

文章编号:1004-3918(2000)01-0041-04

⑩
41-44
旋转二次曲面透镜的成像研究

郑世旺

(商丘教育学院物理系,河南 商丘 476000)

摘要:利用逐次成像法,正确导出了同一介质中旋转二次曲面透镜的焦距、光焦度和成像公式。

关键词:旋转二次曲面;焦点;焦点参数;透镜;光焦度;高斯公式

中图分类号:O435

文献标识码:A

成像公式

光学文献中大都研究球面透镜的成像,而不研究非球面透镜的成像,但是,在光学仪器中,非球面透镜对校正像差是十分有利的^[1]。近来,旋转二次曲面的成像研究取得了一些结果^[2~5],文献[2]从焦点和焦点参数出发,研究了光在旋转二次曲面上的折射和反射,成功地给出了物像公式。本文从旋转二次曲面折射的成像公式出发,利用逐次成像法,正确导出了置于同一介质中的旋转二次曲面透镜的焦距、光焦度和近轴条件下的成像公式,并且还给出了应用实例。因此,该文的研究对光学元件的开发和光学仪器的改进将有重要意义。

1 旋转二次曲面厚透镜的成像

1.1 旋转二次曲面厚透镜的成像公式

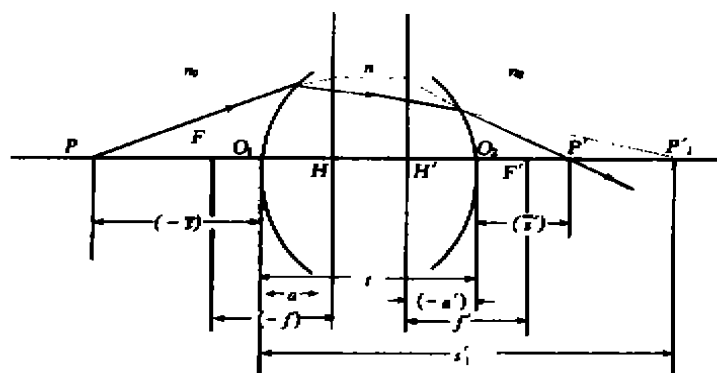


图1 旋转二次曲面厚透镜的物像关系

Fig.1 The relation of the object image of rotational conicoid thick lens

旋转二次曲面厚透镜是由两折射曲面(本文所指的曲面均为旋转二次曲面)组成的共轴光学系统。图1表示轴向厚度为 t 、折射率为 n 的旋转二次曲面厚透镜,设前后两折射曲面的焦点参数分别为 p_1 和 p_2 ,物、像方折射率都为 n_0 , H 和 H' 分别为曲面厚透镜的物、像方主点, F 和 F' 分别为物、像方焦点。主光轴上物点 P 离曲面 O_1 的距离为 $-s$,像点 P' 离曲面 O_2 的距离为 s' ,则曲面厚透镜的物像关系可利用前后两曲面的逐次成像求得。

由文献[2]知,第一折射曲面的光焦度和像方焦距分别为

$$\phi_1 = \frac{n - n_0}{p_1}$$

$$f_1' = \frac{n}{\phi_1} = \frac{n}{n - n_0} p_1 \quad (1)$$

收稿日期:1999-10-14

作者简介:郑世旺(1963-),男,河南兰考人,商丘教育学院讲师。

第二折射曲面的光焦度和物方焦距分别为

$$\begin{aligned}\phi_2 &= \frac{n_0 - n}{p_2} \\ f_2 &= -\frac{n}{\phi_2} = -\frac{n}{n_0 - n} p_2\end{aligned}\quad (2)$$

物点 p 经第一折射曲面的成像公式为

$$\frac{n}{s_1'} - \frac{n_0}{s} = \phi_1 = \frac{n}{f_1} \quad (3)$$

式中 s_1' 是物点 p 经第一折射曲面形成的像点 p_1' 相对于该曲面的距离。以 p_1' 为物点经第二折射曲面再次成像的物像关系为

$$\frac{n_0}{s'} - \frac{n}{s_1' - t} = \phi_2 = -\frac{n}{f_2} \quad (4)$$

联合式(3)和式(4)消去 s_1' 得

$$\frac{ss'}{ss'} - \frac{n_0 f_2 (t - f_1')}{n(f_1' - f_2 - t)s} - \frac{n_0 f_1' (t + f_2)}{n(f_1' - f_2 - t)s} - \frac{n_0^2 f_1' f_2 t}{n^2 (f_1' - f_2 - t)} = 0 \quad (5)$$

显然由此式来确定像的位置是比较麻烦的,为使上式简化,我们假定物、像方参考原点分别移动了距离 a 和 a' 后,像距 $\bar{s}'$ 和物距 $\bar{s}$ 满足下列关系

$$\frac{1}{\bar{s}' - a'} - \frac{1}{\bar{s} - a} = \frac{1}{f'} \quad (6)$$

移动后的物、像方参考原点分别为曲面厚透镜系统的物、像方主点,式中 f' 是曲面厚透镜系统的像方焦距 (H' 到 F' 的距离)。那么问题就转化为确定 a 、 a' 和 f' 的值,为此把上式展开为

$$\bar{s}\bar{s}' - (f' + a')\bar{s} + (f' - a)\bar{s}' + f'(a - a') + aa' = 0 \quad (7)$$

式(5)和式(7)的各项系数必须对应相等,有

$$f' + a' = \frac{n_0 f_2 (t - f_1')}{n(f_1' - f_2 - t)} \quad (8)$$

$$f' - a = -\frac{n_0 f_1' (t + f_2)}{n(f_1' - f_2 - t)} \quad (9)$$

$$f'(a - a') + aa' = -\frac{n_0^2 f_1' f_2 t}{n^2 (f_1' - f_2 - t)} \quad (10)$$

联合式(8)、(9)、(10)解得

$$f' = \pm \frac{n_0 f_1' f_2}{n(f_1' - f_2 - t)}$$

依本文研究的曲面厚透镜,上式应取负号,则

$$f' = -\frac{n_0 f_1' f_2}{n(f_1' - f_2 - t)} \quad (11)$$

$$a = \frac{n_0 f_1' t}{n(f_1' - f_2 - t)} = -\frac{f' t}{f_2} \quad (12)$$

$$a' = \frac{n_0 f_2 t}{n(f_1' - f_2 - t)} = -\frac{f' t}{f_1'} \quad (13)$$

将式(1)、(2)代入式(11)、(12)、(13)得

$$f' = \frac{n_0}{(n - n_0) \left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} + \frac{(n - n_0)t}{n p_1 p_2} \right]} \quad (14)$$

$$a = \frac{n_0 p_1 t}{n(p_1 - p_2) - (n - n_0)t} \quad (15)$$

$$a' = \frac{n_0 p_2 t}{n(p_1 - p_2) - (n - n_0)t} \quad (16)$$

由式(14)可得曲面厚透镜的光焦度为

$$\phi = \frac{n_0}{f'} = (n - n_0) \left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} + \frac{(n - n_0)t}{np_1 p_2} \right] \quad (17)$$

可见, a 、 a' 和 f' 与系统的参量之间满足式(14)、(15)、(16)时, 物像之间关系可表示成式(6)较简单的形式。我们再令 $s = \bar{s} - a$, $s' = \bar{s}' - a'$, 则处于同一介质中的旋转二次曲面厚透镜成像的高斯公式为

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad (18)$$

1.2 空气中旋转二次曲面厚透镜的成像

对于空气中的旋转二次曲面厚透镜可令 $n_0 = 1$, 由式(14)、(17)得像方焦距和光焦度分别为

$$f' = \frac{1}{(n - 1) \left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} + \frac{(n - 1)t}{np_1 p_2} \right]} \quad (19)$$

$$\phi = (n - 1) \left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} + \frac{(n - 1)t}{np_1 p_2} \right] \quad (20)$$

由式(15)、(16)得参考原点移动的距离分别为

$$a = \frac{p_1 t}{n(p_1 - p_2) - (n - 1)t} \quad (21)$$

$$a' = \frac{p_2 t}{n(p_1 - p_2) - (n - 1)t} \quad (22)$$

则空气中旋转二次曲面厚透镜成像的高斯公式也为式(18), 式中 $S = \bar{s} - a$, $S' = \bar{s}' - a'$, f' 、 a 和 a' 分别由式(19)、(21)和式(22)确定。

2 旋转二次曲面薄透镜的成像

旋转二次曲面薄透镜可以看作曲面厚透镜($t \rightarrow 0$)的特例, 则由式(14)、(17)得像方焦距和光焦度分别为

$$f' = \frac{n_0}{(n - n_0) \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right)} \quad (23)$$

$$\phi = (n - n_0) \left(\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} \right) \quad (24)$$

由式(15)、(16)可得参考原点移动的距离为 $a = a' = 0$, 则同一介质中旋转二次曲面薄透镜的高斯公式仍为式(18), 式中物距 s 和像距 s' 都是从透镜中心量起的, f' 由式(23)确定。

空气中的薄曲面透镜成像, 可令式(23)中的 $n_0 = 1$ 得像方焦距, 代入式(18)即为相应的成像公式。

3 分析与讨论

球面和平面都可看成旋转二次曲面的特例, 故本文给出的旋转二次曲面透镜成像的有关公式也适用于球面透镜。前后两折射曲面的类型可以相同也可以不同, 若曲面的类型不同, 各式中相应曲面的焦点参数的具体形式也就不同, 现分别讨论如下:

当曲面 O_1 或 O_2 为旋转抛物面时, p_1 或 p_2 等于该曲面焦点到准线间的距离。

当曲面 O_1 或 O_2 为长旋转椭球面时, $p_1 = \frac{b_1^2}{a_1}$ 或 $p_2 = \frac{b_2^2}{a_2}$, 其中 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 分别为旋转椭球面的长半轴与短半轴。

当曲面 O_1 或 O_2 为旋转双曲面时, $p_1 = \frac{b_1^2}{a_1}$ 或 $p_2 = \frac{b_2^2}{a_2}$, 其中 a_1 、 a_2 、 b_1 、 b_2 分别为旋转双曲面的实半轴与虚半轴。

当曲面 O_1 或 O_2 为球面(球面为两焦点重合的旋转椭球面)时, $a_1 = b_1 = r_1$ 或 $a_2 = b_2 = r_2$, 则 $p_1 = \frac{b_1^2}{a_1} = r_1$ 或 $p_2 = \frac{b_2^2}{a_2} = r_2$, r_1 和 r_2 为球面曲率半径。

若曲面 O_1 或 O_2 为平面, 则 $p_1 = \infty$ 或 $p_2 = \infty$ 。

4 应用举例

例 空气中某旋转二次曲面双凸厚透镜, 第一曲面为长旋转椭球面, 其长半轴 a_1 为 12.5cm, 短半轴 $b_1 = 10$ cm; 第二曲面为旋转抛物面, 其曲面焦点到准线的距离为 7cm。透镜的折射率为 1.5, 轴向厚度为 5cm, 主光轴上一物点 p 位于第一曲面顶点左方 13cm 处, 求像点的位置。

解 已知 $a_1 = 12.5$ cm, $b_1 = 10$ cm, $n_0 = 1$, $n = 1.5$, $t = 5$ cm, $\bar{s} = -13$ cm, 依题意知前后两曲面的焦点参数分别为

$$p_1 = \frac{b_1^2}{a_1} = \frac{10^2}{12.5} = 8(\text{cm}), p_2 = -7\text{cm}$$

由式(19)、(21)、(22)得

$$\begin{aligned} f' &= \frac{1}{(n-1) \left[\frac{1}{p_1} - \frac{1}{p_2} + \frac{(n-1)t}{np_1 p_2} \right]} \\ &= \frac{1}{(1.5-1) \left[\frac{1}{8} - \frac{1}{(-7)} + \frac{(1.5-1) \times 5}{1.5 \times 8 \times (-7)} \right]} = 8.4(\text{cm}) \\ a &= \frac{p_1 t}{n(p_1 - p_2) - (n-1)t} = \frac{8 \times 5}{1.5 \times [8 - (-7)] - (1.5-1) \times 5} = 2(\text{cm}) \\ a' &= \frac{p_2 t}{n(p_1 - p_2) - (n-1)t} = \frac{(-7) \times 5}{1.5 \times [8 - (-7)] - (1.5-1) \times 5} = -1.75(\text{cm}) \end{aligned}$$

把 f' 、 a 和 a' 的值代入式(6)得

$$\frac{1}{\bar{s}' - (-1.75)} - \frac{1}{(-13) - 2} = \frac{1}{8.4}$$

可求出 $\bar{s}' = 17.34$ cm。

可见, 实像点位于主光轴上第二曲面顶点右方 17.34cm 处。

参考文献:

- [1] 母国光, 战元龄. 光学. 北京: 高等教育出版社, 1978; 65~67.
- [2] 傅景礼. 旋转二次曲面的成像公式. 大学物理. 1998; 17(2): 20~22.
- [3] 侯杰. 光在旋转双曲面上成像问题研究. 河南科学. 1997; 15(3): 263~268.
- [4] 傅景礼, 侯杰. 光在旋转椭球面上的反射与折射. 黄淮学刊. 1997; 13(1): 74~77.
- [5] 郑世旺, 谢凤萍. 旋转二次曲面透镜基点与基面的位置确定. 商丘师专学报. 1999; 15(6): 34~39.

A study of the image of the rotational conicoid lens

ZHENG Shi-wang

(Department of physics, Shangqiu College of Education, Shangqiu, Henan, 476000, China)

Abstract: The rotational conicoid lens formulas of the focal length, the optical power and the image are derived correctly according to the image method one by one.

Key words: rotational conicoid; focus; focus parameter; lens; optical power; Gaussian formula