

位相光栅的严格模式理论及其全反射特性*

傅克祥 张大跃 王植恒 张奇志 张 靖

(四川大学物理系, 成都 610064)

(1997 年 12 月 10 日收到)

用严格的模式理论研究了位相光栅中的电磁场分布和各衍射级次的衍射效率. 用分段解析函数来表达本征函数, 而不采用无穷级数的方法. 利用稳定、快速和精度高的递推公式来计算反射透射阵和振幅系数阵, 从而能处理任意多台阶的位相光栅. 数值计算结果表明, 存在全反射. 也讨论了全反射的条件和物理机制.

PACC: 4210; 4280F; 0270

1 引 言

耦合波理论和模式理论已经被广泛地应用于分析和设计衍射光栅^[1-4]. 其基本方法是: 把光栅分成若干个平行光栅层, 在每一光栅层中的基本模式场通过解耦合波方程或本征方程的方法来确定, 解的形式是无穷级数的截断结果, 各层中的电磁场解是这些基本模式场的线性叠加, 其叠加系数就是基本模式场的振幅系数, 利用分层界面处的边界条件可得关于振幅系数的线性方程组. 对于许多问题直接解该方程组将产生数值计算的不稳定性而得不到正确的结果. 倏逝波的出现是产生数值不稳定性根源^[15]. 数值计算方法的不稳定性是处理多台阶大槽深光栅问题的主要障碍, 模式场的级数形式解是阻碍数值精度和计算速度的重要原因.

本文采用模式理论方法. 在求基本模式场时, 淘汰了无穷级数截断解, 采用分段初等函数严格解. 这样不但计算精度高, 而且计算速度极快, 比解耦合波方程方法快一个数量级以上. 为了克服数值计算的不稳定性, 人们作了大量的研究, 有 Schwartz 等^[16]提出的“传递矩阵”算法; 有 Ko 等^[17]提出的“散射矩阵”算法; 有 Cousins 等^[18]提出的“阻抗方法”; 有 Pai 等^[19]引入的“层内透射矩阵和交界面的反射、透射矩阵”方法; 有 Han 等^[20]引入的“发射-返回”算法; 有 Li 等^[21]提出的“R 矩阵”算法. 但这些方法都只能解决他们所特定的问题, 对于多台阶大槽深的问题都是不适用的. 1995 年 5 月, Moharam 等^[15]提出的“增强透射矩阵”方法是稳定的, 但其计算量却很大. 本文通过对物理模型的分析, 定义反射系数阵、透射系数阵、广义反射系数阵和模式转换阵, 获得了求反射系数阵和振幅系数阵的递推公式. 该递推算法不但物理概念清楚, 而且稳定性高, 计算速度快, 比“增强透射矩阵”方法快 4~5 倍.

*国家教育委员会回国人员基金和中国科学院光电技术研究所微细加工光学技术国家重点实验室资助的课题.

使用本文方法设计的程序,我们发现位相光栅还具有全反射的特性.本文讨论了产生垂直全反射的条件和物理机制,并在一定的结构参量下会形成一个全反射带.这样的特性使我们对全反射光栅结构参量的精度要求大大降低.若在结构参量完全确定的情况下没有达到完全的垂直全反射,还可以微调入射角成某小倾角而达到全反射.这为我们制造全反射器件开拓了一条新路.

2 基本理论

对于一维浮雕形多台阶位相光栅,其横切面的几何外形和分层方法如图 1 所示. T_1 为沿 x 方向上的光栅周期.在任一水平分层 N 中,其上下界面坐标分别为 Z_N 和 Z_{N-1} . 在一个周期范围内,空气与介质的分界面坐标为 0 和 T_N . 当 $x \in (0, T_N)$ 时, $\epsilon_N = \epsilon_0$, $\mu_N = \mu_0$; 当 $x \in [T_N, T_1)$ 时, $\epsilon_N = \epsilon_0 \epsilon_s$, $\mu_N = \mu_0 \mu_s$. 下标 N 代表第 N 层, ϵ_s 和 μ_s 代表介质的相对介电常量和相对磁导率. 本文仅研究入射面 (xz 面) 与光栅横切面一致的情况. 根据这种情况下的对称性可知电磁场的大小与 y 坐标无关. 利用定态波下的

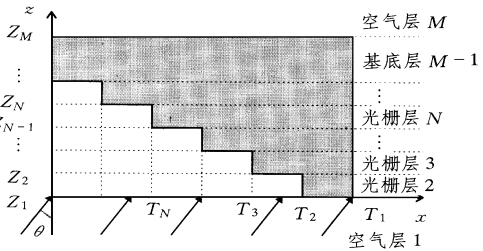


图 1 光栅结构及分层方法

Maxwell 方程,不难证明此时电磁场的 y 分量 E_y 和 H_y 是电磁场的决定性分量,其它分量均可用这两个分量来导出.

在每一分层 N 内,易得 E_{Ny} 和 H_{Ny} 满足的微分方程为

射-
数阵

$$\begin{aligned} \mu_N \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\mu_N} \frac{\partial}{\partial x} E_{Ny} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} E_{Ny} + k_N^2 E_{Ny} &= 0; \\ \epsilon_N \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\epsilon_N} \frac{\partial}{\partial x} H_{Ny} \right) + \frac{\partial^2}{\partial z^2} H_{Ny} + k_N^2 H_{Ny} &= 0, \end{aligned} \tag{1}$$

其中 $k_N^2 = \omega^2 \epsilon_N \mu_N$. 电磁场的其它分量可用这两个分量表示为

$$\begin{aligned} H_{Nx} &= \frac{i}{\omega \mu_N} \frac{\partial}{\partial z} E_{Ny}, & H_{Nz} &= - \frac{i}{\omega \mu_N} \frac{\partial}{\partial x} E_{Ny}, \\ E_{Nx} &= - \frac{i}{\omega \epsilon_N} \frac{\partial}{\partial z} H_{Ny}, & E_{Nz} &= \frac{i}{\omega \epsilon_N} \frac{\partial}{\partial x} H_{Ny}. \end{aligned} \tag{2}$$

在各水平分层的界面 $z = Z_N$ 处,电场强度和磁场强度的切向分量 E_y, H_x, E_x, H_y 必须连续,即

$$\begin{aligned} E_{Ny} &= E_{N+1y}, & \frac{1}{\mu_N} \frac{\partial}{\partial z} E_{Ny} &= \frac{1}{\mu_{N+1}} \frac{\partial}{\partial z} E_{N+1y}, \\ H_{Ny} &= H_{N+1y}, & \frac{1}{\epsilon_N} \frac{\partial}{\partial z} H_{Ny} &= \frac{1}{\epsilon_{N+1}} \frac{\partial}{\partial z} H_{N+1y}, \end{aligned} \quad z = Z_N. \tag{3}$$

定义 $E_y \neq 0, H_y = 0$ 的这类模式场为 S 模式场或 S 波, $E_y = 0, H_y \neq 0$ 的这类模式场为 P 模式场或 P 波. 按这种定义并利用 (2) 式,对 S 波必有

$$E_N = e_y E_{Ny}, \quad H_N = e_x H_{Nx} + e_z H_{Nz} = \frac{i}{\omega \mu_N} \left(e_x \frac{\partial}{\partial z} E_{Ny} - e_z \frac{\partial}{\partial x} E_{Ny} \right); \quad (4)$$

对于 P 波必有

$$H_N = e_y H_{Ny}, \quad E_N = e_x E_{Nx} + e_z E_{Nz} = -\frac{i}{\omega \varepsilon_N} \left(e_x \frac{\partial}{\partial z} H_{Ny} - e_z \frac{\partial}{\partial x} H_{Ny} \right). \quad (5)$$

由(1) —(5)式可知, S 波和 P 波完全相互独立. 因为它们满足的微分方程、边界条件完全相互独立. 同时, S 波与 P 波满足的微分方程、边界条件完全相似而存在对应关系: $E \rightarrow H, \varepsilon \rightarrow \mu$. 所以, 只要求得了 S 波的解, 仅需作对应量的替换即可得 P 波的解.

对于单位入射平面电磁波

$$\begin{aligned} E_{\lambda} &= u e^{i(k_x x + k_z(z - Z_1))}, & u^2 &= 1 \\ B_{\lambda} &= \frac{1}{c} b e^{i(k_x x + k_z(z - Z_1))}, & b^2 &= 1, & \frac{1}{c} &= \sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}. \end{aligned} \quad (6)$$

设入射波矢量 k 与 z 轴的夹角为 θ , 则

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda} \sin \theta, \quad k_y = 0, \quad k_z = \frac{2\pi}{\lambda} \cos \theta. \quad (7)$$

设电场矢量与入射面的夹角为 ψ , 再利用平面电磁波 E_{λ}, B_{λ} 与 k 间的关系, 不难求得

$$\begin{aligned} u_x &= \cos \psi \cos \theta, & u_y &= \sin \psi, & u_z &= -\cos \psi \sin \theta, \\ b_x &= -\sin \psi \cos \theta, & b_y &= \cos \psi, & b_z &= \sin \psi \sin \theta. \end{aligned} \quad (8)$$

只要给定了入射角 θ 和偏振角 ψ , 就可完全确定入射波的 S 模式场和 P 模式场.

以下只求解 S 波. 先找各层中用初等函数表达的基本模式场.

第 N 层中的电场模式可设为:

$$E_{Ny} = \phi_N(x) e^{iA_N(z - Z_N)}, \quad (9)$$

把(9)式代入(1)式中第一式, 得

$$\mu_N \frac{d}{dx} \left[\frac{1}{\mu_N} \frac{d}{dx} \phi_N(x) \right] + k_N^2 \phi_N(x) = A_N^2 \phi_N(x), \quad x, \quad (10)$$

这是一个本征值方程, A_N 是本征值, $\phi_N(x)$ 是本征函数. 在任一分层 N 中, 由于 $\mu_N(x)$, $[k_N(x)]^2$ 都是以 T_1 为周期的函数, 因而(10)式是一个广义 Hill 方程, 其解应是下述 Floquet 解^[22]

$$\phi_N(x) = e^{ik_x x} u(x), \quad (11)$$

其中 $u(x)$ 是以 T_1 为周期的周期函数, 因子 $e^{ik_x x}$ 由入射波决定.

在空气层 1、基底层 $M-1$ 和空气层 M 中, μ_N 和 k_N^2 都是与 x 无关的常量, 因而(10)式简化为

$$\frac{d^2}{dx^2} \phi_N(x) + k_N^2 \phi_N(x) = A_N^2 \phi_N(x). \quad (12)$$

不难检验, 满足 Hill 方程(12)的 Floquet 解为

$$\phi_N(x) = e^{ia_m x}, \quad N = 1, M-1, M, \quad (13)$$

其中

$$a_m = k_x + \frac{2\pi}{T_1} m, \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm \infty,$$

$$A_1^2 = A_M^2 = k_0^2 - \alpha_m^2, \quad k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (14)$$

$$A_{M-1}^2 = (k_0 n_s)^2 - \alpha_m^2, \quad n_s^2 = \epsilon_s \mu_s.$$

在其它任一分层 N 中,除分界面 $x=0$ 和 $x=T_N$ 外,满足的微分方程都具有(12)式的形式. 我们把一个周期内的本征函数用下述分段初等解析函数来描述(为了简明,以下略去表示层号的角标 N)

$$\phi(x) = \begin{cases} C_2 e^{ik_2 x} + D_2' e^{-ik_2 x} & x \in (T_N - T_1, 0); \\ C_1 e^{ik_1 x} + D_1 e^{-ik_1 x} & x \in (0, T_N); \\ C_2 e^{ik_2 x} + D_2 e^{-ik_2 x} & x \in (T_N, T_1), \end{cases} \quad (15)$$

其中

$$k_1 = \sqrt{k_0^2 - A^2}, \quad k_2 = \sqrt{(k_0 n_s)^2 - A^2}, \quad (16)$$

$$C_2 = C_2' e^{i(k_x - k_2) T_1}, \quad D_2 = D_2' e^{i(k_x + k_2) T_1}. \quad (17)$$

不难检验,(15)式是满足本征方程(12)的 Floquet 解. 待定常数 C_1, D_1, C_2', D_2' 可由 $x=0$ 和 $x=T_N$ 处的下述边界条件来确定:

$$\begin{aligned} \phi(0^-) &= \phi(0^+), & \frac{1}{\mu_s} \frac{d}{dx} \phi(0^-) &= \frac{d}{dx} \phi(0^+), \\ \phi(T_N^-) &= \phi(T_N^+), & \frac{d}{dx} \phi(T_N^-) &= \frac{1}{\mu_s} \frac{d}{dx} \phi(T_N^+), \end{aligned} \quad (18)$$

其中上角标“ $-$ ”和“ $+$ ”分别表示该点左侧和右侧的函数值. 该式是根据电场强度和磁场强度的切向分量在分界面 $x=0$ 和 $x=T_N$ 处连续条件得来的结果.

把(15)式代入(18)式可得

$$\begin{aligned} C_1 + D_1 &= C_2' + D_2', & k_1 C_1 - k_1 D_1 &= \frac{k_2}{\mu_s} C_2' - \frac{k_2}{\mu_s} D_2', \\ e^{iA} C_1 + e^{-iA} D_1 &= e^{i(C-B)} C_2' + e^{i(C+B)} D_2', \\ k_1 e^{iA} C_1 - k_1 e^{-iA} D_1 &= \frac{k_2}{\mu_s} e^{i(C-B)} C_2' - \frac{k_2}{\mu_s} e^{i(C+B)} D_2', \end{aligned} \quad (19)$$

其中

$$A = k_1 T_N, \quad B = k_2 (T_1 - T_N), \quad C = k_x T_1. \quad (20)$$

对于待定常数 C_1, D_1, C_2', D_2' , 要使齐次方程组(19)有非零解, 其条件是系数行列式之值等于零, 从而获得求解第 N 层本征值 A^2 的方程为

$$F(A^2) = \left[\frac{k_2^2}{\mu_s^2} + k_1^2 \right] \sin A \sin B + \frac{k_1 k_2}{\mu_s} (\cos C - \cos A \cos B) = 0. \quad (21)$$

求得本征值后, 再利用(19)式中的前三式及归一化条件

$$\frac{1}{T_1} \int_{T_1}^1 \frac{1}{\mu_N} \phi_N^*(x) \phi_N(x) dx = 1 \quad (22)$$

容易确定常数 C_1, D_1, C_2', D_2' . 第 N 层的基本模式场就被确定. 应当注意, 有一系列的本征值满足(21)式, 不要漏掉所需的本征值.

在任一 N 层中,第 m 个本征值 Λ_{Nm}^2 对应着两个值 $+\Lambda_{Nm}$ 和 $-\Lambda_{Nm}$,其电场应表示成各基本入射模式场与反射模式场的线形叠加,即

$$E_{Ny} = \Phi_N(x) \left(e^{i\Lambda_N(z-Z_N)} C_N^+ + e^{-i\Lambda_N(z-Z_N)} D_N^+ \right), \quad (23)$$

其中 $\Phi_N(x)$ 代表由一系列本征函数 $\phi_{Nm}(x)$ 所构成的行矢量; $e^{i\Lambda_N(z-Z_N)}$ 代表由一系列本征值 Λ_{Nm} 所决定的子波所构成的对角阵; C_N^+ 和 D_N^+ 代表一系列入射模式场和反射模式场在界面 Z_N 处的振幅系数所构成的列矢量,称为振幅系数阵.

为了避免数值计算的不稳定性,在以下的求解方法中,逐步引入反射系数阵、广义反射系数阵、模式转换阵和透射系数阵.

定义反射系数阵 R_N^+ ,使

$$D_N^+ = R_N^+ C_N^+. \quad (24)$$

由于 $(D_N^+)_i$ 和 $(C_N^+)_j$ 代表第 N 层中第 i 个反射模式场和第 j 个入射模式场在上界面 Z_N 处的振幅系数,所以 $(R_N^+)_{ij}$ 代表第 N 层上界面 Z_N 处把第 j 个入射子波转变成第 i 个反射子波的反射系数.

再定义

$$R_N(z) = e^{-i\Lambda_N(z-Z_N)} R_N^+ e^{i\Lambda_N(z-Z_N)}, \quad (25)$$

从而把(23)式改写为

$$E_{Ny} = \Phi_N(x) (I + R_N(z)) e^{i\Lambda_N(z-Z_N)} C_N^+, \quad (26)$$

称 $R_N(z)$ 为广义反射系数阵,它代表在 z 处的各入射波传播到 Z_N 处经反射后再传播到 z 处的反射系数阵. (26) 式中的 I 为单位矩阵. 为了方便,再定义

$$h_N = Z_N - Z_{N-1}, \quad (27)$$

$$R_N^- = e^{i\Lambda_N h_N} R_N^+ e^{i\Lambda_N h_N}, \quad (28)$$

$$C_N^+ = e^{i\Lambda_N h_N} C_N^-, \quad (29)$$

h_N 代表第 N 层的厚度. R_N^- 代表在 Z_{N-1} 处的各入射波被传播到 Z_N 处经反射后再传播到 Z_{N-1} 处的反射系数阵. C_N^- 代表在 Z_{N-1} 处的入射波的振幅系数阵. 把(26)式代入边界条件(3)式中的第一、二式中得

$$\begin{aligned} \frac{1}{\mu_N(x)} \Phi_N(x) (I + R_N^+) C_N^+ &= \frac{1}{\mu_N(x)} \Phi_{N+1}(x) (I + R_{N+1}^-) C_{N+1}^-, \\ \frac{1}{\mu_N(x)} \Phi_N(x) \Lambda_N (I - R_N^+) C_N^+ &= \frac{1}{\mu_{N+1}(x)} \Phi_{N+1}(x) \Lambda_{N+1} (I - R_{N+1}^-) C_{N+1}^-, \end{aligned} \quad (30)$$

其中 Λ_N 是由第 N 层的一系列本征值所构成的对角阵. 用积分算子 $\frac{1}{T_1} \int_x \Phi_N^{*T}(x)$ 作用于(30)式等号两端,并定义模式转换阵

$$\begin{aligned} P_{N,N+1} &= \frac{1}{T_1} \int \frac{1}{\mu_N(x)} \Phi_N^{*T}(x) \Phi_{N+1}(x) dx, \\ F_{N,N+1} &= \frac{1}{T_1} \int \frac{1}{\mu_{N+1}(x)} \Phi_N^{*T}(x) \Phi_{N+1}(x) dx. \end{aligned} \quad (31)$$

它们是由相邻两层模式之间的转换系数所够成的矩阵. 再利用本征函数的正交归一关系

得

$$\frac{1}{T_1} \int_0^1 \frac{1}{\mu_N(x)} \Phi_N^{*T}(x) \Phi_N(x) dx = I \quad (32)$$

$$\begin{aligned} (I + R_N^+) C_N^+ &= P_{N,N+1} (I + R_{N+1}^-) C_{N+1}^-, \\ A_N (I - R_N^+) C_N^+ &= F_{N,N+1} A_{N+1} (I - R_{N+1}^-) C_{N+1}^-. \end{aligned} \quad (33)$$

再定义透射系数阵,使

$$C_{N+1}^- = T_N C_N^+, \quad (34)$$

$(T_N)_{ij}$ 代表第 N 层的第 j 个入射波在 Z_N 处透射进第 $N+1$ 层转变成第 i 个入射波的透射系数.

把(34)式代入(33)式可解得递推公式

$$\begin{aligned} T_N &= \left[F_{N,N+1} A_{N+1} + \frac{1}{2} (A_N P_{N,N+1} - F_{N,N+1} A_{N+1}) (I + R_{N+1}^-)^{-1} A_N, \right. \\ R_N^+ &= P_{N,N+1} (I + R_{N+1}^-) T_N - I. \end{aligned} \quad (35)$$

由于最高层 M 中无反射,所以 $R_M^- = 0$,利用(35)和(28)式不难递推算出 T_{M-1} , R_{M-1}^+ , R_{M-1}^- , $\cdots$, T_1 , R_1^+ . 由于入射波已给定, $C_1^+ = (u_y, 0, \cdots, 0)^T$, 利用(34)和(29)式不难递推算出 C_2^- , C_2^+ , $\cdots$, C_{M-1}^- , C_{M-1}^+ , C_M^- . 从而每层中的电场由(26)式完全确定. 在以上递推运算过程中,倏逝波的出现不会导致不良矩阵的出现,因而数值计算是稳定的. 并且,这种递推算法比“增强透射矩阵”算法快 4—5 倍.

我们按下述方式定义第 m 级反射波的反射率 η_m^R 和第 m 级透射波的透射率 η_m^T ,

$$\eta_m^R = \frac{\overline{S_{mZ}^R}}{S_{1Z}}, \quad \eta_m^T = \frac{\overline{S_{mZ}^T}}{S_{1Z}}, \quad (36)$$

其中 $\overline{S_{1Z}}$, $\overline{S_{mZ}^R}$ 和 $\overline{S_{mZ}^T}$ 分别代表第一层中的入射波、第 m 级反射波和第 M 层中第 m 级透射波的能流密度的 Z 分量对时间的平均值.

由(36)式不难求得 S 波的反射率 η_m^R 和透射率 η_m^T 为

$$\eta_m^R = \overline{|\Phi|} \left| (R_1^+)_{m,1} \sin \psi \right|^2 \operatorname{Re} \left[\frac{A_{1m}}{k_z} \right], \quad \eta_m^T = \overline{|\Phi|} \left| (C_M^-)_m \right|^2 \operatorname{Re} \left[\frac{A_{Mm}}{k_z} \right]. \quad (37)$$

同理,可求得 P 波在第一层中的反射系数阵 R_1^+ 和第 M 层中的振幅系数阵 C_M^- ,进而求得 P 波的反射率 η_m^R 和透射率 η_m^T 为

$$\eta_m^R = \overline{|\Phi|} \left| (R_1^+)_{m,1} \cos \psi \right|^2 \operatorname{Re} \left[\frac{A_{1m}}{k_z} \right], \quad \eta_m^T = \overline{|\Phi|} \left| (C_M^-)_m \right|^2 \operatorname{Re} \left[\frac{A_{Mm}}{k_z} \right]. \quad (38)$$

对于无耗介质,由能量守恒关系应有

$$\sum_m (\eta_m^R + \eta_m^T + \overline{\eta_m^R} + \overline{\eta_m^T}) = 1. \quad (39)$$

这是检验计算结果正确与否的标志之一.

3 全反射特性分析

位相光栅的全反射特性、偏振特性、相移特性已被广泛研究,但它的全反射特性至今

未见文献报道. 利用本文的理论设计的程序, 我们发现了它的全反射特性. 本文将对全反射的条件和物理机制作一初步探讨, 并分析全反射曲线的特点.

由(9)式可知, 只有当 A_1^2, A_M^2 大于零时, 才代表传播波, 否则为倏逝波而不能传到远处. 因此, 在垂直入射 ($k_x = 0$) 时, 在空气层中和基底层中存在 m 级传播波的条件由(14)式易得

$$\begin{aligned} \left| \frac{\lambda}{T_1} m \right| < 1 & \quad \text{在空气层中;} \\ \left| \frac{\lambda}{T_1 n_s} m \right| < 1 & \quad \text{在基底层 } M-1 \text{ 中.} \end{aligned} \quad (40)$$

显然, 在空气层中, 只存在 0 级波的条件为

$$T_1 \leq \lambda_0. \quad (41)$$

在此条件限制下, 介质基底层中还可能存在着若干个级次的衍射波. 例如, 设 $\lambda = 10.6 \mu\text{m}$, $T_1 = 10 \mu\text{m}$, $n_s = 4$, 在空气层中只存在 0 级波. 由(40)式第二式可知, 在介质基底层中可存在 0, $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ 级衍射波. 这些级次的偏转角的余弦为

$$\cos \phi_m = \frac{k_{\text{介}z}}{k_{\text{介}}} = \frac{\sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda n_s}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{T_1} m\right)^2}}{\frac{2\pi}{\lambda n_s}} = \sqrt{1 - \left(\frac{m\lambda}{T_1 n_s}\right)^2}, \quad (42)$$

$$\phi_m = \pm \arcsin \left[\frac{m\lambda}{T_1 n_s} \right], \quad (43)$$

其中 $k_{\text{介}}$ 和 $k_{\text{介}z}$ 代表基底层中的波矢量的大小和波矢量的 z 分量.

由基底介质到空气的分界平面上产生全反射的临界角 ϕ_c 为

$$\phi_c = \arcsin(1/n_s). \quad (44)$$

由于 $T_1 < \lambda$, 对比(43)和(44)式可知, $\phi_m > \phi_c$ ($m = 1, 2, 3$). 因此, 在基底层中的 $\pm 1, \pm 2, \pm 3$ 级衍射波只能被全反射, 它们与 0 级波相互作用的结果, 会导致入射空气层中 0 级波的全反射.

我们进一步用光相干的原理, 来讨论反射率随基底厚度变化的规律. 假设位相光栅是具有一定基底厚度的单阶梯光栅, 如图 2 所示. 其中基底厚度为 D , 光栅槽深为 h , 槽宽为 b , 光栅周期为 T_1 . 假设基底层中只存在 0, ± 1 级波.

对于 0 级波, 入射、反射两束光相干涉的结果, 使 0 级反射率随基底厚度变化的周期等于半个波长,

$$\tau = \frac{\lambda}{2 n_s}. \quad (45)$$

对于 1 级波, 当等位相面移动半个波长时, 对应于基底厚度的改变量 (见图 2) 为

$$\tau_1 = \frac{\tau}{\cos \phi_1} = \frac{\tau}{\sqrt{1 - (\lambda/T_1 n_s)^2}}. \quad (46)$$

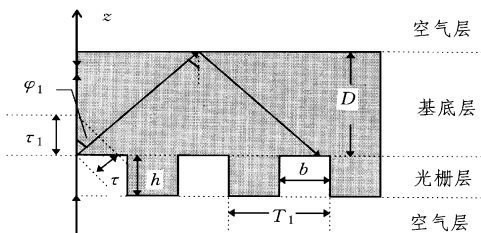


图 2 介质光栅全反射示意图

因而 1 级波相干涉引起的反射率随基底厚度变化的周期应当为 τ_1 . 在 0 级和 ± 1 级波的相互作用下,引起空气层的反射率随基底厚度变化的周期应当是 τ 和 τ_1 的公共周期 T . 由于发生全反射的波是基底层中的 ± 1 级波,因而相邻全反射点间的距离应当是 τ_1 .

固定 $\lambda = 10.6\text{ }\mu\text{m}$, $n_s = 4$, 取下述两组结构参量: 1) $T_1 = 3.06\text{ }\mu\text{m}$, $b = 1.61\text{ }\mu\text{m}$, $h = 1.69\text{ }\mu\text{m}$, $D = 490\text{--}500\text{ }\mu\text{m}$. 2) $T_1 = 3.3125\text{ }\mu\text{m}$, $b = 0.8\text{ }\mu\text{m}$, $h = 2.85\text{ }\mu\text{m}$, $T = 490\text{--}504\text{ }\mu\text{m}$. 由 (45), (46) 式不难算得 τ , τ_1 和 T 分别为: 1) $\tau = 1.325\text{ }\mu\text{m}$, $\tau_1 = 2.65\text{ }\mu\text{m}$, $T = 2.65\text{ }\mu\text{m}$. 2) $\tau = 1.325\text{ }\mu\text{m}$, $\tau_1 = \frac{5}{3}\tau = 2.208\text{ }\mu\text{m}$, $T = 5\tau = 6.625\text{ }\mu\text{m}$. 用本文计算反射率的程序,输入上述两组参量算出的 s 波(空气层中只存在 0 级)的反射率 η_0^R -基底厚度 D 曲线如图 3(a), 3(b) 所示.

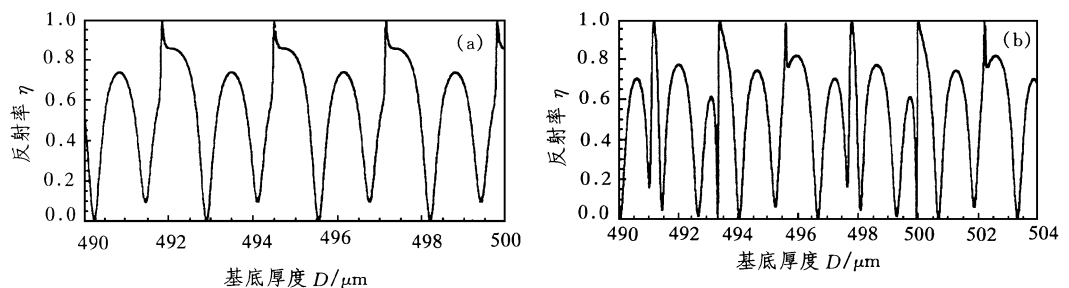


图3 不同结构参量下反射率与基底厚度的关系 (a) 为 1) 情况; (b) 为 2) 情况

由这两曲线中确定的周期 T 和两相邻全反射点间的距离 τ_1 与用上述简单公式算出的结果很好符合. 这说明入射空气层中的全反射是由基底层中 ± 1 级次波的全反射所引起的.

当介质中还存在更多级次的衍射波时,如果某两个级次的全反射点间邻近,将造成一个全反射带. 在垂直入射下,我们取下述结构参量: $\lambda = 10.6\text{ }\mu\text{m}$, $n_s = 4$, $T_1 = 10\text{ }\mu\text{m}$, $b = 5\text{ }\mu\text{m}$, $h = 1.71\text{ }\mu\text{m}$, $D = 1.71\text{ }\mu\text{m}$. 在图 4 中分别作出了: (a) 反射率-基底厚度曲线; (b) 反射率-槽深曲线; (c) 反射率-槽宽曲线; (d) 反射率-光栅周期曲线; (e) 反射率-波长曲线. 不难看到,在这些曲线中都有一个高反射带. 如果要求反射率在 99.9 % 以上,则基底厚度变化的允许范围为 $0.3\text{ }\mu\text{m}$, 槽深变化的允许范围为 $0.5\text{ }\mu\text{m}$, 槽宽变化的允许范围为 $2.5\text{ }\mu\text{m}$, 光栅周期变化的允许范围为 $0.6\text{ }\mu\text{m}$, 波长变化的允许范围为 $0.4\text{ }\mu\text{m}$. 这样的特性将使我们对全反射光栅结构参量的精度要求大大降低.

如果在某确定的结构参量下没有实现垂直全反射,还可以微调入射角成某小倾角而达到全反射. 例如,取结构参量 $\lambda = 10.6\text{ }\mu\text{m}$, $n_s = 4$, $T_1 = 9.6\text{ }\mu\text{m}$, $b = 6\text{ }\mu\text{m}$, $D = 2.2\text{ }\mu\text{m}$, $h = 1.5\text{ }\mu\text{m}$. 算得 s 波的反射率为 99.37 %. 逐渐加大入射角,当入射角在 $4.3^\circ\text{--}5.9^\circ$ 之间变化时,反射率在 99.9 % 以上,反射率-入射角曲线如图 5 所示.

如果 $T_1 > \lambda$, 空气层中将存在高级次的衍射波,因而决不会发生全反射. 如果 $T_1 \leq \lambda/n_s$, 空气层和基底层中都只存在 0 级波,由于不存在产生全反射的物理机制,这时也不会发生全反射.

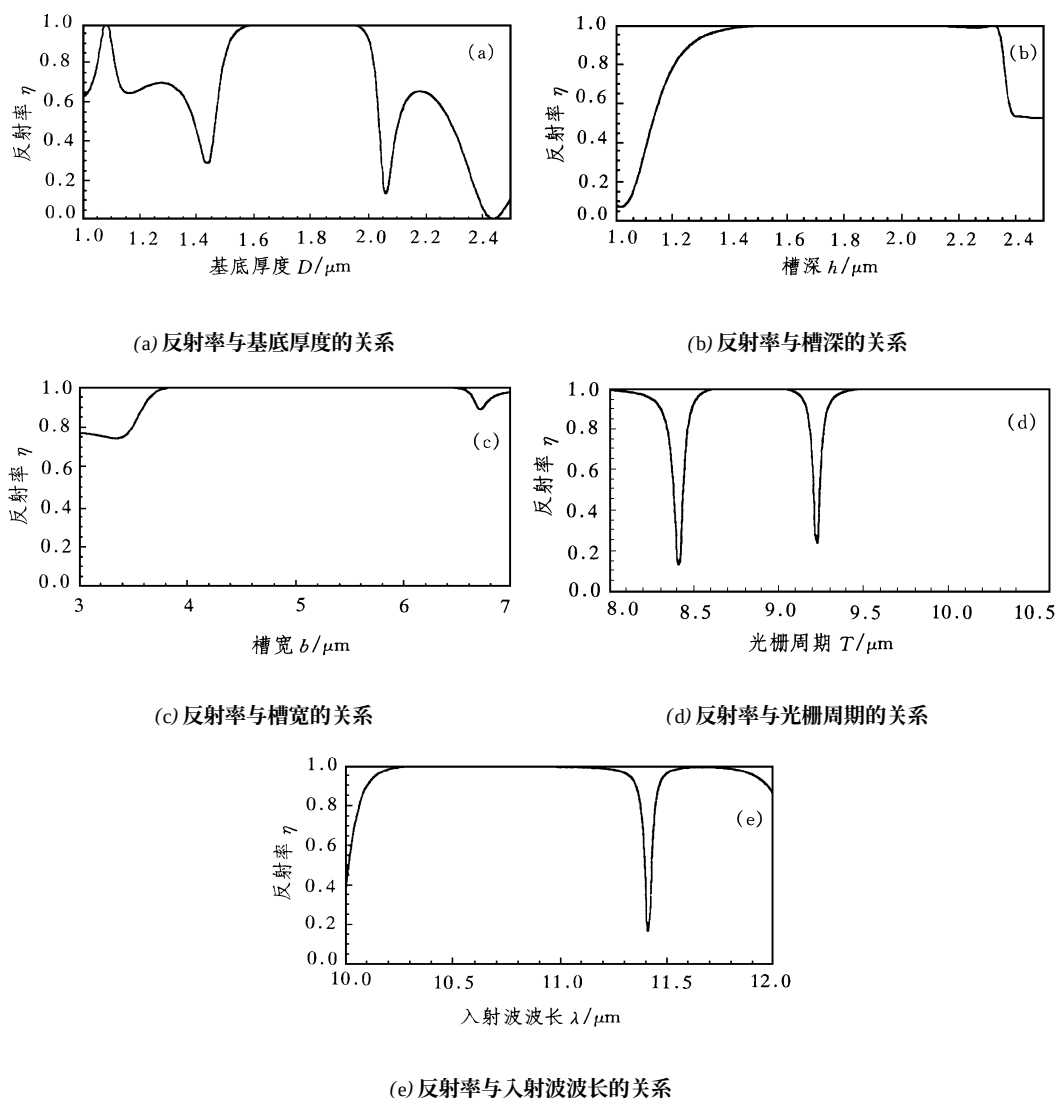


图 4

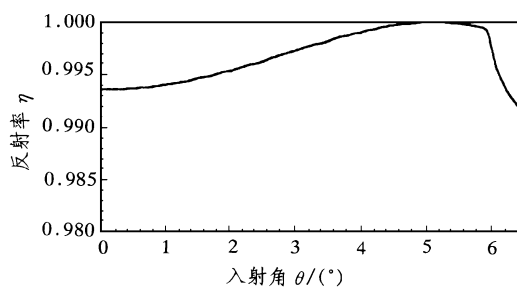


图 5 反射率随入射角的变化曲线

4 结 论

用分段初等函数来表示基本模式场、用广义反射系数阵方法来递推振幅系数的严格模式理论为研究和设计具有各种特殊性能的光栅元件提供了一种稳定、快速、准确、简便的算法.利用本文理论设计的程序,发现了位相光栅的全反射特性,并明确了产生全反射的条件和物理机制.我们相信,介质光栅的全反射特性可能有广泛的用途.

- [1] R. Magnusson and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **68**(1978), 1777.
- [2] K. Knop, *J. Opt. Soc. Am.*, **68**(1978), 206.
- [3] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **71**(1981), 811.
- [4] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **72**(1982), 1385.
- [5] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **73**(1983), 451.
- [6] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **73**(1983), 1105.
- [7] M. G. Moharam and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **A3**(1986), 1780.
- [8] M. G. Moharam, Coupled-Wave Analysis of Two-Dimensional Gratings, in *Holographic Optics: Design and Applications*, I. Cindrich, ed. (Proc. Soc. Photo-Opt. Instrum. Eng. 883, 1988), p. 8.
- [9] E. Noponen and J. Turunen, *J. Opt. Soc. Am.*, **A11**(1994), 2494.
- [10] N. Chateau and J. P. Hugonin, *J. Opt. Soc. Am.*, **A11**(1994), 1321.
- [11] M. G. Moharam, E. B. Grann, D. A. Pommé and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **A12**(1995), 1068.
- [12] E. B. Grann and M. G. Moharam, *J. Opt. Soc. Am.*, **A13**(1996), 988.
- [13] E. B. Grann and M. G. Moharam, *Appl. Opt.*, **35**(1996), 795.
- [14] E. Noponen and J. Turunen, *J. Opt. Soc. Am.*, **A13**(1996), 1422.
- [15] M. G. Moharam, D. A. Pommé, E. B. Grann and T. K. Gaylord, *J. Opt. Soc. Am.*, **A12**(1995), 1077.
- [16] C. Schwartz and L. F. Desandre, *Appl. Opt.*, **26**(1987), 3140.
- [17] D. Y. K. Ko and J. R. Sambles, *J. Opt. Soc. Am.*, **A5**(1988), 1863.
- [18] A. K. Cousins and S. C. Gottschalk, *Appl. Opt.*, **29**(1990), 4268.
- [19] D. M. Pai and K. A. Awada, *J. Opt. Soc. Am.*, **A8**(1991), 755.
- [20] S. T. Han, Y. L. Tsao, R. M. Walser and M. F. Becker, *Appl. Opt.*, **31**(1992), 2343.
- [21] L. Li, *J. Opt. Soc. Am.*, **A10**(1993), 2581.
- [22] Wang Zhur-xi and Guo Dur-ren, *Introduction to Special Functions* (Science Press, Beijing, 1965) (in Chinese).

RIGOROUS MODAL THEORY OF PHASE GRATING AND THE TOTAL REFLECTANCE PROPERTY^{*}

FU KE-XIANG ZHANG DA-YUE WANG ZHI-HENG ZHANG QI-ZHI ZHANG JING

(Department of Physics, Sichuan University, Chengdu 610064)

(Received 10 December 1997)

ABSTRACT

This paper discusses the electromagnetic field distribution in phase grating and the rate of diffraction for different diffraction orders by using a rigorous modal theory. Piece wise analytical function is used to express the eigen functions instead of the infinite series in other methods. Stable, fast and accurate recurrent formulae are developed to calculate the reflection transmission and amplitude coefficient matrix that can treat phase grating with any number of groove steps. The numerical results show that there exist bands of total reflectance. The conditions and the physical mechanisms for which the total reflectance occurs are discussed.

PACC: 4210; 4280F; 0270

^{*} Project supported by the State Educational Committee's Aids to Returned Scholar and by the State Key Laboratory of Optical Technology for Microfabrication, Institute of Optics & Electronics, Academia Sinica.