 之间光程差为

$$\Delta \approx \frac{xD}{d_0}$$

相应的位相差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{xD}{d_0} \quad (2-9)$$

亮纹、暗纹条件分别是

$$x = \frac{m\lambda d_0}{D} \quad x = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda d_0}{D} \quad (2-10)$$

式中, $m=0, \pm 1, \pm 2, \dots$

两条相邻的亮纹(或暗纹)之间的距离称为条纹间距 Δx , 即

$$\Delta x = \frac{\lambda}{W} \quad (2-11)$$

式中, W 为相干光束的会聚角, 即

$$W = \frac{D}{d_0} \quad (2-12)$$

2. 几种其他的分波阵面干涉装置

(1) 菲涅耳双棱镜

如图 2-2 所示, 菲涅耳双棱镜由两块相同的、顶角 α 很小的直角棱镜对接组成。光源 S 发出的光波, 其波面两部分经上下两个棱镜折射后形成两束光, 虚光源 S_1 、 S_2 之间距离为

$$D \approx 2b(n-1)\alpha \quad (2-13)$$

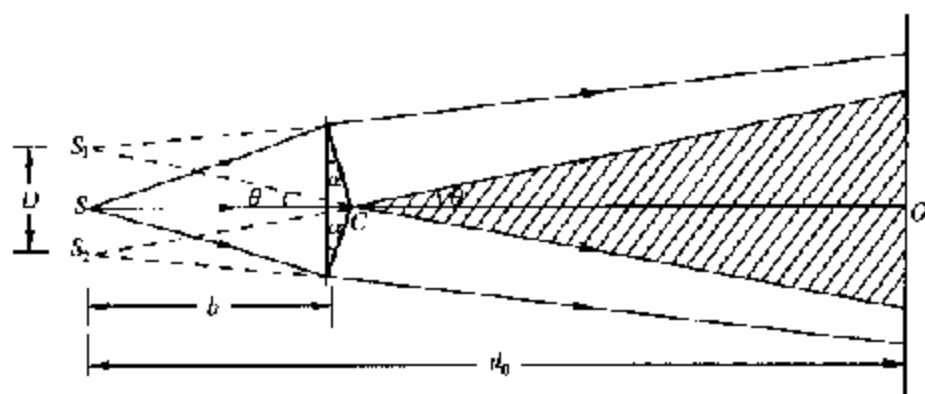


图 2-2 菲涅耳双棱镜

(2) 菲涅耳双面镜

如图 2-3 所示, 菲涅耳双面镜由两个反射镜 M_1 、 M_2 组成, M_1 、 M_2 之间有一很小的夹角 α 。光源 S 发出的光波, 其波面两部分经 M_1 、 M_2 反射后形成两束光。虚光源 S_1 、 S_2 之间距离

$$D = 2bsin\alpha \approx 2b\alpha \quad (2-14)$$

其中, $b = S_1C = S_2C = SC$, 两反射镜之间夹角为 α 。

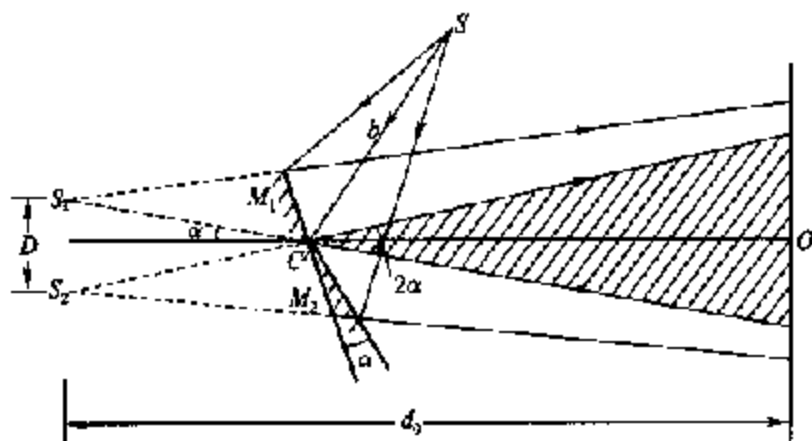


图 2-3 菲涅耳双面镜

(3) 洛埃镜

洛埃镜如图 2-4 所示。点光源 S_1 靠近平面反射镜 MN 所在的平面, 由 S_1 发出的光波波面一部分由反射镜 MN 反射形成一束光, 这束光好像是由 S_1 的虚像 S_2 发出的, 它与 S_1 直接发出而不经反射的光束相遇, 在重叠区发生干涉。 S_1S_2 之间距离 D 是不难得到的。

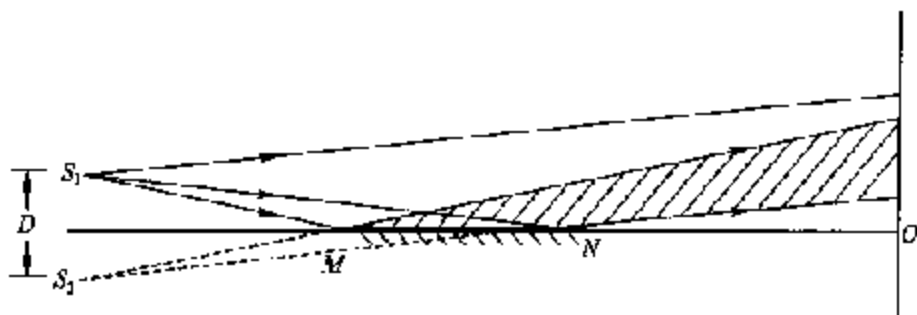


图 2-4 洛埃镜

三、分振幅的双光束干涉

所谓分振幅干涉，是同一光源来的波经薄膜的上表面和下表面反射，将这个波的振幅分成两部分，由于这两部分来自同一光源，因而是相干的，它们叠加所产生的干涉就称为分振幅干涉。分振幅干涉分成等倾干涉和等厚干涉两类。

1. 等倾干涉

等倾干涉是由平行平板所产生的干涉。当薄膜是折射率和厚度均为常数的平行平板时，则位相差只决定于光在板面上的入射角，由相同入射角的光所形成的反射光在透镜的相应焦点处有相同的位相差，因而有相同的光强度，而光强度相等点的轨迹就是干涉条纹，所以，平行平板的干涉条纹是由有相同入射角的光形成的，我们称这种干涉为等倾（度）干涉。

如图 2-5 所示，一厚度为 h ，折射率为 n 的透明平行薄板放在折射率为 n_0 的介质中。

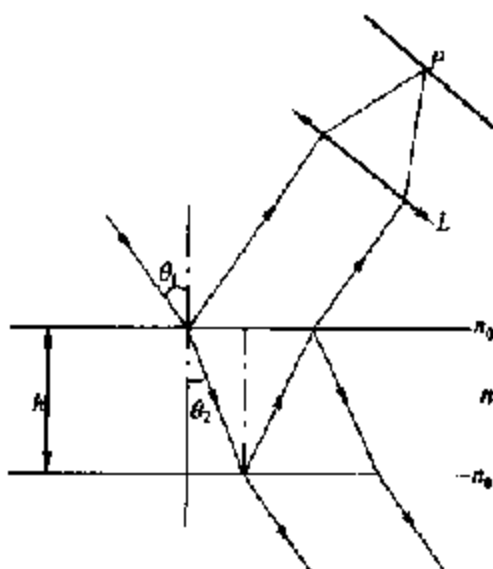


图 2-5 等倾干涉原理图

对于起源于同一入射光的两条反射光的光程差 Δ 为

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 - \frac{\lambda_0}{2}$$

$$\text{或} \quad \Delta = 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta} - \frac{\lambda_0}{2} \quad (2-15)$$

式中附加程差 $\frac{\lambda_0}{2}$ 是当平板两边的折射率小于或大于平板的折射率时，从平板两表面反射的两束光路附加位相差 π 所引起的。若平板的折射率在平板上、下两种介质的折射率之间，则没有附加程差。

我们可以将光程差写成

$$\Delta = m\lambda_0 \quad (2-16)$$

若入射角 θ_1 能使光程差 Δ 满足 m 为整数 ($m=0, 1, 2, \dots$) 的条件，那么，相应的 P 点所得到的干涉光强将为极大；若入射角 θ_1 能使光程差 Δ 满足 m 为半整数 ($m=\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots$) 的条件，那么，相应的 P 点的干涉光强将为极小。

等倾条纹的形状与观察的方位有关，当观察望远镜的光轴与平板垂直时，条纹是一组同心圆环，中心点的干涉级次最高设为 m_0 ，而愈向边缘，干涉级次愈低。中央点的干涉级次为

$$m_0 = m_1 + e \quad (2-17)$$

式中， m_1 是最靠近中心的第一个亮环的干涉级次。由于亮环相应于整数级，因此 m_1 为整数，而 e 则为小于 1 的正小数部分，称为中央的小数级次。由中心向外第 N 个亮环的干涉级是 $m_1 + (N-1)$ ，该亮环的角半径为

$$\theta_N \approx \frac{1}{n_0} \sqrt{\frac{n\lambda}{h}} \sqrt{N-1+e} \quad (2-18)$$

相邻两条纹的角间距为

$$\Delta\theta_1 \approx \frac{n\lambda}{2n_0^2 h} \quad (2-19)$$

透射光没有附加光程差，对于同一入射角来说，透射光的光程差和反射光的光程差恰好相差半个波长，干涉图样是互补的，也是等倾条纹。

2. 等厚干涉

等厚干涉是指同一干涉条纹对应于同一厚度所产生的干涉。这类干涉的特点是：各相干光均以同样的角度入射于薄膜，但膜厚度有变化，日常所见薄膜干涉的现象多属等厚干涉。另外，两块经过加工的平玻璃，擦干净后面对面贴在一起，在白光下即可看见反射光产生的彩色干涉条纹。在单色光下则为亮、暗相间的单色条纹。若用一平玻璃和一凸玻璃贴在一

起,能看见圆条纹,光学上习惯称之为“牛顿环”。

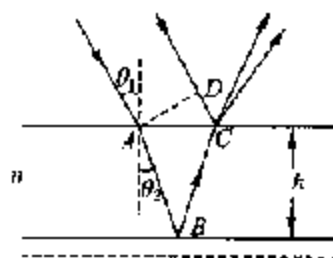
当所研究的透明板是折射率均匀而两表面夹角很小的楔形板时,若光源距板较远或观察干涉条纹用的仪器(眼睛或低倍显微镜)的孔径很小,以致于在整个视场内光线的人射角可视为不变的常数,则反射光的相遇点的位相差只决定于产生该反射光的薄板的厚度,板上厚度相同的地方对反射光所产生的光程差相同,因而同一干涉条纹是由板上厚度相同的地方产生的,我们称这种干涉为等厚(度)干涉。

等厚(度)干涉条纹是相干光交叠在膜层表面的干涉现象,如图2-6所示。

等厚干涉的程差公式和等倾干涉的程差公式在形式上完全相同,即

$$\Delta = 2nh \cos \theta_2 + \frac{\lambda_0}{2}$$

或
$$\Delta = 2h \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 \theta} + \frac{\lambda_0}{2} \quad (2-20)$$



这是因为二者的推导方法是完全类似的。图2-6 等厚干涉原理图。但等厚干涉和等倾干涉是不同的:等厚干涉中,

薄膜的厚度 h 不是常数,即不是平行平板,但入射光线却基本上是平行的,它们以同一角度 θ_1 入射;等倾干涉则是厚度 h 相同而入射角 θ_1 不同所形成的干涉条纹。

经常遇到的等厚干涉是光线垂直射到薄膜上,这时 $\theta_1 = \theta_2 = 0$, 则等厚干涉的相邻两条纹所对应薄膜的厚度差为 $\frac{\lambda_0}{2n}$, 当 $\theta_1 = \theta_2 = 0$ 时,第 m 级干

涉条纹所对应的厚度为 h_m , 由式(2-20)可知,此时有 $2nh_m + \frac{\lambda_0}{2} = m\lambda_0$,

而其相邻的第 $m+1$ 级条纹所对应的厚度为 h_{m+1} , 此时有 $2nh_{m+1} + \frac{\lambda_0}{2} =$

$(m+1)\lambda_0$ 。因此,相邻两条纹所对应的厚度差 Δh 为

$$\Delta h = |h_{m+1} - h_m| = \frac{\lambda_0}{2n} \quad (2-21)$$

第二节 光的衍射

当光在其传播路径上遇到障碍物时,光会发生偏离直线方向的传播,在显示屏上出现强度不均匀的分布或明暗相间的条纹,这种现象称为光的衍射现象。

光的衍射现象,按光源、衍射开孔(或屏障)和观察衍射的幕(可以

叫做衍射场)三者之间距离的大小,通常分为两种类型:一种叫菲涅耳衍射,这是光源和衍射场或者二者之一到衍射开孔(或屏障)的距离都比较小的情况;另一种叫做夫琅和费衍射,这是光源与衍射场都在离衍射物无限远处情况。

一、惠更斯 菲涅耳原理

惠更斯—菲涅耳原理是处理衍射问题的基本原理和基本出发点。惠更斯原理可表述如下:任何时刻波面上的每一点都可作为次波的波源,各自发出球面次波;在以后的任何时刻,所有这些次波波面的包络面为波在该时刻的新波面。这就是著名的惠更斯原理。菲涅耳用他的干涉理论补充了这一原理:既然这些次波是由同一波前上的各点所激发的,那么这些次波之间必然是彼此相干的。一般将惠更斯原理和菲涅耳补充的干涉原理合在一起称为惠更斯—菲涅耳原理。

如图 2-7 所示, Σ 为透光开孔。当一单色光入射到开孔上,在 Σ 上任一点 Q 处入射光场为

$$E(Q, t) = U(Q) \exp(i\omega t) \quad (2-22)$$

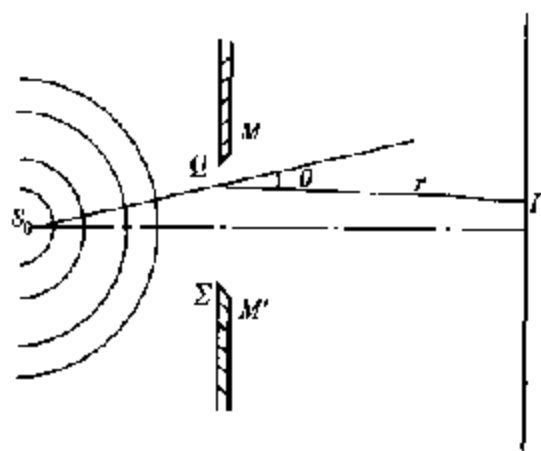


图 2-7 惠更斯—菲涅耳原理

式中,振幅和初相位都是 Q 点的位置函数。由于时间周期因子 $\exp(i\omega t)$ 对开孔上各点都一样,故可略去。因此下面可直接用复振幅 $U(Q)$ 代表开孔 Σ 上的场强分布。

设 dS 为 Q 点处开孔的小面积元。入射场 $U(Q)$ 在 Q 点 dS 上激发起次波场,其强度可认为与 $U(Q) dS$ 成正比。这时,从 dS 上发出的球面次波在 P 点引起的振动为

$$dE(P) = K(\theta) U(Q) dS \frac{\exp(-ikr)}{r} \quad (2-23)$$

式中, $r=QP$ 代表从 Q 点到 P 点距离, 而 $\frac{\exp(-ikr)}{r}$ 是从 Q 点发出的球面波传到 P 点时的振幅和相位的变化。 $K(\theta)$ 是一个倾斜因子, 它描写次波振幅随方向的改变, 其中 θ 是 QP 与入射波前法线间的夹角, 称为衍射角。当正入射时, 倾斜因子为

$$K(\theta) = \frac{i}{2\lambda}(1 + \cos\theta) \quad (2-24)$$

式中, λ 是入射光波长。将式 (2-24) 代入式 (2-23) 对整个开孔面积求积分, 就是入射光经过开孔后在 P 点处所有次波的叠加效果, 即 P 点的复振幅为:

$$\tilde{E}(P) = \frac{i}{2\lambda} \int_{\Sigma} U(Q) \frac{\exp(-ikr)}{r} (1 + \cos\theta) dS \quad (2-25)$$

这就是惠更斯—菲涅耳原理的数学表达式。

二、基尔霍夫衍射公式

利用公式 2-25 对一些简单形状孔径的衍射进行计算时, 虽然计算出来的衍射光强分布与实际结果符合得很好, 但菲涅耳理论本身是不严格的。例如, 倾斜因子 $K(\theta)$ 的引入缺乏理论依据。菲涅耳原理的不足, 可由基尔霍夫衍射理论来弥补。基尔霍夫从波动微分方程出发, 利用场论的格林定理及电磁场的边值条件, 推导出比较完善的数学表达式:

$$\tilde{E}(P) = \frac{A}{i\lambda} \int_{\Sigma} \frac{\exp(ikl)}{l} \frac{\exp(ikr)}{r} \left[\cos(n, r) - \frac{\cos(n, l)}{2} \right] dS \quad (2-26)$$

式中: A ——入射光在距点光源单位距离处的振幅;

l ——点光源 S 到 Σ 上任一点 Q 的距离;

r —— Q 点到 P 点的距离;

Σ ——衍射屏上的开孔面积;

n ——开孔 Σ 上指向外部的法向单位矢量;

(n, l) ——孔径面 Σ 法线与 l 方向的夹角;

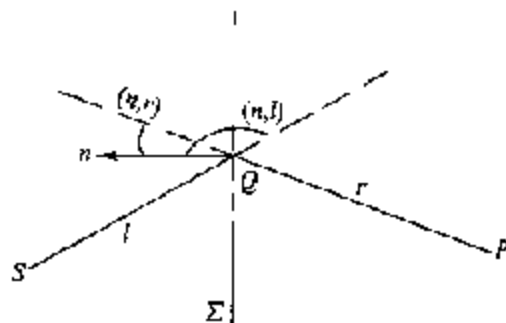
(n, r) ——孔径面 Σ 法线与 r 方向的夹角。

它表示单色点光源发出的球面波照射到开孔 Σ , 在 Σ 后任一点 P 产生的光振动的复振幅 (图 2-8)。

若把式 (2-26) 写成

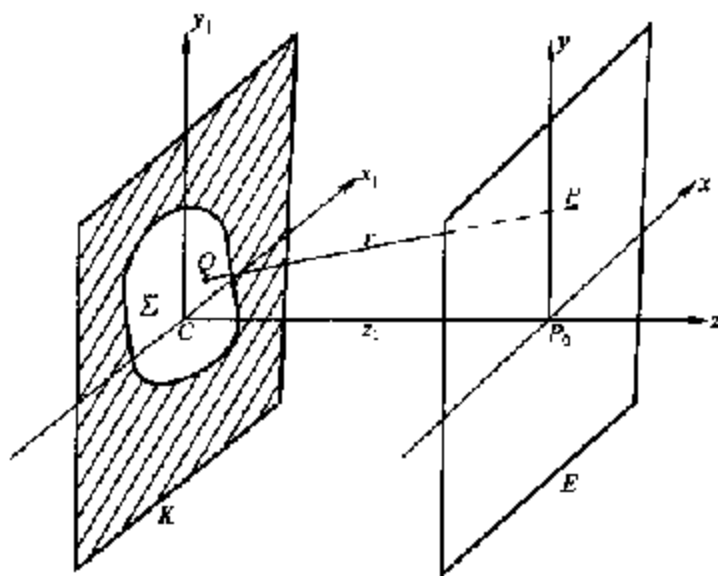
$$\tilde{E}(P) = c \int_{\Sigma} E(Q) K(\theta) \frac{\exp(ikr)}{r} dS \quad (2-27)$$

式中, $c = \frac{1}{i\lambda}$; $E(Q) = \frac{A \exp(ikl)}{l}$; $K(\theta) = \frac{\cos(n, r) - \cos(n, l)}{2}$ 。

图 2-8 球面波在孔径 Σ 上衍射

式 (2-27) 与式 (2-25) 完全相同。上式也可以按惠更斯—菲涅耳原理的基本思想进行解释, P 点的场是由开孔平面 Σ 上无穷多个虚设的次波源 $\frac{1}{r} \exp(ikr)$ 产生的, 次波源的复振幅与人射波在该点的复振幅 $\tilde{E}(Q)$ 和倾斜因子 $K(\theta)$ 成正比, 与波长成反比, 并且因子 $\frac{1}{i} \left[= \exp\left(-i \frac{\pi}{2}\right) \right]$ 表明子波源的振动相位超前于人射波 90° 。此外, 基尔霍夫公式还给出倾斜因子的表示式为 $K(\theta) = \frac{1}{2} [\cos(n, r) + \cos(n, l)]$, 它表示次波的振幅在各个方向是不相同的, 其值在 0 与 1 之间。如果点光源离开孔足够远, 使人射光可看成是垂直入射到孔的平面波, 那么对于开孔上各点都有: $\cos(n, l) = -1, \cos(n, r) = \cos\theta$ (见图 2-9)。因而

$$K(\theta) = \frac{1 + \cos\theta}{2}$$

图 2-9 开孔 Σ 的衍射

当 $\theta=0$ 时, $K(\theta)=1$, 表示在波面法线方向上次波振幅最大; 当 $\theta=\pi$ 时, $K(\theta)=0$, 说明菲涅耳关于次波的假设 $\left[K\left(\frac{\pi}{2}\right)=0\right]$ 是不正确的。

基尔霍夫衍射公式假设了衍射孔径由单个发散球面波(波长为 λ) 照明。显然对更普遍的孔径照明也是成立的。因为任意照明的情况总可以分解成无穷多个点源(或波长)的集合, 而由于波动方程的线性叠加性质, 可对每一个点光源(或波长)应用这个公式。

三、菲涅耳衍射与夫琅和费衍射

光的衍射可以分为两类——菲涅耳衍射与夫琅和费衍射, 又分别称为近场衍射与远场衍射。

前面我们给出了普遍形式的标量衍射理论的结果, 下面来进一步讨论它的某些近似, 以便我们用较简单的数学运算来计算衍射图样, 分别称之为菲涅耳近似和夫琅和费近似。

1. 初步近似

如图 2-9, 设不透光屏(其上面开有透光孔 Σ) 和观察屏均为无穷大的平面, 两者相互平行, 两平面之间的距离为 z_1 , 设开孔平面为 x_1y_1 平面, 观察平面为 xy 平面, 如果 Q 点和 P 点坐标分别为 (x_1, y_1) 和 (x, y) , 那么这两点之间的距离 r 为

$$r = \sqrt{z_1^2 + (x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \quad (2-28)$$

如观察平面与孔的距离远大于孔的线度, 而且在观察平面上只考虑一个对衍射孔上各点张角不大的范围, 可作如下两点近似:

(1) $\cos\theta \approx 1$, 倾斜因子 $K(\theta) = \frac{1 - \cos\theta}{2} \approx 1$, 即近似地把倾斜因子看作常量, 不考虑它的影响。

(2) 在孔径范围内, Q 点到 P 点距离 r 变化不大, 且 r 的变化对孔径范围内各子波源发出的球面子波在 P 点振幅影响不大, 可将式 (2-26) 分母中的 $r \approx z_1$, 但复指数中 r 不能用 z_1 代替, 而需要作更精确些的近似, 于是 (2-26) 可写为:

$$\tilde{E}(P) = \frac{1}{iz_1} \iint_{\Sigma} \tilde{E}(Q) \exp(ikr) dS \quad (2-29)$$

式中, $\tilde{E}(Q) = A \exp(ikl)$ 为孔径 Σ 内各点的复振幅分布。

2. 菲涅耳近似和菲涅耳衍射计算公式

式 (2-28) 中的 r 虽不可取 z_1 , 但对具体的衍射可以作更精确的近似。

$$r = \sqrt{z_1^2 + (x-x_1)^2 + (y-y_1)^2} = z_1 \left[1 + \left(\frac{x-x_1}{z_1} \right)^2 + \left(\frac{y-y_1}{z_1} \right)^2 \right]^{1/2} \quad \text{应}$$

用二项式展开定理 $\sqrt{1+x} = 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8} + \dots$ 略去高次项, 得到

$$\begin{aligned} r &= z_1 \left\{ 1 - \frac{1}{2} \left[\frac{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}{z_1^2} \right] \right\} \\ &= z_1 + \frac{x^2 + y^2}{2z_1} - \frac{xx_1 + yy_1}{z_1} + \frac{x_1^2 + y_1^2}{2z_1} \end{aligned} \quad (2-30)$$

这个近似称为菲涅耳近似。观察屏置于这一近似成立的区域内所观察到的衍射现象称菲涅耳衍射。

由于

$$\begin{aligned} \exp(ikr) &= \exp \left\{ ikz_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-x_1}{z_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-y_1}{z_1} \right)^2 \right] \right\} \\ &= \exp(ikz_1) \cdot \exp \left\{ \frac{ik}{2z_1} [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2] \right\} \end{aligned}$$

因此式 (2-26) 可写为

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y) &= \frac{\exp(ikz_1)}{iz_1} \iint_{\Sigma} \tilde{E}(x_1, y_1) \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z_1} [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2-31)$$

上式积分域为 Σ , 由于孔径 Σ 外, 复振幅 $\tilde{E}(x_1, y_1) = 0$, 因此上式也可写成对整个 x_1, y_1 平面的积分。

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y) &= \frac{\exp(ikz_1)}{iz_1} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(x_1, y_1) \\ &\quad \times \exp \left\{ \frac{ik}{2z_1} [(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2] \right\} dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2-32)$$

式 (2-31)、式 (2-32) 称菲涅耳衍射公式。

3. 夫琅和费近似与夫琅和费衍射公式

夫琅和费近似采用了比菲涅耳近似更强的限制条件, 即

$$z_1 \geq \frac{1}{2} k (x_1^2 + y_1^2)_{\max}$$

则 $r \approx z_1 \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x-x_1}{z_1} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y-y_1}{z_1} \right)^2 \right]$ 可改写为

$$r \approx z_1 - \left(\frac{x}{z_1} x_1 + \frac{y}{z_1} y_1 \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{z_1} + \frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{z_1}$$

若 z_1 足够大, 可略去 $\left(\frac{1}{2} \cdot \frac{x_1^2 + y_1^2}{z_1}\right)$ 项, 则

$$r \approx z_1 - \left(\frac{x}{z_1}x_1 + \frac{y}{z_1}y_1\right) - \frac{1}{2} \cdot \frac{x^2 + y^2}{z_1}$$

$$\exp(ikr) = \exp(ikz_1) \cdot \exp\left[\frac{ik}{2z_1}(x^2 + y^2)\right] \cdot \exp\left[-\frac{ik}{z_1}(xx_1 + yy_1)\right]$$

这一近似称夫琅和费近似。在这一近似成立区域内观察到衍射现象称夫琅和费衍射。

式 (2-26) 可写成

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y) &= \frac{\exp(ikz_1)}{i\lambda z_1} \exp\left[\frac{ik}{2z_1}(x^2 + y^2)\right] \\ &\quad \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(x_1, y_1) \exp\left[-\frac{ik}{z_1}(xx_1 + yy_1)\right] dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2-33)$$

$$\begin{aligned} \tilde{E}(x, y) &= \frac{\exp(ikz_1)}{i\lambda z_1} \exp\left[\frac{ik}{2z_1}(x^2 + y^2)\right] \\ &\quad \iint_{-\infty}^{\infty} \tilde{E}(x_1, y_1) \exp\left[-i2\pi\left(\frac{x}{\lambda z_1}x_1 + \frac{y}{\lambda z_1}y_1\right)\right] dx_1 dy_1 \end{aligned} \quad (2-34)$$

式 (2-33)、式 (2-34) 就是夫琅和费衍射的计算公式, 在实际计算中它要比菲涅耳衍射公式简单。

四、菲涅耳半波带法

直接应用菲涅耳衍射公式对衍射问题进行定量计算, 是很复杂的。我们还可采用一些定性或半定量的方法, 如菲涅耳波带法, 来得到衍射图样。下面我们介绍菲涅耳波带法。

如图 2-10 所示为菲涅耳半波带原理图。S 为一单色点光源, 它发出光波通过半径为 ρ 的圆孔产生衍射, S 和衍射场中任一点 S' 连线与球面波在某一时刻的波面相交于 M_0 点, $M_0S' = L$, 以 S' 为中心, 分别以 $L + \frac{\lambda}{2}$, $L + \frac{2\lambda}{2}$, $L + \frac{3\lambda}{2}$, ... 为半径在波面上作圆。这些圆将波面露出小孔部分划分成 n 个环带, 其中每一环带的相应边缘两点或相邻带的对应点到 S' 点光程差为 $\frac{\lambda}{2}$, 因此把它们称为半波带。

显然, S 在 S' 点产生的光振动, 就是波面上所有各带发出的次波在 S' 点的光振动的叠加。设 $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n$ 分别表示第 1、第 2、第 3、……第 n 半波带在 S' 点的振幅, 因为相邻波带在 S' 点产生的振动相位相

在 S' 点的叠加。总波带数是奇数，两个振幅相位一致振幅加强；为偶数则相反，振幅减弱。

如果圆孔很大或 S 与 S' 之间波面没有受遮蔽时，则波带数很多， a_0 实际上趋于零，这时 $A_0 = \frac{a}{2}$ ，光强 $I_{S'} = \frac{A_1^2}{4}$ ，不随孔径变化而变化，因此，可把光看成是直线传播。反之，如圆孔很小，例如分成一个波带则 $A_0 = A_1$ ，光强 $I_{S'} = A_1^2$ 是大孔径的四倍。若分成两个波带，则 $A_0 = 0$ ，若分成三个波带 $A_0 = \frac{A_1}{2} + \frac{A_3}{2} \approx A_1$ 。因此可见，只有圆孔直径很小时，才能出现明显的衍射现象。

五、衍射光栅

能对入射光波的振幅或相位进行空间周期性调制，或对振幅和相位同时进行空间周期性调制的光学元件称之为衍射光栅。如多缝结构就是一种光栅，它由许多平行等距的相同的单缝构成。

1. 衍射图样

观察光栅衍射的装置如图 2-11。

光栅 G 含有 N 个宽度为 a 的狭缝，相邻狭缝之间距离为 d ， d 称之为光栅常数。我们可以应用夫琅和费衍射公式来计算单色平面波通过光栅后在透镜焦面上任一点 P 所产生的光振动。 P 点的光强度由两个因子决定，一个为单缝衍射因子，另一个是干涉因子，表示多缝干涉的结果。光栅衍射图样乃是单缝衍射图样与 N 个单缝多光束干涉图样的组合。

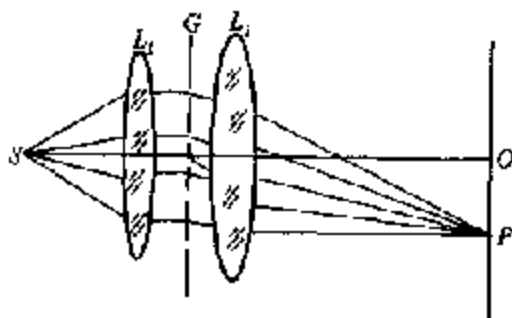


图 2-11 光栅衍射

2. 光栅方程

决定各级主极大位置的方程式为光栅方程，这是使用光栅的基本方程式。实际使用的光栅除了透射光栅外，还有反射光栅，而且入射平行光也不一定垂直于光栅平面。因此需推导出光栅方程。

下面以如图 2-12 所示的反射光栅为例，导出普遍的斜入射情况的光

栅方程。

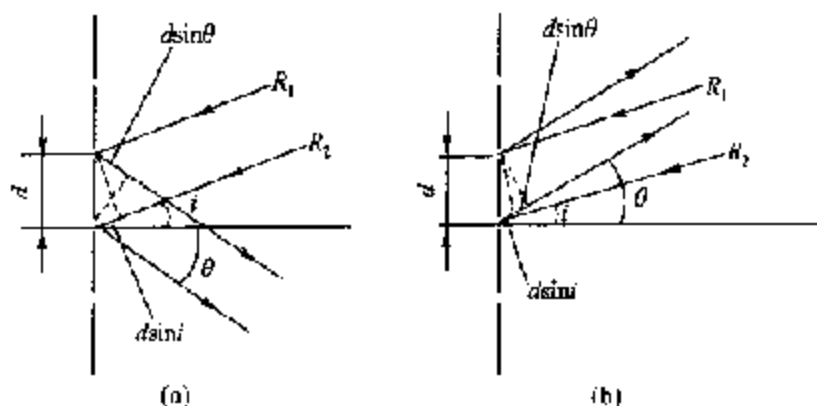


图 2-12 光束斜入射到反射光栅上发生的衍射

设平行光束以入射角 i 斜入射到反射光栅上, 衍射光与人射光可以处在光栅法线的两侧 (图 a) 或同侧 (图 b), 当光束到达光栅时, 两支相邻光束的光程差为 $\Delta = d \sin i \pm d \sin \theta$, 因此, 光栅方程的普遍形式为

$$d(\sin i \pm \sin \theta) = m\lambda \quad (m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots) \quad (2-37)$$

在考察与人射光同一侧的衍射光谱时, 上式取正号; 在考察与人射光异侧的衍射光谱时, 上式取负号。容易证明, 上式对于透射光栅同样适用。

3. 光栅的主要性能

(1) 色散率

由光栅方程可知, 主极大的衍射角 θ 与波长 λ 有关。当用多色光照射时, 除零级外, 不同波长的同一级主极大对应不同的衍射角, 这种现象我们称为光栅的色散。光栅的一个重要用途就是分光, 因此不同波长的光被分开的程度就是其重要性能之一。

光栅的色散用角色散和线色散来表示。波长相差 0.1nm 两条谱线之间的角距离, 称为角色散。可由光栅方程对波长的微分求得

$$\frac{d\theta}{d\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta} \quad (2-38)$$

上式表明光栅的角色散与光栅常数 d 成反比, 与级次 m 成正比。

线色散是聚焦物镜焦平面上波长相差 0.1nm 两条谱线之间的距离, 它可以表示为

$$\frac{dl}{d\lambda} = f \frac{d\theta}{d\lambda} = f \frac{m}{d \cos \theta} \quad (2-39)$$

式中: f 透镜的焦距。

色散是光谱仪的一个重要指标, 光谱仪色散愈大, 就愈容易将两条靠近的谱线分开。由于实用光栅常数 d 很小, 所以光栅具有很大的色散能力。这一特性, 使光栅成为一种优良的光谱仪器。

(2) 分辨本领

分辨本领是光谱仪器的另一个重要指标,它是指可分辨两个波长差很小的谱线能力。

我们来分析两条波长分别为 λ 和 $\lambda + \Delta\lambda$ 的谱线。如它们由于色散分开距离正好使一条谱线强度极大值和另一条谱线极大值边上的极小值重合,根据瑞利判据,这两条谱线刚好分辨。这时的波长差 $\Delta\lambda$ 就是光栅所能分辨的最小波长差,光栅色分辨本领定义为

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} \quad (2-40)$$

第 m 级主极大满足

$$d \sin \theta = m\lambda \text{ 或 } \sin \theta = \frac{m\lambda}{d} \quad (2-41)$$

而与它靠近的第一个极小值满足

$$d \sin \theta_1 = m\lambda + \frac{\lambda}{N}$$

令 $\theta = \theta + \Delta\theta$, $\Delta\theta$ 表示主亮纹的角宽度之半。上式可变为

$$\sin(\theta + \Delta\theta) = \frac{(mN + 1)\lambda}{Nd} \quad (2-42)$$

式 (2-41) 与式 (2-42) 相减并设 $\cos \Delta\theta = 1$, $\sin \Delta\theta = \Delta\theta$, 则

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} \quad (2-43)$$

再由角色散的表达式 (2-38), 与角距离 $\Delta\theta$ 对应的波长差为

$$\Delta\lambda = \left(\frac{d\lambda}{d\theta} \right) \Delta\theta = \frac{d \cos \theta}{m} \cdot \frac{\lambda}{Nd \cos \theta} = \frac{\lambda}{mN}$$

因此, 光栅分辨本领可表示为

$$A = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = mN \quad (2-44)$$

由此可见, 光栅的分辨本领等于光谱的级数 m 与光栅缝数 N 的乘积, 与光栅常数 d 无关。

(3) 光栅的色散范围

光栅的色散范围即其光谱不重叠区, 由光栅方程可知, λ 的第 $m+1$ 级与 $\lambda + \Delta\lambda$ 的第 m 级重叠在某一位置时, 有 $m(\lambda + \Delta\lambda) = (m+1)\lambda$, 因此, 光栅色散范围为

$$G = \Delta\lambda = \frac{\lambda}{m} \quad (2-45)$$

由此可见, 此值与光栅本身无关, 只要是用同一级次的光谱, 不论光栅常数 d 为何值, 其色散范围均同。

第三节 光的偏振及光在晶体中的传播

干涉和衍射现象说明光的波动性，但还不能确定光是横波还是纵波，因为这两种波都同样能产生干涉和衍射现象。如果光是纵波，在光的传播方向上就不可能出现任何不对称性；如果光是横波，在垂直于波的传播方向上将有可能会出现光振动的不对称性，光的偏振现象从实验上证实光波是横波。

一、偏振光和自然光

1. 偏振光和自然光的特点

就偏振性而言，光一般可分为偏振光、自然光和部分偏振光。光矢量的方向和大小有规则变化的光称偏振光。如果光波的光矢量的方向始终不变，只是它的大小随相位变化的光叫线偏振光。光矢量（电矢量）与光的传播方向组成的面称线偏振光的振动面。这时在垂直于传播方向的平面上，光矢量端点的轨迹是一直线。如果光矢量的大小不变，方向规则变化，其端点的轨迹是一个圆称为圆偏振光。如果光矢量大小和方向在传播过程中规则变化，光矢量端点沿椭圆轨迹转动称椭圆偏振光。任一偏振光都可以用两个振动方向互相垂直、相位有关联的线偏振光来表示。

从普通光源发出的光不是偏振光，而是自然光，即具有一切可能的振动方向的许多光波的总和。它的特点是振动方向的无规则性。在与传播方向垂直的平面上，无论哪一个方向的振动都不比其他方向更占优势。自然光可以用相互垂直的两个光矢量表示，这两个光矢量振幅相同，但位相关系是不确定的，是没有关联的，但不能把这两个光矢量合成为一个稳定的偏振光。

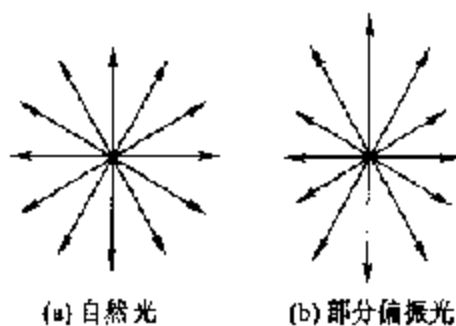


图 2-13 自然光和部分偏振光

自然光在传播过程中，由于外界的影响，造成各个振动方向强度不等，使某一方向的振动比其他方向占优势，这种光叫部分偏振光，如图 2-13 所示。

图 (b) 画出了部分偏振光的强度随光矢量方向的变化。光矢量沿垂直方向的振动占优势，其强度用 $I_{\max}$ 表示；光矢量沿水平方向的振动占劣势，其强度用 $I_{\min}$ 表示。部分偏振光也可以看作是由一个完全偏振光和一个自然光混合组成的，其中完全偏振光强度为 $I_p = I_{\max} - I_{\min}$ ，它在部分偏振光总强

度 ($I_{\max} - I_{\min}$) 中所占比率 p 叫做偏振度, 即

$$p = \frac{I_p}{I_p + I_n} = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad (2-45)$$

对于自然光: $I_{\max} = I_{\min}$, $p = 0$; 对于完全偏振光, $I_p = I_E$, $p = 1$; 其他情况下, $p < 1$, 偏振度越大, 其光束偏振化程度就愈高。

2. 产生偏振光的方法

我们已经知道, 一般光源发出的光不是偏振光, 必须通过一定途径才能从非偏振光中获得线偏振光。从普通光源发出的非偏振光获得线偏振光的办法主要有以下 3 种:

(1) 由反射与折射产生偏振光

由光的电磁理论, 自然光在介质的分界面上反射和折射时, 可以把它分解为两部分, 一部分光矢量在入射面内, 为平行分量; 另一部分光矢量垂直于入射面, 为垂直分量。由于平行分量和垂直分量的反射系数不同, 因而反射光和折射光就都成为部分偏振光。而且当自然光以布儒斯特角入射到界面时, 反射光会成为光矢量垂直于入射面振动的完全线偏振光, 透射光成为偏振度很高的部分偏振光。因此, 用任何光滑的电介质表面都可以获取线偏振光。

(2) 由二向色性产生线偏振光

有些各向异性的晶体对不同振动方向的偏振光有不同的吸收比, 这种特性称为二向色性。晶体的二向色性还与波长有关, 即具有选择吸收特性。在天然晶体中, 电气石具有很强的二向色性, 当自然光入射时, 1mm 厚电气石几乎将一个方向振动的光全部吸收掉, 使透射光成为振动方向与该方向垂直的线偏振光。

此外, 一些各向同性介质在受到外界作用时也会产生各向异性, 并具有二向色性。利用这一特性获取偏振光的器件叫人造偏振片。人造偏振片的面积可以做得很大、厚度很薄, 通光孔径几乎是 180° 而且造价低廉, 因此尽管透射率较低且随波长改变, 还是获得了广泛的应用。

(3) 双折射晶体产生线偏振光

在双折射晶体内, 自然光被分解成光矢量互相正交的线偏振光传播, 把其中一束光拦掉, 便可以得到线偏振光。最重要的偏振器件是利用晶体的双折射制成的。

3. 马吕斯定律和消光比

能将自然光变为偏振光的器件称为起偏器, 用于检验偏振光的器件称为检偏器。一束自然光通过起偏器, 从起偏器出射的光再通过一个检偏器, 则透过两偏振器后的光强 I 随两器件透光轴的夹角 θ 而变化, 透光轴

定义为偏振器允许透过的光矢量的方向。

$$I = I_0 \cos^2 \theta \quad (2-47)$$

上式即为马吕斯定律。当两偏振器透光轴平行 ($\theta=0$) 时, 透射光强最大; 当两偏振器透光轴互相垂直 ($\theta=90^\circ$) 时, 如偏振器是理想的, 则透射光强为零。实际的偏振器总不是理想的, 即自然光透过后得到的不是完全的线偏振光, 而是部分偏振光, 即使两偏振器的透光轴互相垂直, 透射光强也不为零。因此, 称检偏器相对被测偏振器转动时的最小透射光强与最大透射光强之比为被测偏振器的消光比。

二、光在晶体中的传播

1. 晶体的双折射现象

当一束单色光在各向同性介质的界面折射时, 折射光线只有一条, 而且遵守折射定律 $\frac{\sin i}{\sin r} = n_{21}$ 。但当一束单色光在晶体的界面折射时, 一般可以产生两束折射光线, 这种现象就叫双折射。

(1) 寻常光线和非常光线

对方解石的双折射现象研究表明, 晶体中的两束折射光线有一束总是遵循折射定律, 即不论入射光线方位如何, 折射光线总是在入射面内, 并且入射角的正弦与折射角的正弦之比等于常数。我们把这束折射光称为寻常光用 o 表示。另一条折射光线则不同, 一般情况下, 入射角的正弦与折射角的正弦之比不等于常数, 且折射光线不在入射面内, 即不遵循折射定律, 因此称它为非常光, 用 e 表示。

(2) 晶体的光轴、主平面、主截面

变更入射光方向, 我们发现, 在晶体内部存在着一个确定方向, 光沿着这个方向传播时, 两束折射光线即寻常光和非常光折射率相同, 传播速度也相同。这个方向叫光轴。沿光轴方向传播光不产生双折射现象。显然, 在晶体中凡是与此方向平行的任何直线都是晶体光轴。只具有一个光轴的晶体, 称为单轴晶体, 晶体具有两个光轴, 称为双轴晶体。

通常把光线在晶体中传播方向与光轴组成的平面称该光线的主平面。光轴和晶面法线组成的面称为晶体的主截面。一般情形下, o 主平面和 e 主平面是不重合的。但当光线在主截面内入射, 即入射面与主截面重合时, o 、 e 光都在该平面内, 该面也是 o 、 e 光的共同主平面。在实际使用时, 都有意选择入射面与主截面重合, 以使所研究的双折射现象简化。

若用检偏器来检验 o 光、 e 光偏振态, 就会发现, o 光和 e 光都是线偏振光。 o 光的光矢量与 o 主平面垂直, 因而总是与光轴垂直; e 光的光矢量

在 e 主平面内, 因而与光轴的夹角随传播方向不同而改变。

2. 晶体的各向异性和介电张量

(1) 晶体的各向异性

晶体中的双折射说明晶体在光学上的各向异性, 表现在对不同方向的光振动, 在晶体中有不同的传播速度或折射率, 实质上表示晶体物质对入射光电磁场相互作用的各向异性。一些各向同性的物质, 在外界场(应力、电场或磁场)作用下, 也会显现各向异性, 这是人为各向异性。

(2) 晶体的介电张量

在各向同性物质中, 电感应强度 D 与电场强度 E 关系为 $D = \epsilon E = \epsilon_0 \epsilon_r E$, ϵ 是个标量常数, 因此 D 与 E 方向一致。但在各向异性晶体中, D 与 E 一般不同向, 因而 ϵ 与电场方向有关, 此时介电常数应由介电张量代替, $[\epsilon] = [\epsilon_{ij}]$, $i, j=1, 2, 3$ 分别对应直角坐标系三个方向。

$$D_i = \sum_{j=1}^3 \epsilon_{ij} E_j \quad (2-48)$$

其中

$$[\epsilon] = [\epsilon_{ij}] = \begin{bmatrix} \epsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_z \end{bmatrix} \quad (2-49)$$

式中, x, y, z 称晶体的主轴方向, $\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$ 称晶体主介电常数。在主轴坐标系中

$$D_x = \epsilon_x E_x, D_y = \epsilon_y E_y, D_z = \epsilon_z E_z \quad (2-50)$$

晶体就光学性质可分为三类: 一类 $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_z$, 此时 D 与 E 平行, 这类晶体是各向同性的; 第二类有两个主介电常数相等, 例 $\epsilon_x = \epsilon_y \neq \epsilon_z$, 此时光轴与 z 轴平行, 称为单轴晶体; 第三类 $\epsilon_x \neq \epsilon_y \neq \epsilon_z$, 一般有两个光轴方向, 称为双轴晶体。

3. 单色平面波在晶体中的传播

(1) 晶体中的波面和光线

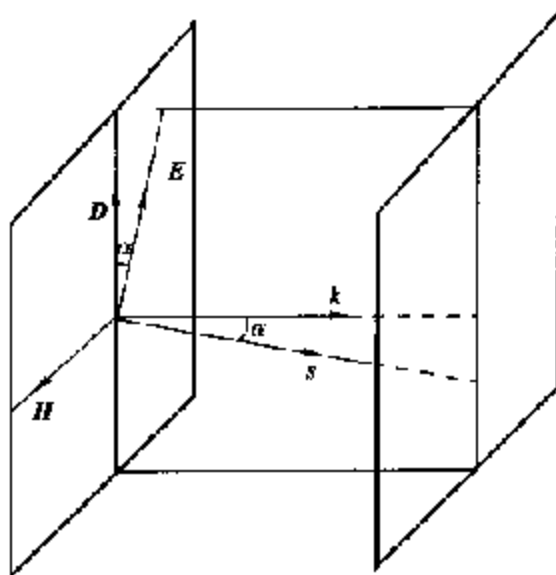
设晶体中有一单色平面波, 我们把 E, D, H 代入麦克斯韦方程组, 可得

$$k \times E = -\omega \mu_0 H \quad (2-51)$$

$$k \times H = -\omega D \quad (2-52)$$

由上式可知, D 垂直于 H 和 k ; H 垂直于 E 和 k 。因此 D, H, k 组成右手螺旋正交系。另外, 由光的电磁理论, $s = E \times H$, E, H, s 也构成右手螺旋正交系, 可知 D, E, k 和 s 在同一垂直于 H 平面内, 如图 2-14 所示。

设波矢量 k 与 s 之间夹角为 α , 则波面速度 v_k 与光线速度 v_s 之间有以

图 2-4 晶体中 D 、 E 、 k 和 s 与 H 的方向关系

下关系

$$v_k = v_i \cos \alpha \quad (2-53)$$

与光线速度对应的光线的折射率 n_i

$$n_i = \frac{c}{v_i} = n \cos \alpha \quad (2-54)$$

(2) 光在晶体中传播的非涅耳方程

根据式 (2-51)、(2-52)、(2-54) 利用 $D \cdot k_s = 0$, 可得

$$\frac{k_x^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_x}} + \frac{k_y^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_y}} + \frac{k_z^2}{\frac{1}{n^2} - \frac{1}{\epsilon_z}} = 0 \quad (2-55)$$

ϵ_i 是相对介电常数, $\epsilon_i = \epsilon_0 \epsilon_{ri}$ ($i = x, y, z$), k_s 是 k 的单位矢量, 如利用 $v_i = \frac{c}{n}$, 沿三个主轴方向的主传播速度 v_i , $v_i = c / \sqrt{\epsilon_{ri}}$ ($i = x, y, z$), 式 (2-55) 可改写为

$$\frac{k_x^2}{v_x^2 - v_i^2} + \frac{k_y^2}{v_y^2 - v_i^2} + \frac{k_z^2}{v_z^2 - v_i^2} = 0 \quad (2-56)$$

式 (2-55)、(2-56) 都称为波法线非涅耳方程, 它们给出了单色平面波在晶体中传播时, 光波折射率 n 或波法线速度 v_k 与波法线方向 k_s 的函数关系, 表示波的传播速度与传播方向有关。

利用 $E \cdot s_i = 0$, s_i 是光线方向 s 单位矢量, 可类似得到光线非涅耳方程。

$$\frac{s_x^2}{\frac{1}{v_x^2} - \frac{1}{v_i^2}} + \frac{s_y^2}{\frac{1}{v_y^2} - \frac{1}{v_i^2}} + \frac{s_z^2}{\frac{1}{v_z^2} - \frac{1}{v_i^2}} = 0 \quad (2-57)$$

上式给出了晶体中光线速度与光线方向的关系。

(3) 单轴晶体中光的传播

对单轴晶体, $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon_o$, 或 $n_x = n_y = \sqrt{\epsilon_o} = n_o$, $n_z = \sqrt{\epsilon_e} = n_e$, n_o, n_e 分别为单轴晶体的 o 光折射率和 e 光主折射率。为方便起见, 选 k_o 在 yz 平面内, 且与 z 轴夹角为 θ , 则 $k_x = 0$, $k_y = \sin\theta$, $k_z = \cos\theta$ 代入菲涅耳方程式可解出两个根

$$n'^2 = n_o^2 \quad (2-58)$$

$$n'^2 = \frac{n_o^2 n_e^2}{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta} \quad (2-59)$$

第一个解光波折射率与 k_o 无关, 总等于 n_o , 这个光波称寻常光即 o 光; 第二个解光波折射率 n' 随 k_o 与 z 轴夹角 θ 而变, 即与波的传播方向有关, 称为非常光即 e 光。

平面光波通过单轴晶体时, 有两个特点: 一是晶体中同时存在两个光波—— o 光和 e 光, 一般情况下这两波的传播方向不一致; 二是 o 光和 e 光的振动方向只局限在某一特殊方向上。 o 光与 e 光都是线偏振光, 其振动方向互相垂直。 o 光的 E 和 D 互相平行并垂直于波法线与光轴所组成的面, 光线方向与波法线方向一致, 类似于各向同性媒质中的传播。 e 光的 E 和 D 都在光轴与波法线 k_o 所组成的平面内, 但一般 E, D 方向不一致, 其光线方向与波法线方向不重合。如图 2-15 所示。

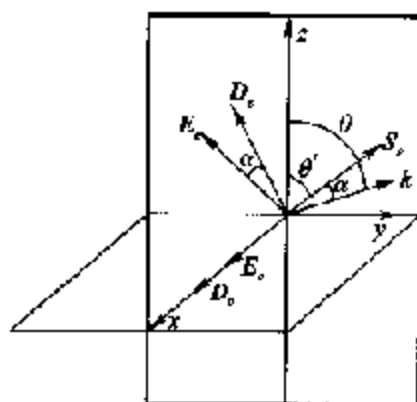


图 2-15 单轴晶体中 o 光和 e 光各矢量的方向

在晶体光学中, 称波法线方向与光线方向的夹角为离散角。对单轴晶体, o 光离散角总等于零, 对 e 光, 如果 θ 为 e 光波法线与光轴 z 夹角, θ' 为 e 光与光轴 z 的夹角, 那么, 离散角 $\alpha = \theta - \theta'$, 即

$$\tan \alpha = \frac{1}{2} \frac{n_e^2 - n_o^2}{n_o^2 \sin^2 \theta + n_e^2 \cos^2 \theta} \sin 2\theta \quad (2-60)$$

由此可见

①当 $\theta = 0$ 或 $\frac{\pi}{2}$ 时, $\alpha = 0$, 说明当波法线平行或垂直于光轴时, e 光与波法线方向一致。

②对正单轴晶体, $n_e > n_o$, $\alpha = \theta - \theta' > 0$, 说明在正单轴晶体中, e 光较其波法线靠近光轴。反之, 对负单轴晶体, $n_e < n_o$, $\alpha = \theta - \theta' < 0$, 说明在

负单轴晶体中, e 光较其波法线远离光轴。

③可以证明, 当 $\operatorname{tg} \theta = \frac{n_z}{n_o}$ 时, α 角有最大值, 其值为

$$\alpha_{\max} = \operatorname{arctg} \frac{n_e^2 - n_o^2}{2n_o n_e} \quad (2-61)$$

三、旋光现象、磁光和电光效应

1. 旋光现象

当线偏振光通过旋光物质后, 它的偏振面会发生旋转, 这一现象称物质的旋光现象, 能使振动面旋转的物质称为旋光物质。实验证明, 振动面旋转的角度决定于旋光物质的性质, 厚度以及入射光的波长。晶体中的旋光现象有下列性质。

(1) 对一定波长的光, 振动面旋转的角度 θ 与晶体厚度 d 成正比

$$\theta = \alpha d \quad (2-62)$$

式中, α 是物质的旋光率, 它与波长、物质的性质以及温度等因素有关。

(2) 不同的物质, 振动面旋转的方向有可能不同, 因此, 存在所谓的右旋物质和左旋物质。旋转方向一般是这样确定的: 当迎着光线射来的方向看去, 如果线偏振光的振动面在旋光物质内沿顺时针方向旋转, 那么, 这种旋光物质称为右旋物质, 如果振动面沿逆时针方向旋转, 则该物质称为左旋物质。右旋物质的旋光率 α 为负 ($\alpha < 0$); 左旋物质的旋光率 α 为正 ($\alpha > 0$)。

(3) 当光传播方向改变时, 物质的左旋或右旋的性质不变。因此, 如通过晶体的偏振光从镜面上反射后再通过同一晶体, 振动面就恢复到原来的方向。

(4) 对各向异性晶体, 旋光率 α 是光传播方向与晶体光轴夹角的函数。但对大多数晶体, 偏离光轴的旋光性已被双折射所掩盖, 所以对于晶体一般是指沿光轴方向的旋光率。

旋光率 α 一般还与波长有关, 是光波长 λ 的函数, 这个效应称旋光色散。

旋光现象和双折射现象是两种不同的光学现象。有的晶体既有双折射现象, 又有旋光现象; 而有的晶体有旋光现象, 但没有双折射现象。

2. 磁光效应

当一束线偏振光在某些介质中传播时, 如果在光的传播方向上加一强磁场, 则入射面的振动面会发生旋转, 这一现象叫磁光效应或法拉第效应。

实验表明, 法拉第效应的规律有:

(1) 光矢量旋转的角度 θ 与光在物质中通过的距离 l 及磁感应强度 B 成正比。

$$\theta = VBl \quad (2-63)$$

式中, V 是物质的特性常数, 叫维尔德常数。

(2) 磁致旋光方向与磁场方向有关, 而与光的传播方向无关。也就是说, 如果线偏振光穿过旋光物质一次旋转 θ 角, 则反方向返回时旋转角度为 2θ 。而在旋光性物质中, 线偏振光往返穿过总的转角为零。这是法拉第旋转与旋光的主要区别。

3. 电光效应

在强电场的作用下, 本来是各向同性的介质也可以产生双折射现象, 而本来有双折射性质的晶体, 它的双折射性质也要发生变化, 这就是所谓的电光效应。

某些晶体, 外加电场所引起的折射率变化与外加电场强度 E 的一次方成正比, 这种效应称为线性电光效应或普克尔效应。除普克尔效应外, 还有一类电光效应, 它所引起折射率的改变 Δn 与外加电场强度 E 的平方以及光波波长 λ 成正比, 即 $\Delta n = K\lambda E^2$, 其中 $\Delta n = n_o - n_e$, n_o 是没有电场存在时介质的折射率, K 称为克尔常数。这类电光效应称克尔效应。

(1) 普克尔效应

随外加电场与传播方向平行或垂直, 普克尔效应可分为纵向和横向两种。对于电场平行光轴时 (如图 2-16 所示), $n' - n''$ 称为感生折射率差, 感应主轴 x' 相应的主折射率为 n'_x , 感应主轴 y' 相应的主折射率为 n'_y , 则有

$$\begin{cases} n'_x = n_o - \frac{1}{2}n_o^3\gamma E \\ n'_y = n_o + \frac{1}{2}n_o^3\gamma E \\ n'_z = n_e \end{cases} \quad (2-64)$$

$$n'_x - n'_y = n_o^3\gamma E \quad (2-65)$$

式中, n_o 为晶体的 o 光折射率; γ 是一个常数, 称为电光系数。由此引起相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n'_y - n'_x)l = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma El = \frac{2\pi}{\lambda}n_o^3\gamma U \quad (2-66)$$

式中, λ 是真空中波长, l 是光在晶体中通过的长度, U 是外加电压。

由上式可知, 纵向电光效应产生的相位延迟与光在晶体中通过的长度 l 无关, 仅由晶体的性质 γ 和外加电压 U 决定。

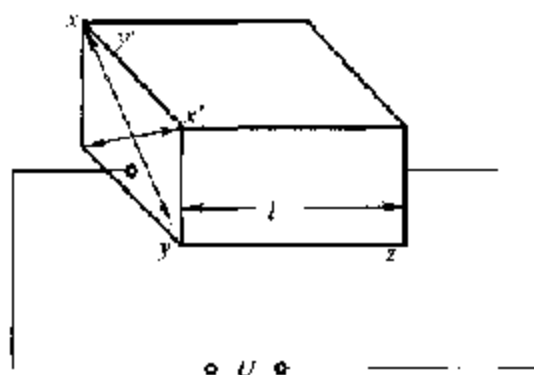


图 2-13 晶体纵向普克尔效应

在电光效应中,使相位差 δ 达到 π 所需加的电压称半波电压,常用 U_{π} 或 $U_{\pi/2}$ 表示。半波电压与电光系数是表示晶体电光性能的重要参数。显然 γ 越大, U_{π} 就越小。

对横向电光效应,光沿垂直电场 (z' 向) 的 x' 方向传播 (图 2-17)。

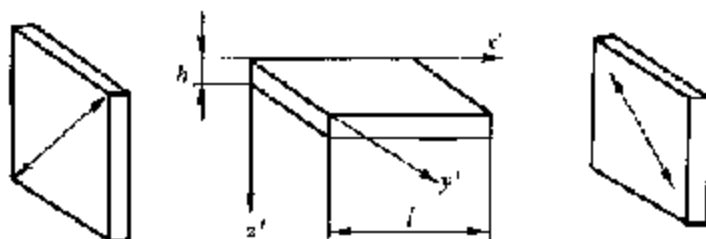


图 2-17 晶体横向电光效应

利用式 (2-64) 通过长度为 l 的晶体后产生的相位差为

$$\begin{aligned}\delta &= \frac{2\pi}{\lambda}(n'_x - n_y)l = \frac{2\pi}{\lambda}[n_o - n_e]l + \frac{\pi}{\lambda}n_o^3\gamma El \\ &= \frac{2\pi}{\lambda}[n_o - n_e]l - \frac{\pi}{\lambda}n_o^3\gamma\left(\frac{l}{h}\right)U\end{aligned}\quad (2-67)$$

式中, h 为晶体在电场方向 (z') 的厚度, U 是外加电压。

上式第一项表示自然双折射,第二项是外加电场引起的双折射。由上式第二项可以看到,电场引起的相位差 δ 与外加电压 U 成正比,同时与晶体长度、厚度有关,可以通过增加 l/h 来使半波电压比纵向时大大降低。

(2) 克尔效应

当线偏振光沿着与电场垂直的方向通过介质时,分解为两束线偏振光。一束的光矢量沿电场方向,另一束的光矢量与电场垂直。两束线偏振光的折射率之差 Δn 与电场强度 E 的平方成正比。即

$$\Delta n = n_+ - n_- = K\lambda E^2 \quad (2-68)$$

式中, λ 是光在真空中的波长, K 是该物质的克尔常数。

这两束折射率不同的线偏振光通过介质后产生光程差

$$\Delta = \Delta n \cdot l = \lambda K E^2 l \quad (2-69)$$

上式中 l 为光在介质中经过的长度。如果极板间距为 h ，所加电压 $U = Eh$ ，那么通过长度为 l 的晶体后产生的相位差为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta n l = \frac{2\pi K l U^2}{k^2} \quad (2-70)$$

克尔效应的特点是弛豫时间极短，约 10^{-12} s 量级，是理想的高速电光开关。

第四节 光的量子性和激光基础

前面所讨论的几何光学部分，是以光的直线传播现象为依据，讨论光的成像规律。光的直线传播是在一定条件下的表观近似现象，那时还没有接触到光究竟是什么这一本质问题。而波动光学部分，讨论了光的波动性，并进一步证实光波的本质就是波长很短的电磁波，它的传播媒介就是电磁场。下面我们将扼要介绍有关光的另一种本质特性，即光的量子微粒性。同时简要介绍一下激光的基础知识。

一、光的量子性

1. 光电效应与爱因斯坦光子学说

当光照射到金属表面上时，光的能量仅部分以热的形式被金属所吸收，而另一部分则转换为金属表面中某些电子的能量，促使这些电子从金属表面逸出的现象，叫光电效应。所逸出的电子称为光电子。

光电效应实验装置如图 2-18。

电极 K 和 A 封闭在一抽成真空的容器内，光经石英小窗照射到金属阴极 K 上。金属板便释放出电子，这种电子称光电子。如果在 A、K 两端加上电势差，光电子受电场加速后便形成光电流。

综合有关实验结果，归纳出光电效应的几项基本规律：

(1) 对某一光电阴极材料而言，在入射光频率不变条件下，饱和电流 I_s 与入射光强度成正比。

(2) 如果 A 电极保持一较小的负电位，仍有微弱的光电流。这意味着有一些光电子动能较大，能克服电场力阻碍到达 A 极。但当 A 电极的负电位达到某一数值 u_0 或更低时，光电流为零。 u_0 称截止电压。实验得出光

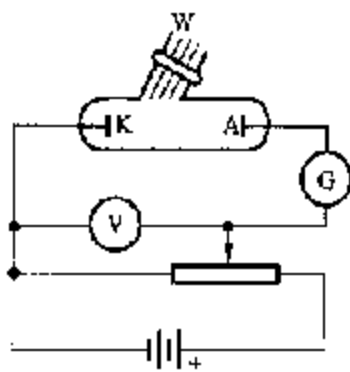


图 2-18 光电效应实验装置

电子的能量与入射光强度无关,只与入射光频率有关,频率越高,光电子能量越大。

(3) 入射光有一截止频率 ν_0 。在这个极限频率以下,不论入射光有多强,照射时间有多长,都没有光电子发射。 ν_0 被称为光电效应的红限,不同金属具有不同红限。

(4) 即使光的强度非常弱,只要照射光的频率大于某一极限值,在开始照射后就有光电子产生,弛豫时间最多不超过 10^{-9}s 。

为了解释光电子效应,爱因斯坦推广了量子观点,认为光能量也和辐射能量一样。不是连续分布的,而是有一定最小单位量值,分立集中在光子微粒上。但光子微粒仍有频率和波长关系存在,一个频率为 ν 的光子所具有的能量为 $\varepsilon=h\nu$, h 为普朗克常数,光的传播实际上是光子的辐射流。

按光子假设,光电效应可解释为:当金属中的自由电子,从入射光中吸收一个光子能量 $h\nu$ 时,电子从金属表面逸出时所需的逸出功 A ,动能为 $\frac{1}{2}mv^2$ 。根据能量守恒定律,有

$$h\nu = \frac{1}{2}mv^2 + A \quad (2-71)$$

这个方程称为爱因斯坦光电效应方程。上式中 m 为电子的质量, v 表示电子逸出金属表面时的速度。由此可清楚看到,如果 $h\nu < A$ 则电子不能脱出,因而没有光电效应。只有当 $h\nu > A$ 才有光电效应出现。此时 ν 即为该金属的光电极限频率。光子能量决定于频率,光的强度决定于光子数目的多少。无论光强多么大,照射时间多么长,都只能是光子数目的增多,而不足以改变金属的光电极限频率。由此可见,爱因斯坦光子说圆满地解释了经典理论所不能解释的光电效应的全部规律。

光子作为微观粒子,和其他基本粒子一样,除具有一定能量外,还具有动量等,光子总是以光的速度运动,它也具有一定动量,即

$$p = mc \quad (2-72)$$

式中, m 为光子的惯性质量。从相对论著名公式可得到

$$m = \frac{\varepsilon}{c^2} = \frac{h\nu}{c^2} \quad (2-73)$$

代入式(2-72)得

$$p = \frac{h\nu}{c} = \frac{h}{\lambda} \quad (2-74)$$

2. 光的波粒二象性

光既表现出明显的波动性,又表现出粒子性,这就是光的波粒二象性。波动性与粒子性是光的客观属性,二者总是同时存在的,只不过在一

定条件下,波动的属性表现明显,而当条件改变后,粒子的属性又变得明显。例如,光在传播过程中所表现的干涉、衍射等现象中波动性较为明显,这时,我们往往把光看成由一列一列的光波组成。而当光和物质相互作用时,如光的吸收、发射、光电效应等,其粒子性较为明显。这时我们往往又把光看成是由一个一个光子组成的粒子流。

关系式(2-73)、(2-74)把光的双重性质,即波动性和微粒性联系起来,动量和能量是描述粒子性的,而频率和波长则是描述波动性的。

还应当指出,像电子、质子、中子这些微观粒子的粒子性是显而易见的,但它们也具有波动性,而且波长与动量之间的关系为

$$\lambda = \frac{h}{p} = \frac{h}{mv}$$

式中, m 与 v 是微观粒子的质量与速度。

3. 光发射与吸收的量子模型及激发方式

原子是由原子核与周围环绕的电子组成。电子只能在确定的分立轨道上运动。玻尔认为,电子轨道的半径只能取下列分立的值

$$r_n = n^2 \frac{\varepsilon_0 \hbar^2}{\pi m e^2} \quad (2-75)$$

式中, n 是正整数,称量子数; $\hbar$ 是普朗克常数; ε_0 是介电常数; m 是电子质量; e 是电子电荷。

原子的能量不能连续改变,只能取某些允许的分立数值。能量最低的量子态称基态,能量高于基态的量子态称为激发态。

原子由高能级量子态变为低能级量子态的过程或由低能级量子态变为高能级量子态的过程叫跃迁。玻尔应用了爱因斯坦光子假设,指出当原子从高能级 E_m 跃迁到低能级 E_n 时,可以用发射光子的方式与外界交换能量,所发射的光子能量 $h\nu$ 等于这两个能级的能量之差

$$h\nu = E_m - E_n \quad (2-76)$$

同样,如外来光子能量 $h\nu$ 恰好等于两个能级的能量之差,原子就可以吸收这个光子能量从低能级跃迁到高能级。

通常情形下,系统中的绝大多数原子处在基态。为了发光,必须先使原子跃迁到较高能级,这个过程称激发。激发的方式主要有以下三种:

(1) 加热。许多气态物质,特别是金属蒸气,在被加热到一定温度时会发出线状光谱。

(2) 辐射激发。用外来辐射照射原子体系,当外来光子能量恰好等于原子的激发能时,处在基态的原子就能在外来光子激励下吸收外来光子而跃迁到激发态,这一过程称受激吸收。由于受激吸收而跃迁到激发态的原

子回到基态时就可以发光。回到基态可以有两种途径：一种是直接回到基态，这时辐射的光子频率与吸收的光子频率一样，称为共振辐射；另一种是通过中间能级回到基态，如果能在在这个过程中发射光子，它的频率必定比吸收的频率低，称为荧光。

(3) 碰撞激发。其激发机理是从阴极发射出来的电子在电场作用下获得动能。具有很大动能的电子与处在基态的原子碰撞时，电子把自己的能量传递给原子，使原子激发到高能级。值得指出的是，一个处在基态的原子也可以通过跟另一个处在激发态的原子碰撞，使自己跃迁到激发态，而另一个原子则同时回到基态。两种原子通过这种方式互相转移激发能的过程叫共振转移。两种原子的激发能的数值越接近，共振转移的效率越高。

二、激光的基本原理

1. 光的自发发射、受激发射与受激吸收

处在高能级 E_2 的原子，即使没有任何外界的刺激，也总是自发地跃迁到低能级 E_1 ，并且发射一个频率为 ν 能量为 $h\nu = E_2 - E_1$ 的光子。对于大量的处于高能级的原子来说，它们是各自独立地自发地发射一个个能量相同但彼此无关的光子，这相当于它们各自独立地自发地发射一列列频率相同的光波。各列光波之间没有固定的位相关系，偏振方向与传播方向也是杂乱无章的，这种发射称自发发射。

处在高能级 E_2 上的原子，由于受到能量恰好为 $h\nu = E_2 - E_1$ 的外来光子的激励而跃迁到低能级 E_1 ，并发射一个与外来光子一模一样的光子，这种发射称受激发射。受激发射的光子与入射光频率相同，位相相同，偏振方向与传播方向也相同，二者是完全相干的。

处在低能级 E_1 的原子受到能量恰好为 $h\nu = E_2 - E_1$ 的光子照射时，吸收这种光子而跃迁到高能级 E_2 的过程称为受激吸收或简称为吸收。

2. 激光的形成

我们已经知道，受激发射是一种光放大过程。但是在热平衡条件下，高能态的粒子数远少于低能态的粒子数，粒子几乎全部处于基态，也就是说，受激吸收远比受激辐射强，即受激吸收占主导地位，总的表现在入射光衰减。但只有受激辐射强于受激吸收才可能产生激光，为此必须使工作物质中高能态粒子数多于低能态粒子数，这就是所谓的粒子数反转。

为了获得粒子数反转，就需要用外界足够能量将基态（或低能态）的粒子激发到高能态。因此所有的激光器都有外界激励源。

固体激光器常用光激发，光能把粒子从低能态激发到高能态，就像水泵将水从低处打到高处一样，故称光泵。各种气体激光器常用电激发，它

是利用气体放电，电子在电场作用下加速并获得足够的动能去碰撞工作物质的粒子，把能量交给粒子，使粒子跃迁到高能态。除光、电激发外，还有热激发、化学激发、核激发等。

我们知道，如果高能级的原子自发发射一个不平行于腔轴线的光子，它虽然在通过介质时也能引起受激发射过程的发生，但它很快就跑出介质，从而不能形成光子的雪崩式放大作用。这种光子对激光振荡没有贡献。若发射光子传播方向沿着腔轴线，情况就完全不同，这个光子引起雪崩放大作用产生的同方向相干光子遇到腔端面的光学反射镜以后又被反射回到激活介质中，因而多次在激活介质中来回振荡，使雪崩式放大作用较长时间存在下去，于是相干光子越来越多，从而实现受激发射的增益大大超过受激吸收和自发发射，这种现象称为光子的共振，谐振腔这种作用也称之为共振（或谐振）作用。

图 2-19 表示在激活介质两端加两块相互平行的反射镜构成的光学谐振腔。

在激活介质中产生的相干光子只要有传播方向与反射镜垂直的，就不会跑出介质，而且会在反射镜间来回反复引发，从而获得最充分的光放大。光线被腔镜反射后，传播方向相反，就必然形成入射波和反射波的叠加。根据光驻波形成的条件，只有谐振腔内光学长度等于光波半波长的整数倍时，才能形成稳定的光驻波。这就是维持光波在腔内形成稳定振荡的必要条件，即谐振条件

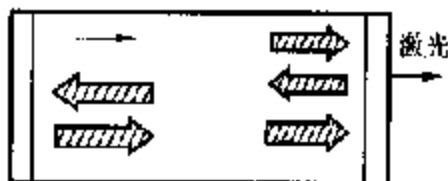


图 2-19 激光谐振腔

$$nl = k \frac{\lambda}{2} \quad (2-77)$$

式中， n 为激活介质的折射率， l 为谐振腔轴向长度， k 为正整数。凡不符合此条件的光波均会很快衰减。光学谐振腔的结构有很多种，常用的光学谐振腔种类有平行平面腔、凹球面反射镜腔、平凹镜腔。

激光器通常由工作物质、激励源和谐振腔三部分组成。利用激励能，使激活介质内部的一种粒子在某些能级间实现粒子数反转分布，这是形成激光的前提。谐振腔则是形成稳定振荡产生激光的必要条件。但这还不够，由于工作介质内部还存在散射、衍射等损耗，谐振腔的反射镜对光也有吸收，而且还有一部分光要透出腔外，对腔内的激光振荡来说也是一个损失，因此工作介质的增益至少要高于某一最低限度，才足以克服损耗，产生振荡，输出激光，即必须满足阈值条件，这是激光形成的决定性条件。

光在激光器内损耗大致分为两类:

(1) 激活介质内部的损耗

设 α 为内部损耗系数, 则介质内光强随距离 z 的变化为

$$I(z) = I_0 \exp[(G - \alpha)z] \quad (2-78)$$

式中, G 为激活介质的增益系数, I_0 是增益介质内 $z=0$ 处的光强。

(2) 在谐振腔两镜面的损耗

光射到谐振腔两个镜面上时, 一部分光返回腔内, 两反射镜反射率分别为 r_1 、 r_2 ; 另一部分光从两反射镜透射出去, 透射率分别为 t_1 、 t_2 ; 另外, 光通过输出小孔的衍射, 两反射镜的散射等将造成损耗, 分别用 α_1 、 α_2 表示。

如图 2-20 所示, 如果激活介质的长度为 L , 增益系数为 G , 两个反射镜面的反射率分别为 r_1 和 r_2 。设在增益介质左端 $z=0$ 处, 光强为 I_0 , 则光到达增益介质右端 $z=L$ 处时光强增加到 $I_0 \exp(GL)$; 经过右方反射镜的反射后, 光强减少到 $r_2 I_0 \exp(GL)$; 光再到达激活介质左端 $z=0$ 处, 此时光强增加到 $r_2 I_0 \exp(GL) \exp(GL) = r_2 I_0 \exp(2GL)$; 然后经过左方反射镜的反射, 光强又减少到 $r_1 r_2 I_0 \exp(2GL)$ 。这时, 光在增益介质中正好来回一次。可见要使光在增益介质中来回一次所产生的增益, 足以补偿在这次来回中光的损耗, 必须具备的条件是

$$r_1 r_2 I_0 \exp(2GL) \geq I_0 \quad r_1 r_2 \exp(2GL) \geq 1$$

考虑到式 (2-78), 上式可写成 (即为阈值条件)

$$r_1 r_2 \exp[(2L(G - \alpha))] \geq 1 \quad (2-79)$$

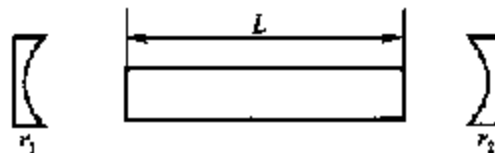


图 2-20 激光器结构

3. 激光的纵模和横模

由式 (2-77) 写成

$$\nu_k = \frac{c}{2nd} k \quad (2-80)$$

光场沿轴向的稳定分布称为纵模, 式中 k 被称为纵模模数。 k 不同, 光的波长不同, 光场分布也不同。

由上式可得任意两个相邻纵模间的频率间隔为

$$\Delta\nu_k = \nu_{k+1} - \nu_k = \frac{c}{2nd} \quad (2-81)$$

$\Delta\nu_k$ 与谐振腔的光学长度 nd 成反比, 与纵模的模数 k 无关, 在频谱图

上呈现等间隔的分立谱线,如图 2-21 所示。其中一系列分立频率只是谐振腔允许的谐振频率,但每种激活介质都有特定的光谱曲线(增益曲线),加之腔内存在透射、衍射和散射等多种损耗,所以只有在增益曲线范围内且满足阈值条件的那些频率才能形成激光。图 2-21 (b) 显示只有 ν_{k-2} 到 ν_{k+2} 5 个频率既落在增益曲线范围内又满足阈值条件,也就是说,除了这 5 个纵模,其他频率的光波都不能形成激光。

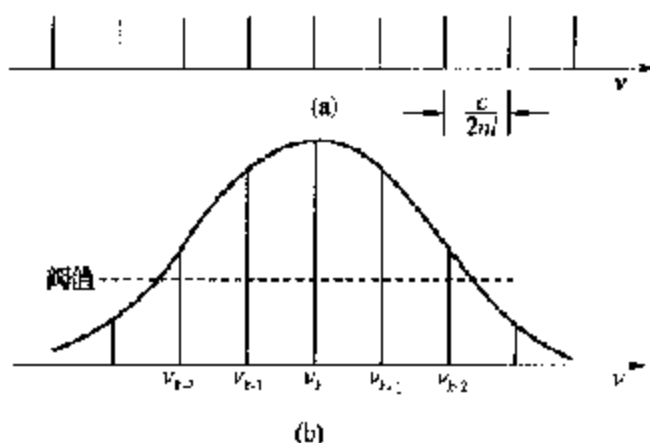


图 2-21 激光的纵模

从激光器输出的频率个数 N (即纵模数) 由激活介质的频宽 $\Delta\nu$ 和纵模间隔 $\Delta\nu_k$ 的比值决定,即

$$N = \frac{\Delta\nu}{\Delta\nu_k} \quad (2-82)$$

上式说明,激活介质发射的谱线频宽 $\Delta\nu$ 愈大,可能出现的纵模数 N 愈多;而纵模间隔 $\Delta\nu_k$ 愈小(即腔长 l 愈大),在同样的频宽内可容纳的纵模数愈多。

上述结果也告诉我们,可以用改变腔长来选择激光输出的纵模。缩短腔长,也就加大了纵模间隔,可以做到使增益曲线中只有一个频率的纵模满足在阈值以上的条件。

激光腔内与轴向垂直的横截面内的稳定光场分布称为激光的横模。用接收屏观察激光器输出光束在屏上形成的光斑,有时会出现如图 2-22 所示的光斑图形。图 2-22 是激光的几种横模图形,按其对称性可分为轴对称和旋转对称横模。

激光的模式一般用 TEM_{mn} 表示,其中 TEM 是电磁横波缩写; k 为纵模数。在轴对称横模中, m, n 分别表示光束横截面内在 x 方向和 y 方向出现的暗区(即节点)数。如 TEM_{13} , 在 x 方向有一个暗区,在 y 方向有 3 个暗区;在旋转对称横模中, m 表示沿半径方向出现的暗环数, n 表示圆中出现的暗直径条数。如 TEM_{03} , 表示图中无暗环,有三条暗直径。

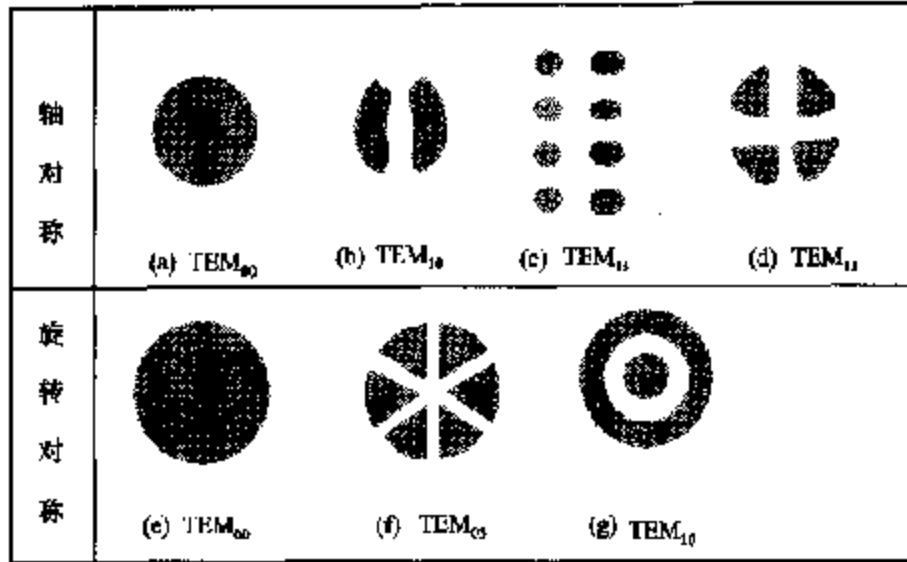


图 2-22 激光的横模

横模的形成可用光的衍射现象来说明。为图示方便，把光束被反射镜的反射画线通过小孔向前传播，因为小孔的直径是有限的，所以要发生衍射，每次反射总有一部分偏离轴线的衍射光束逸出腔外。如果最初的入射光束是均匀分布的平行光波，那么经过衍射之后，光功率密度分布将不再是均匀的，然而经过无数次衍射之后，会达到一种稳定的分布，即形成一种横模。图 2-23 表示这一过程。

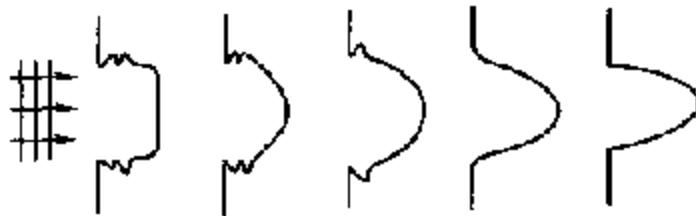


图 2-23 横模的形成

图 2-23 中最后达到的光功率密度分布是中间强而边缘弱，而且无光功率密度为零的节点，这种稳定的光场分布叫基模，记为 TEM_{00} 。

激光横模的特点是光能集中在光斑的中心部分，边缘光强很小，它在反射镜之间来回反射时可保持其稳定的横向光场分布。因此，激光的纵模和横模，实际上就是从不同侧面反映了谐振腔所允许的光场的各种纵向和横向的稳定分布。两者统称为激光的模式。

思考题与习题

1. 用某一波长的光波照在一双缝上，如两小孔距离为 0.4mm ，观察屏幕至小孔距离为 100cm ，在观察屏幕上测得干涉条纹间距为 1.5mm ，试求所用光波的波长。

2. 有一透明薄片, 两端厚薄不等, 成楔形, 其折射率 $n=1.5$, 当波长 $\lambda=600\text{nm}$ 的单色光垂直照射时, 从反射光中见到薄片上共有 10 条亮条纹, 求薄片两端的厚度差是多少?

3. 双缝间距为 1mm , 距观察屏 1m , 用钠光灯做光源, 发出两种波长的单色光, 分别为: $\lambda_1=589.0\text{nm}$ 和 $\lambda_2=589.6\text{nm}$, 问两种单色光的第 10 级亮条纹之间的间距是多少?

4. 有人认为“干涉和衍射在本质上并没有什么不同, 都是光波相干性造成的, 都是波动过程的特征, 区别只是形式, 干涉是由分离的一个个相干光束叠加的结果, 衍射则是一个波面造成, 实际上由连续的无数个子波叠加所产生”。对此, 你是怎样理解的?

5. 用强度为 I_0 的单色平面光照射如图 2-24 所示的屏, 试求夫琅和费衍射的强度公式

$$I = I_0^2 \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \cdot \frac{\sin \beta}{\beta} - \frac{\sin \alpha'}{\alpha'} \cdot \frac{\sin \beta'}{\beta'} \right)^2$$

式中, $\alpha = \frac{\pi L \sin \theta}{\lambda}$, $\beta = \frac{\pi l \sin \phi}{\lambda}$, $\alpha' = \frac{\pi L \sin \theta'}{\lambda}$, $\beta' = \frac{\pi l \sin \phi'}{\lambda}$ (θ 和 ϕ 分别为观察点水平和垂直方向的坐标对于孔径中心的张角)。

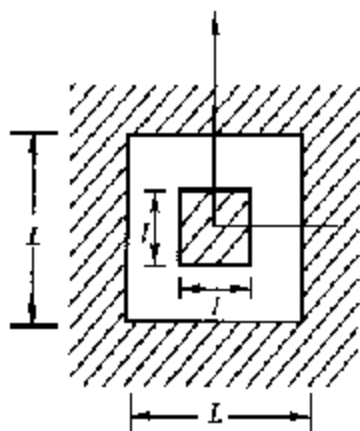


图 2-24

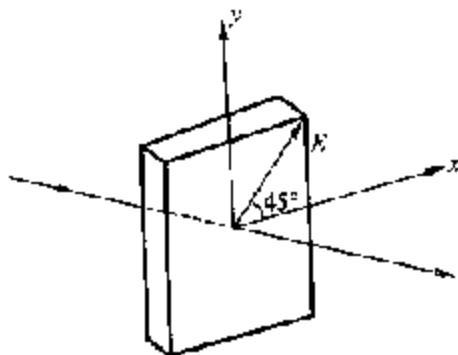


图 2-25

5. 什么叫光谱仪器的分辨本领? 若光的衍射现象完全可以忽略, 对光谱仪器来说, 还存在分辨本领这个问题吗?

7. 试论述光栅的分辨本领与角色散和谱线的半角宽度之间的关系。

8. 试证明光栅方程 $d(\sin i \pm \sin \phi) = m\lambda$ 同样适用于透射光栅而与光栅材料的折射率无关。

9. 试述从产生线偏振光的元件透射出来的非常光, 入射到各向同性媒质中, 是否遵从折射定律?

10. 一束线偏振的钠黄光 ($\lambda=589.3\text{nm}$) 垂直通过一块厚度为 $1.613 \times 10^{-2}\text{mm}$ 的石英晶片, 晶片折射率为 $n_e=1.54424$, $n_o=1.55335$, 光轴沿 x 轴方向, 如图 2-25 所示。试求在下列三种情况下, 出射光的偏振态:

(1) 入射线偏振光的振动方向与 x 轴成 45° 角;

(2) 入射线偏振光的振动方向与 x 轴成 -45° 角;

(3) 入射线偏振光的振动方向与 x 轴成 30° 角。

11. 为什么在各向异性晶体中光波的相速度与能量传递速度不同? 两者在方向和大小上有何关系?

12. 什么现象称物质的旋光现象? 磁光和电光效应的内容是什么?

13. 为什么说粒子数反转和光学谐振腔是产生激光的两个必要条件? 激光形成的阈值条件的物理含义是什么?

14. 简述激光器产生激光的基本原理。

15. 工作波长 $\lambda_0 = 0.6328 \mu\text{m}$ 的某 He-Ne 激光器, 其气体工作物质的折射率 $n = 1$ 。问 (1) 当该激光器腔长 $l = 10 \text{ cm}$ 时, 其纵模序数是多少? 纵模间隔是多少? (2) 当该激光器腔长 $l = 30 \text{ cm}$ 时, 其纵模序数是多少? 纵模间隔是多少?

16. 如果光在增益介质中通过 1 m 后光强增加到两倍, 试求增益系数等于多少?

第3章

光源

光电测试是采用光电的方法对带有待测信息的光辐射的测试，因此，在任何光电测试系统中，都离不开一定型式的光源。在解决某些具体光学问题时，正确合理地选择光源，往往是成功的保证。

本章讨论光产生的基本原理及方法，主要介绍光电测试技术中常用的几种光源：发光二极管、激光光源。同时还介绍了光电测试用的其他光源：热辐射光源、气体放电光源。

第一节 光的产生和光源选择的基本要求

通常光按两种方式产生，即温度辐射和发光。

一、光的辐射

光辐射有平衡辐射和非平衡辐射两大类。平衡辐射是炽热物体的光辐射，所以又称为热辐射。它起因于物体温度，只要物体的温度高于绝对零度，这个物体就处在该温度下的热平衡状态（严格地说，应是准平衡态）发出相应于这一温度的热辐射。物体的温度低时，只辐射红外光；随着物体温度的升高，发出的光波的波长逐渐向可见光区扩展。热辐射光谱只决定于辐射体的温度及发射能力，是连续光谱。一般白炽灯的光辐射就属于平衡辐射。

发光是—种非平衡辐射。非平衡辐射是在某种外界作用的激发下，物体偏离原来的热平衡态而产生的光辐射。

光是从实物中发射出来的，因为实物是由大量的各种带电粒子组成

的，粒子在不断地运动，当它们的运动受到扰动时就可能发射出电磁波。

我们用比较简单的孤立原子来说明这个问题。原子内有若干个电子围绕原子核运动，其运动有多种可能状态。在原子内，这些能级的能量是不连续的，或者说是一系列分立的能级，能量大的称为高能级，小的则称为低能级，最低能级称为“基态”。在正常情况下，电子总是处在能量最低的运动状态。

激发是一个能量转移过程，一个系统在被激发时使从激发源得到能量，由低能态 E_0 跃迁到高能态 E_1 ；电子受激励跃迁到较高能级只能维持很短的一段时间，很快就要回到低能级。这个从激发态向下回到低能级的过程中，必然释放出多余的能量。由于能量必须守恒，故多余的能量便可能以光的形式释放出来，这就是激发发光。激发发光的波长，取决于系统在高、低能态时的能量差，即 $\Delta E = E_1 - E_0$ ， ΔE 正是发射出的光子所具有的能量。

图 3-1 代表电子的两个运动状态， E_0 为基态。



图 3-1 能级示意图

如果有外来的激励，获得一定能量，就可能进入激发态 E_1 。当电子从激发态回到基态时，能量从 E_1 变到 E_0 。光子的频率为

$$\nu = \frac{E_1 - E_0}{h} \quad (3-1)$$

式中， h 为普朗克常数， $h = 6.62 \times 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} = 4.13 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$ 。

因为原子中有很多可能的能级，因而原子受激励后能发射出多种频率的光。这些频率是分立的，用适当的仪器可以把它们显示出来。分立的线状光谱，称为“原子光谱”，其中每一条谱线代表一个频率的光。

任何一块很小的物体，采用适当的激励，可以升华成蒸气，气态中的原子都是互不相关的，可以看成是许多孤立的原子。受激励的每个原子都可能发射出光子，光子的总和即是肉眼能看到或仪器所能测量到的电磁辐射。各个原子发射光子的过程基本上是互相独立的，即使是完全相同的两个能级之间的跃迁，光子发射的时间也有先有后。原子在发射光子时取向也有各种可能，光子因而可以向各个方向发射，其电场的振动方向也有各种可能。因此，发射出来的光没有单一的发射方向。也就是说，光子发射

的时间、方向、电场相位、偏振方向都是随机的，这样的光就是非相干的“自然光”。

在固体中，情况就更复杂，固体包含着大量互相连系的原子。原子与原子之间的相互作用使能级发生迁移。对孤立原子中的某一能级， N 个原子就有 N 个能级。当 N 个原子聚焦成固体时，原子间的相互作用使这 N 个能级弥散开，成为能量各不相同的 N 个能级。由于 N 是个极大的数值，而弥散的程度不大，因而实质上从整体上看，固体中电子的能级是一片能量连续的“能带”。电子在两个能量连续的能带之间的跃迁，其跃迁能量也必然是连续的，所以，固体在受激后发射出来的光是连续的光谱，而不是分立的谱线。同时，固体发射出来的光也都是非相干的自然光。

二、光的产生方法

按激发方式不同，常见的物体发光类型有以下几种：

1. 电致发光

电致发光是指将电能直接转换为光能的一种发光现象。物质中的原子或离子受到被电场加速的电子轰击，从被加速的电子那里获得动能，由低能态跃迁到高能态；当它由受激状态回到低能态时，就会发出辐射，这一过程就是电致发光，例如：

①气体或伴随气体放电而发光，如霓虹灯和各种放电灯。

②加交流或直流电场于硫化锌等粉末材料产生发光，如场致发光板。

③在磷化镓或磷砷化镓一类半导体PN结处注入载流子对的发光，如通常的发光二极管。

具有电致发光性能的材料很多，实际应用的主要是化合物半导体，包括Ⅱ-Ⅵ族，Ⅲ-Ⅴ族和Ⅳ-Ⅵ族的二元和三元化合物半导体。

2. 光致发光

物体被光直接照射或预先被照射而引起自身的辐射称为光致发光。它是由光、紫外线、X射线等激发而引起的发光。由汞蒸气产生的紫外线激发荧光体，能高效率地转变为可见光，并使色调得到改善，这即是普遍应用的荧光灯。X射线和γ射线也能产生可见光，其原理是当光射到物体上时，光子直接与物体中电子起作用，引起电子能态的改变，电子由高能态跃迁到低能态过程中发出辐射。

3. 化学发光

由化学反应提供能量引起的发光称化学发光。它是由化学反应直接引起的发光。物质的燃烧属于化学反应，由这种反应引起的发光是热辐射。

黄磷因氧化而自然发光就是这种例子。

4. 热发光

物体加热到一定温度时发光，我们称为热发光。

热辐射是一种能达到平衡状态的辐射。所谓热平衡状态的辐射是指在热平衡条件下，热辐射体发出的辐射，总等于它所吸收的辐射。辐射的频率与强度等方面取决于热平衡的温度，达到热平衡时的辐射就是所谓的黑体辐射。在热辐射过程中，发出辐射的物体的内部能量并不改变，只依靠加热来维持它的温度，使辐射得以持续地进行下去。低温时辐射红外光，500°C左右即开始辐射暗红色的可见光，温度愈高，短波长的辐射便更丰富，在1500°C时发出白炽光，其中相当多的是紫外光。

5. 生物发光

萤火虫、发光细菌等的生物发光。

6. 阴极射线发光

由电子束激发荧光物质发光，其应用例子是电视机的显像管。

三、光源选择的基本要求

1. 对光源发光光谱特性的要求

光源发光的光谱特性必须满足检测系统的要求。按检测的任务不同，要求的光谱范围也有所不同，如可见光区、紫外光区、红外光区等等。有时要求连续光谱，有时又要求特定的光谱段。系统对光谱范围的要求都应在选择光源时加以满足。

2. 对光源发光强度的要求

为确保光电测试系统的正常工作，对系统采用的光源的发光强度应有一定的要求。光源强度过低，系统获得信号过小，以至无法正常测试，光源强度过高，又会导致系统工作的非线性，有时还可能损坏系统、待测物或光电探测器，同时还会导致不必要的能源消耗而造成浪费。因此在设计时，必须对探测器所需获得的最大、最小光通量进行正确估计，并按估计来选择光源。

3. 对光源稳定性的要求

不同的光电测试系统对光源的稳定性有着不同的要求。通常依不同的测试量来确定。稳定光源发光的方法很多，一般要求时，可采用稳压电源供电。当要求较高时，可采用稳流电源供电。所用的光源应该预先进行老化处理。当有更高要求时，可对发出光进行采样，然后再反馈控制光源的

输出。

4. 对光源其他方面的要求

光电测试中光源除以上几条基本要求外,还有一些具体的要求。如灯丝的结构和形状;发光面积的大小和构成;灯泡玻壳的形状和均匀性;光源发光效率和空间分布等等,这些方面都应该根据测试系统的要求给以满足。

光电系统中所用的光源可简单地划分为自然光源和人造光源两类。自然光源组成被动光电系统。人造光源可组成主动光电系统。在光电测试系统中,除对自然光源的特性进行直接测量外,很少采用它们做为测试其他物理量的光源。

自然光源主要包括太阳、月亮、恒星和天空等等。这些光源对地面辐射通常很不稳定,且无法控制。

人造光源按其工作原理不同,可分为热光源、气体放电光源、固体光源和激光光源。其中气体放电光源又可分为开放式的电弧或电火花光源和封闭式的气体灯或气体放电管两种类型。

第二节 发光二极管

发光二极管实际上就是一个由P型半导体和N型半导体组合而成的二极管。当在PN结上施于正向电压时,就会发出光束。本节主要介绍发光二极管的结构和发光机理,以及它们的特性及参数、驱动电路,最后还叙述了发光二极管的应用。

一、概 况

发光二极管简称LED (Light Emitting Diode),也叫做注入型电致发光器件。它是一种能把电能直接转换成光能的特殊半导体器件。从广义的角度讲,可把发光二极管分成发非相干光和相干光两种;而从人的视觉的角度划分,又可将发光二极管分为发可见光和发不可见光两种。从狭义的角度讲,发光二极管指的是发非相干性可见光的二极管。发光二极管除了具有普通二极管的正反向特性外,还具有普通二极管所没有的发光能力。如果在管子的正方向施加偏压,使其内流过一定电流,则管子就会发光。

发光二极管的发光颜色,主要取决于制造LED所用的材料,目前已经研制成功并付诸应用的有发红外、红、黄、绿、蓝、紫等颜色的发光二极管;此外还有变色发光二极管,即通过的电流大小改变,发光颜色随之改变。

发光二极管可用作显示、照明以及光电控制系统的信号光源。广泛地应用于飞机、计算机、仪器仪表、自动控制设备和民用电器上。

发光二极管的主要特点如下:

(1) 发光二极管的发光亮度与正向电流之间关系, 如图 3-2 所示。工作电流低于 25mA 时两者基本为线性关系。当电流超过 25mA 后, 由于 PN 结发热而使曲线弯曲。如果采用脉冲工作方式, 可减少结发热的影响, 使线性范围得以扩大。正是由于这种线性关系, 可通过调节电流 (或电压) 大小, 来对发光亮度进行调节。

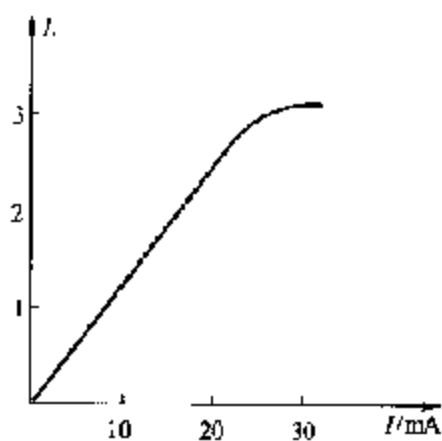


图 3-2 发光二极管的发光特性

(2) 发光二极管的响应速度极快, 时间常数约为 $(10^{-8} \sim 10^{-9}) \text{ s}$ 。

(3) 发光二极管的正向电压很低 ($1.5\text{V} \sim 2\text{V}$), 容易与集成电路匹配使用, 耗电少 (10mA 下即可在室内得到适当的亮度)。

(4) 发光二极管具有体积小、重量轻、抗冲击、耐振动、寿命长 (大于 5000h) 和单色性好等一系列优点。

(5) 发光二极管的主要缺点是发光效率低, 有效发光面很难做大。另外发出短波光 (如蓝紫色) 的材料极少, 制成的短波发光二极管的价格昂贵。克服这些主要缺点, 可使发光二极管作用及应用范围大增。

二、外形和结构

目前的实用发光二极管外形如图 3-3 所示。

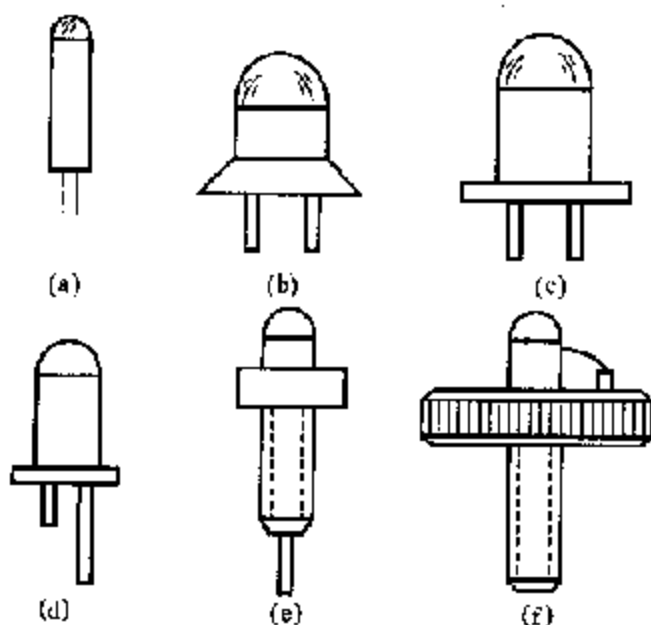


图 3-3 发光二极管的外形

结构基本上有三种形式即：金属帽型、陶瓷型和全树脂型（见图3-4）这些都是以支持外引线的材质区分的。

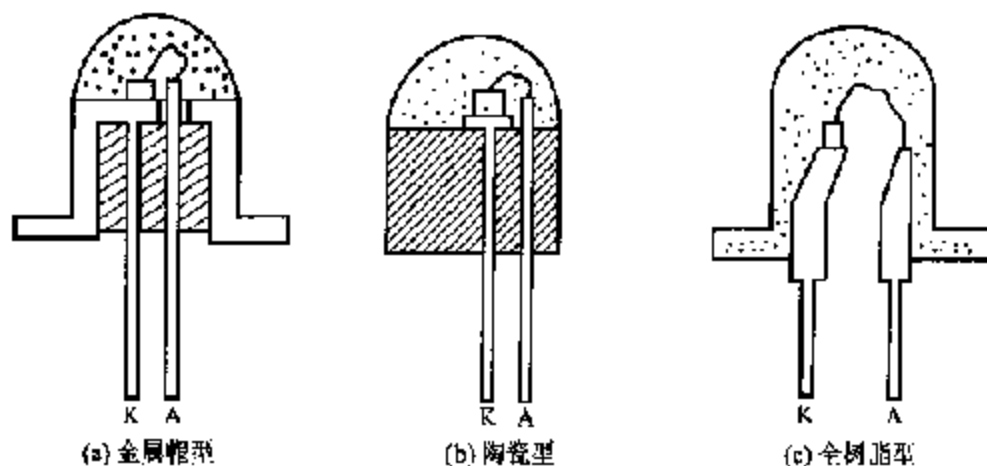


图 3-4 发光二极管的结构

最早制造的 LED 多为金属帽型，以后才逐渐向陶瓷型和全树脂型过渡；现在，除特殊用途以外，正在向全树脂型发展。

金属帽型和陶瓷型的元件中，利用金属或陶瓷基座固定外引线；LED 片（管心）的两极与外引线之间用直径为 $(25 \sim 30) \mu\text{m}$ 的金线进行电气连接；而后，再用透明环氧树脂由外部把 LED 片和金线封住。而全树脂型元件中，则直接用环氧树脂把引线架和管心等全封装在一起。上述一种结构型式的元件之管头上，往往加装玻璃透镜。

三、LED 发光机理

LED 发光机理是电致发光。如图 3-5 所示，其发光实质结构是半导体 PN 结。当在 PN 结上施加正向电压即 P 区接电源正极，N 区接负极时产生发光。其发光机理是：P 型半导体与 N 型半导体接触时，载流子的扩散运动和由此产生内电场作用下的漂移运动达到平衡状态形成 PN 结。如果在 PN 结上施加正向电压，则促进了扩散运动的进行。即从 N 区流向 P 区的电子和从 P 区流向 N 区的空穴同时增多，于是有大量的电子和空穴在 PN 结中相遇复合，并以光和热的形式发出能量。

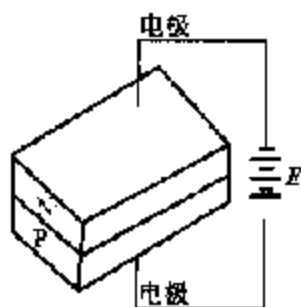


图 3-5 发光二极管原理

电子和空穴复合时，放出能量大小即光子能量取决于半导体材料的禁带宽度 E_g ($E_g = E_1 - E_0$)，即

$$\lambda = \frac{hc}{E_g} = \frac{hc}{E_1 - E_0}$$

式中, c 为光速, h 为普朗克常数。

半导体体内电子和空穴复合的机理是很复杂的, 根据复合过程中能量释放的形式, 可以将复合分成辐射复合和非辐射复合两类。在辐射复合过程中, 由于电子和空穴复合而释放的能量是以光能形式辐射的, 因此, 辐射复合是关系到固体发光的最重要复合。在非辐射复合过程中, 释放的能量将转变为其他形式的能, 如热能、机械振动能等。因此, 为了提高发光效率, 一般应尽量避免非辐射复合。

发光二极管发出光的波长和谱宽主要取决于发光二极管的半导体材料及其掺杂材料。各种发光二极管峰值波长主要分布在可见光和红外光区, 发光二极管的发光效率与采用的材料有关。

四、LED 的特性及参数

表示二极管性能的参数有光学参数、电学参数, 主要性能有发光效率、光谱特性、伏安特性、发光亮度、时间响应、寿命等。

1. 发光效率

辐射功率为 ϕ_r , 则它近似为

$$\phi_r = IU_r$$

式中: I ——注入器件的总电流;

U_r ——PN 结上的电压。

热功率

$$P = I^2 R$$

式中: R ——材料和接触区的总电阻。

辐射效率

$$\eta = \frac{\phi_r}{P + \phi_r} = \frac{U_r}{IR + U_r} \quad (3-2)$$

发光二极管的辐射效率一般在百分之几到百分之十几, 它受环境温度的影响, 并且与工作电流大小有一定关系。

2. 光谱特性

光谱分布曲线就是描述发光的相对强度 (或能量) 随波长 (或频率) 变化的曲线, 发射光谱的形成是由材料的种类、性质以及发光中心的结构决定的, 而与器件的几何形状和封装方式无关。图 3-6 给出了 $\text{GaAs}_{0.5}\text{P}_{0.5}$ 和 GaP 的发射光谱。

从曲线可看出, 每一种发光管的发光强度都有一个最大值, 此最大值所对应的波长称为该发光管的发光峰值波长。在光谱曲线上, 在峰值波长