

基于最小二乘支撑矢量机的陀螺仪漂移预测

陈 伟¹, 胡昌华¹, 曹小平², 樊红东¹, 方华元¹

(1. 第二炮兵工程学院 302 教研室, 西安 710025; 2. 国防科技大学机电工程与自动化学院, 长沙 410073)

摘 要: 研究了支撑矢量机的回归估计算法。针对标准支撑矢量机算法训练速度慢、难以解决大规模问题的局限性, 对标准算法的约束条件加以改进, 得到一种最小二乘支撑矢量机回归估计算法。该算法大大提高了支撑矢量机的训练速度和解决大规模问题的能力。论文将最小二乘支撑矢量机应用于陀螺仪的漂移预测中, 仿真实验结果证明了算法的有效性和可行性, 为陀螺仪的实时预测及故障预报提供了可能。

关键词: 最小二乘支撑矢量机; 回归估计; 陀螺仪漂移预测

中图分类号: O234 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-1328(2006)01-0135-04

0 引言

支撑矢量机^[1] (Support Vector Machine, SVM) 是在统计学习理论基础上发展起来的一种新的机器学习方法。支撑矢量机以坚实的理论基础、优越的学习能力以及良好的推广能力正在成为继神经网络研究之后机器学习领域新的研究热点^[2]。由于采用了结构风险最小化原则替代经验风险最小化原则, 使它较好的解决了小样本学习的问题; 又由于采用了核函数思想, 使它把非线性空间的问题转换到线性空间, 降低了算法的复杂度。支撑矢量机具有全局最优、结构简单、推广能力强等优点, 近几年得到了广泛的研究。已经成功应用于人脸识别、手写本数字识别、图像检索等领域。基于支撑矢量机的回归估计还可以进行状态预测, 应用于系统故障预测预报等领域。

支撑矢量机的训练速度慢和解决大规模问题困难是制约其发展的重要原因, 本文对标准支撑矢量机算法进行改进, 给出回归型支撑矢量机的最小二乘算法, 并将其运用于陀螺仪的漂移预测中, 结果显示最小二乘支撑矢量机算法大大提高了支撑矢量机的训练速度, 而且预测精度比较理想, 具有重要的理论价值和实用价值。

1 支撑矢量机回归估计算法

给定训练样本 $(x_i, y_i), i = 1, 2, \dots, l$, 在线性情况下, 回归型支撑矢量机在线性函数集合:

$$f(x, \alpha) = (\omega \cdot x) + b \quad (1)$$

中估计实值函数, 损失函数一般情况下定义为 ϵ 不敏感损失函数:

$$L(y, f(x, \alpha)) = L(|y - f(x, \alpha)|_\epsilon) \quad (2)$$

ϵ 不敏感损失函数的优点是可以使估计具有鲁棒性, 而且得到的解是稀疏的, 而这一点对在高维空间在用大量数据估计依赖性关系来说是非常重要的^[3]。

基于结构风险最小化原则, 支撑矢量机的线性回归估计问题即是要解决下面的二次规划问题, 找到极大化下面泛函:

$$W(\alpha, \alpha^*) = -\epsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) - \frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) (\alpha_j - \alpha_j^*) (x_i \cdot x_j) \quad (3)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^l \alpha_i = \sum_{i=1}^l \alpha_i^* \\ 0 \leq \alpha_i \leq C, i = 1, 2, \dots, l \\ 0 \leq \alpha_i^* \leq C, i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (4)$$

的最优参数 $\alpha_i, \alpha_i^*, i = 1, 2, \dots, l$ 。回归函数中 $\omega =$

$$\sum_{i=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*) x_i。$$

对于非线性情况, 采用核函数法将样本矢量投影到高维空间, 在高维空间应用线性方法予以解决, 有效避免了“维数灾难”问题^[4]。引入核函数方法是支撑矢量机得以成功应用的重要原因之一。因此在

非线性情况下,基于核函数,我们可以构造如下形式的待估计函数:

$$f(x, \beta) = \sum_{i=1}^l \beta_i K(x, x_i) + b \quad (5)$$

其中 $K(\cdot, \cdot)$ 是核函数,系数 $\beta_i = \alpha_i - \alpha_i^*, i = 1, 2, \dots, l$ 。同上面的线性情况一样,其中的 α_i, α_i^* 是最大化下面泛函的参数:

$$W(\alpha, \alpha^*) = -\epsilon \sum_{i=1}^l (\alpha_i + \alpha_i^*) + \sum_{i=1}^l y_i (\alpha_i - \alpha_i^*) -$$

$$\frac{1}{2} \sum_{i,j=1}^l (\alpha_i - \alpha_i^*)(\alpha_j - \alpha_j^*) K(x_i, x_j) \quad (6)$$

$$\text{s.t.} \begin{cases} \sum_{i=1}^l \alpha_i = \sum_{i=1}^l \alpha_i^* \\ 0 \leq \alpha_i \leq C, i = 1, 2, \dots, l \\ 0 \leq \alpha_i^* \leq C, i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (7)$$

上面线性和非线性情况下的最优化问题都属于二次优化问题,可以调用现成的高效的优化软件解决。

2 回归型最小二乘支撑矢量机

支撑矢量机的最小二乘算法最早是由 Suykens, Vandewalle 等人提出的^[5],这种算法用解线性方程组来代替解标准的支撑矢量机二次规划问题。这种算法最大的优点是能够解决大规模问题提高支撑矢量机的训练速度^[6]。

最小二乘支撑矢量机对标准支撑矢量机算法进行改进。选择与标准算法不同的损失函数,而且用等号来代替标准算法约束条件中的不等式。对应的线性系统被叫做扩张系统或 Karush - Kuhn-Tucker (KKT)系统,可以采用解线性方程组代替二次规划问题。下面给出用于回归估计的最小二乘支撑矢量机算法:

$$\begin{aligned} \min & \frac{1}{2} (\omega \cdot \omega) + \frac{1}{2} C \epsilon^2 \\ \text{s.t.} & y_i - (\omega \cdot x_i) - b = \epsilon, i = 1, 2, \dots, l \end{aligned} \quad (8)$$

相应的 Lagrange 函数为:

$$L(\omega, \xi, \xi^*; \alpha, \alpha^*) = \frac{1}{2} (\omega \cdot \omega) + \frac{1}{2} C \epsilon^2 - \sum_{i=1}^l \alpha_i [y_i - (\omega \cdot x_i) - b - \epsilon] \quad (9)$$

对上式(9)进行优化,由最小二乘法,分别对 $\omega, b, \alpha_i, \epsilon$ 求导,可以得到以下结论:

$$\begin{cases} \frac{\partial L}{\partial \omega} = 0 \rightarrow \omega = \sum_{i=1}^l \alpha_i \\ \frac{\partial L}{\partial b} = 0 \rightarrow \sum_{i=1}^l \alpha_i = 0 \\ \frac{\partial L}{\partial \alpha_i} = 0 \rightarrow y_i - (\omega \cdot x_i) - b = \epsilon, i = 1, 2, \dots, l \\ \frac{\partial L}{\partial \epsilon} = 0 \rightarrow C \epsilon = \sum_{i=1}^l \alpha_i, i = 1, 2, \dots, l \end{cases} \quad (10)$$

对于 $i = 1, 2, \dots, l$, 在上式中消去 ω, ξ, ξ^* , 并将上式写为矩阵形式有:

$$\begin{bmatrix} 0 & I' \\ I & XX' + \frac{E}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (11)$$

其中, $X = [x_1, x_2, \dots, x_l]$, $Y = [y_1, y_2, \dots, y_l]$, $I = [1, 1, \dots, 1]^T$, $\alpha = [\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_l]$, E 为 $l \times l$ 单位阵, b 为标量, C, ϵ 均为常数, C 为正则化参数, 又称惩罚系数, ϵ 为不敏感系数。

对于非线性情形,有类似的公式成立,只须将公式(11)中的 XX^T 改为 $H((H(i, j) = K(x_i, x_j)))$ 即可, $K(\cdot, \cdot)$ 为选择的合适的核函数。下面给出非线性情形下的成立公式:

$$\begin{bmatrix} 0 & I' \\ I & H + \frac{E}{C} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b \\ \alpha \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ Y \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中 $H(i, j) = K(x_i, x_j)$ 。

因此支撑矢量机的优化问题转化为求解上述线性方程组的问题。该线性方程组可以用最小二乘的方法求解,最小二乘支撑矢量机(LSSVM)由此得名。因为将原来的二次规划问题转化为利用最小二乘法解线性方程组的问题,所以最小二乘支撑矢量机有比标准支撑矢量机更快的训练速度。另外,最小二乘支撑矢量机的另一个优点就是可以用来解决大规模问题。因为标准支撑矢量机本身很难解决大规模问题,而公式(11), (12)中矩阵维数均为 $(l+1) \times (l+1)$, 当 l 过大,即样本数量很大的时候,矩阵在运算过程中将也很难被存储。但是最小二乘支撑矢量机可以采用共轭梯度迭代算法加以解决,从而有效的解决了大规模问题。

3 应用研究

作为惯性器件的陀螺仪是导弹控制系统的重要组成部分^[7],对其漂移度进行预测具有十分重要的

意义。下面运用最小二乘支撑矢量机算法对某陀螺仪的一批漂移数据进行预测,并和标准支撑矢量机预测结果进行比较。由于陀螺仪的漂移具有典型的非线性特点和极强的随机性,所以对其进行预测是对支撑矢量机算法的一种考验。这里我们总共取 58 个漂移数据,前 50 个用于训练,后 8 个数据用于预测。图 1 是分别用标准支撑矢量机和最小二乘支撑矢量机的预测结果。

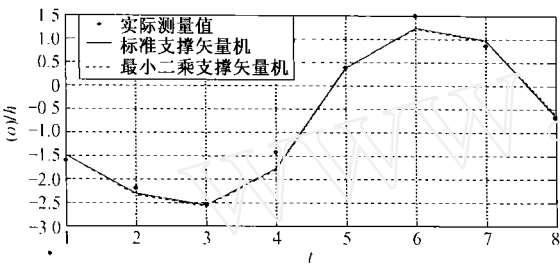


图 1 两种支撑矢量机方法预测结果比较
Fig.1 The forecasting curves of the two different SVM algorithms

图 1 为分别用标准支撑矢量机算法和本文提出的最小二乘支撑矢量机算法进行回归预测的结果,其中红色实点为实际测量值,红色实线表示标准支撑矢量机预测结果,蓝色虚线为最小二乘支撑矢量机预测结果。

从图中大致可以看出两种方法对陀螺仪的漂移趋势都有比较准确的预测结果,但是标准支撑矢量机预测精度要略高于最小二乘支撑矢量机。下面引入平均相对误差和训练时间作为评价指标定量比较两种算法。比较结果如下表 1 所示:

表 1 两种支撑矢量机方法的预测结果
Table 1 The forecasting result through the two different SVM algorithms

项 目 组 别	实际测量值	标准 SVM 算法	LSSVM 算法
1	-1.6064	-1.4939	-1.4907
2	-2.2092	-2.3152	-2.3338
3	-2.5403	-2.5655	-2.5826
4	-1.4227	-1.7669	-1.8022
5	0.3808	0.3803	0.3823
6	1.4978	1.2498	1.2155
7	0.8508	0.9734	0.9506
8	-0.6845	-0.6642	-0.6262
训练时间(s)		7.9910	0.0800
平均相对误差		8.87%	10.08%

注:平均相对误差: $e_{MPE} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left| \frac{A(i) - F(i)}{A(i)} \right| \times 100\%$

从表 1 可以看出,标准支撑矢量机和最小二乘支撑矢量机都有比较高的预测精度,标准支撑矢量机算法精度比最小二乘支撑矢量机算法稍高一点,但是训练时间上,最小二乘支撑矢量机算法却比标准支撑矢量机算法提高了近 100 倍,远远优于标准支撑矢量机算法。最小二乘支撑矢量机的快速训练预测性能为陀螺仪漂移的适时预测提供了可能。

4 结束语

支撑矢量机是基于统计学习理论的一种新的机器学习方法,具有坚实的理论基础、良好的学习性能和推广能力,因此越来越受到国内外学者的重视,近几年来支撑矢量机已经成功应用于模式识别领域,如人脸识别、手写体数字识别、图像检索等。本文将支撑矢量机用于陀螺仪漂移预测,仿真结果表明算法的有效性和可行性,具有良好的发展前景。但支撑矢量机本身还存在着一些缺陷制约着它的发展,如算法速度问题,处理大规模数据问题以及如何针对具体的问题选择构造恰当的核函数问题等等,这些都是支撑矢量机下一步的研究方向。

参考文献:

[1] 张学工. 关于统计学习与支撑矢量机[J]. 自动化学报, 26 (1), 2000: 32 - 42[Zhang Xue-gong. Introduction to statistical learning theory and support vector machine[J]. ACTA AUTOMATICA SINICA, 26(1), 2000: 32 - 42]

[2] 罗光亮. 从神经网络到支撑矢量机(上、中、下)[J]. 冶金自动化, 5, 2001: 1 - 5, 6, 2001: 1 - 4, 1, 2002: 1 - 5[Luo Gong-liang. From neural networks to support vector machines(A, B, C)[J]. Metallurgical Industry Automation, 5, 2001: 1 - 5, 6, 2001: 1 - 4, 1, 2002: 1 - 5]

[3] Vapnik V N. The Nature of Statistical Learning Theory. NY: Springer-Verlag, 1995 张学工译. 统计学习理论的本质[M]. 北京: 清华大学出版社, 2000[Zhang Xue-gong translated. The Nature of Statistical Learning Theory[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2000]

[4] 潘继斌. 回归函数的支撑向量机估计法[J]. 湖北师范学院学报(自然科学版), 23, 4, 2003: 9 - 13[Pan Ji-bin. Support vector machine estimate method to regression function[J]. Journal of Hubei Normal University(Natural Science), 2003: 9 - 13]

[5] Suykens J A K, Vandewalle J. Least squares support vector machine classifiers[J]. Neural Processing Letter, 1999, 9(3): 293 - 300

[6] 刘涵, 刘丁, 郑岗, 等. 基于最小二乘支持向量机的天然气预测[J]. 化工学报, 55(5), 2004: 828 - 832[Liu Han, Liu Ding, Zheng Gang, et al. Natural gas load forecasting based on least squares support vector machine[J]. Journal of Chemical Industry and Engineering(China), 55(5), 2004: 828 - 832]

- [7] 王寿荣, 杨洪, 周百令. 小波分析技术在陀螺故障诊断中的应用研究[J]. 中国惯性技术学报, 6(2), 1998, 49 - 54 [Wang Shou-rong, Yang Hong, Zhou Bai-ling. Study on usage of wavelet transform technique in fault diagnosis of gyro[J]. Journal of Inertial Technology of China, 6(2), 1998, 49 - 54]



作者简介: 陈伟(1981 -), 男, 湖北武汉人, 现为第二炮兵工程学院在读硕士研究生, 主要研究方向为控制系统测试与故障诊断。

通信地址: 第二炮兵工程学院 302 教研室 (710025)

电话: 13679175839

E-mail: zz...cw027@yahoo.com.cn

Gyroscopic Drift Forecasting on Least Squares Support Vector Machine

CHEN Wei¹, HU Chang-hua¹, CAO Xiao-ping², FAN Hong-dong¹, FANG Hua-yuan¹

(1. 302Unit, The Second Artillery Engineering Institute, Xi'an 710025, China;

2. Mechatronics and Automation School of National University of Technology, Changsha 710073, China)

Abstract: This paper researches the regression estimate algorithm with SVM. Pinpoint the problem that the training speed of the standard algorithm is slow and it is hard to solve large scale problem. To overcome this drawback, a Least Squares Support Vector Machine (LSSVM) is put forward in this paper through improving the constraint condition of standard SVM algorithm. The training speed and the ability to solve large scale problem are much improved through using LSSVM. Finally, the LSSVM is applied to forecasting the gyroscopic drift in this paper. The simulated experiment proved the algorithm is valid and acceptable, and it supplies a way to real-time forecast and fault - predict of the gyroscopic.

Key words: Least squares support vector machine (LSSVM); Regression estimate; Gyroscope drift forecasting

(上接第 129 页)

Satellite Antenna Pointing Complex Controlling Full-Physical Simulation System Error Model and its Examination Analysis

JIA Jie, ZHOU Feng-qi, ZHOU Jun

(College of Astronautics, Northwestern Polytechnical University, Xi'an 710072, China)

Abstract: To improve the precision of the satellite antenna pointing full-physical simulation, in this paper, on the viewpoint of mechanics, several unideal factors that affected the antenna pointing complex controlling precision were researched when the Satellite Antenna Pointing Complex Controlling Full-Physical Simulation System was tested. And the system error was analyzed and studied. The error model was given too. Then the adaptive controlling law had been designed and its stability had been proved. In the end, the simulation results were given. The simulation results have shown that this system can satisfy the high-precision requirement of Satellite Antenna Pointing Complex Controlling. This work establishes the base of the further improving satellite antenna pointing complex controlling precision.

Key words: Full-physical simulation; Error model; Stability; Complex controlling