

基于最优小波包基的陀螺仪信号去噪算法研究*

周绍磊, 张文广, 史贤俊, 赵海鹰

(海军航空工程学院, 山东烟台 264001)

[摘要] 文中提出了一种基于 Shannon 熵准则的最优小波包基浮动阈值去噪算法, 并将其应用于某型反舰导弹陀螺仪信号的去噪处理。仿真结果表明, 该算法具有良好的去噪性能, 并且消噪效果明显优于基于小波变换的去噪算法, 将具有更为广泛的应用前景。

[关键词] 陀螺仪; 最优小波包变换; 浮动阈值; 去噪

[中图分类号] V241.5 [文献标识码] A

Research of Gyro Signal Denoising Algorithm Based on Best Wavelet Packet Basis

ZHOU Shao-lei, ZHANG Wen-guang, SHI Xian-jun, ZHAO Hai-ying

(Naval Aeronautical Engineering Institute, Shandong Yantai 264001, China)

Abstract: In this paper, a new signal denoising algorithm based on the best wavelet packet basis which adopts Shannon entropy and the floating threshold is discussed, and is used in the signal denoising of the anti-ship missile's gyro. The simulation results show that the algorithm has the favorable characteristics and the better signal denoising effect compared with signal denoising algorithm based on wavelet transform. So, it will be applied in more fields widely.

Key words: gyro; best wavelet packet transform; floating threshold; denoising

1 引言

文中提出了一种基于 Shannon 熵准则的最优小波包基浮动阈值去噪算法, 并将其应用于某型反舰导弹陀螺仪信号的消噪。仿真结果表明, 该方法具有良好的去噪性能, 能够识别和确定陀螺信号所包含的频率成分, 保留了所需的信号, 达到了滤波去噪的目的。而且由仿真比较可见, 该方法消噪效果明显优于基于小波变换的去噪算法。

2 小波与小波包分析^{[3][4]}

2.1 小波与小波变换

定义 设函数 $\psi(t) \in L^1(R) \cap L^2(R)$, 且 $\int_{-\infty}^{+\infty} \psi(t) dt = 0$, 则称 $\psi(t)$ 为一个基本小波或母小波。对母小波 $\psi(t)$ 进行伸缩和平移, 可得:

$$\psi_{a,b}(t) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right), a, b \in R, a \neq 0 \quad (1)$$

称 $\psi_{a,b}(t)$ 为小波函数, 简称小波。其中, a 为尺度因子, b 为平移因子。于是, 对于 $f(t) \in L^2(R)$, 其连续小波变换可定义为:

$$WT_f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \psi^*\left(\frac{t-b}{a}\right) dt = \langle f, \psi_{a,b} \rangle \quad (2)$$

其中, a, b, t 均为连续变量, 且 $a \neq 0$; $\psi^*(t)$ 表示 $\psi(t)$ 的复共轭。

而小波函数 $\psi(t)$ 的傅立叶变换 $\hat{\psi}(\omega)$ 应满足允许条件, 即:

$$c_\psi = \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{|\hat{\psi}(\omega)|^2}{|\omega|} d\omega < +\infty \quad (3)$$

2.2 小波包分析

小波包是由 Coifman、Meyer 及 Wickhauser 引入的, 与小波变换相比, 它可对信号的高频部分进行更精细的分解, 是小波函数的推广。

定义下列递推关系:

$$\begin{cases} \mu_{2n}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} h_k \mu_n(2t-k) \\ \mu_{2n+1}(t) = \sqrt{2} \sum_{k \in Z} g_k \mu_n(2t-k) \end{cases} \quad (4)$$

* 收稿日期: 2005-09-12

作者简介: 周绍磊 (1963-), 男, 山东泰安人, 教授, 硕士, 主要研究方向: 飞行器自动测试技术。

则由上面定义的函数集合 $\{\mu_n(t)\}_{n \in Z}$ 为由正交尺度函数 $\mu_0 = \varphi$ 确定的小波包。由此可见,小波包 $\{\mu_n(t)\}_{n \in Z}$ 是包括尺度函数 $\mu_0(t)$ 和小波母函数 $\mu_1(t)$ 在内的一个具有一定联系的函数集合。

定义空间 U_j^n 为由小波包 $\mu_n(t)$ 在 j 尺度下的二进伸缩和平移 $2^{j/2} \mu_n(2^j t - k), k \in Z$ 的线性组合生成的 $L^2(R)$ 的闭子空间。因此, $\{2^{j/2} \mu_n(2^j t - k), k \in Z\}$ 为子空间 U_j^n 的一组规范正交基。

定义从小波库 $\{2^{j/2} \mu_n(2^j t - k), j, k \in Z\}$ 中抽取的能组成 $L^2(R)$ 的一组规范正交基为 $L^2(R)$ 的小波包基。

3 基于最优小波包基的浮动阈值去噪算法

3.1 最优小波包基的选取

根据上面的定义可知,小波库中有很多小波包基,而不同的小波包基一般具有不同的时频局部化能力,反映不同的信号特性,因此,对于一个给定的信号,希望依照一定的准则(称为代价函数)来选择一个最优的小波包基。在一个正交小波包基下,可以把信号 $f(t)$ 展开,使得 $f(t)$ 与一个小波包系数序列 $x = \{x_k\}$ 对应。在序列 $\{x_k\}$ 上定义一个信息代价函数 M ,它满足如下两个条件:

1) 可加性条件,即 $M(\{x_k\}) = \sum_{k \in Z} M(x_k), M(0) = 0$;

2) 信息代价函数 M 的取值应反映系数的集中程度。

对于一个给定的信息代价函数 $M, L^2(R)$ 的小波包基 B 称为信号 $f(t)$ 相对于代价函数 M 的最优基,如果在 $L^2(R)$ 的所有小波包基中, $f(t)$ 在小波包基 B 下对应的小波包系数序列具有最小的信息代价函数值。

文中采用工程中常用的基于香农(Shannon)信息熵的代价函数,即定义序列 $x = \{x_k\}$ 的熵为:

$$M(x) = - \sum_j P_j \lg P_j \quad (5)$$

其中, $P_j = \frac{|x_j|^2}{\|x\|^2}$, 且 $P = 0$ 时, $P \lg P = 0$ 。

由于信息是半可加的,所以引入可加函数 $\lambda(x) = - \sum_k |x_k|^2 \lg |x_k|^2$, 则 $M(x)$ 可表示为:

$$M(x) = \|x\|^2 \lambda(x) + \lg \|x\|^2 \quad (6)$$

这样, $\lambda(x)$ 最小时, $M(x)$ 也最小。

有了上面的信息代价函数,就可以求出信息代价函数最小的小波包序列,从而求出最优基。当基库是一个二叉树时,可以采用自底向顶的快速搜索法选择最优小波包基。

3.2 基于最优小波包基的浮动阈值去噪算法

一般地,一个含有噪声的信号模型可表示为 $s(n) = f(n) + \sigma \cdot e(n)$, 其中 $s(n)$ 为含有噪声的信号; $f(n)$ 为有用信号; $e(n)$ 为噪声; n 为等间隔的时间; σ 为噪声水平。传统的基于傅里叶变换的信号去噪,要使信号与噪声的频带重叠得尽可能的少,这样,就可在频域通过时不变滤波方法将信号与噪声分离开来。但是当信号和噪声的频域大量重叠时,这种方法就不适用了。

小波分析作为一种新的时频分析方法,以其具有良好的时频局部化特性,为解决上述问题提供了极其有效的工具。由于信号可以用其小波系数来刻画,小波系数较大者,携带的信号能量较多,而小波系数较小者携带的信号能量较少,因此可以用携带信号能量的多少作为衡量小波系数在信号中的权重大小。与小波变换相比,小波包提供了一种更为复杂、更为灵活的分析手段,因为它对上一层的低频部分和低频部分同时进行分解,具有更加精确的局部分析能力。

于是,文中提出了一种以信号能量为判据的基于最优小波包的浮动阈值去噪方法^[5],其基本思想为:随着噪声能量强弱的变化,阈值随之上下浮动,将等于和小于阈值的小波包系数视为零而舍去,即将其作为噪声处理,仅用阈值以上的数据(小波包系数)来重建原信号,既去掉了大部分噪声,又不会引起重建信号的明显失真。

基于最优小波包的浮动阈值去噪算法步骤如下:

(1) 信号的小波包分解,选择一个小波并确定所需分解的层次 N , 然后对含噪信号进行 N 层小波包分解;

(2) 对于给定的熵标准,选择最优小波包基;

(3) 小波包分解系数的阈值量化,对分解的各个频段分别设定随噪声能量变化的浮动阈值 $t_k = \sqrt{2 \ln(n)} \sigma / \sqrt{n}$, 其中 n 为信号长度, σ 为噪声水平,一般采用各细节小波包系数 v_k 的绝对值的中值来估计,即 $\sigma = \text{median}/0.6745$;

(4) 信号的小波包重构,用非线性函数 $\xi = \text{sgn}(v_k)(|v_k| - t_k)$ 作用于信号的小波包分解系数 v_k , 可得系数 $\bar{v}_k$, 即将浮动阈值以上的系数减去阈值后并保留下来,最后由系数 $\bar{v}_k$ 重构原信号。

4 仿真研究

一般来说,陀螺漂移主要由常值分量和周期分量组成,但是由于各种电路的噪声等外部环境因素的影响,实际观察到的信号还包括噪声即白噪声和色噪声。在短时间内(比如在初始对准时间内)可以将漂移模型描述为^[6]:

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_0 + A \sin(2\pi f t + \theta_0) + \delta n(t) + w(t) \quad (7)$$

其中, ε_0 为陀螺常值零偏; A 为周期分量的幅值; f 为周期分量的频率; θ_0 为初始相位; $n(t)$ 为高斯白噪声,其强度为 δ ; $w(t)$ 为有色噪声。

以某型反舰导弹控制系统上的陀螺仪为例,采用基于最优小波包的浮动阈值去噪算法对其测试信号进行处理。图1为陀螺仪刚上电时的零偏采样值,采用db4小波包对该原始信号进行5层分解。图2为采用shannon熵为信息代价函数所搜索的db4最优小波基,搜索到的最优小波包基为节点(2,1)、(2,2)、(2,3)、(3,1)、(4,1)、(5,0)、(5,1)所对应的小波包基。

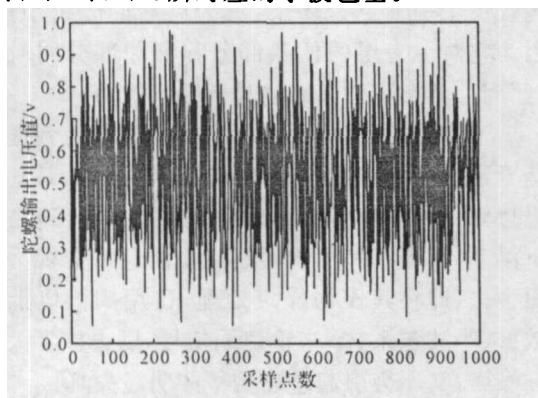


图1 陀螺零偏信号采样值

图3为采用相同分解层数和浮动阈值选取方法的db4小波进行去噪处理的效果图,而图4为采用基于Shannon熵准则的db4最优小波包基去噪处理后的效果图。由图3、图4仿真结果比较可得,在采用相同的小波母函数、分解层数和阈值选取方法的情况下,基于Shannon熵准则的

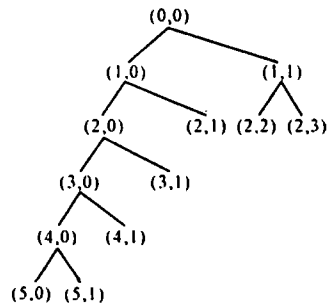


图2 基于Shannon熵的db4最优小波包基

最优小波包基陀螺信号去噪算法效果明显优于基于小波变换的去噪算法,具有更精细的信噪分离能力。

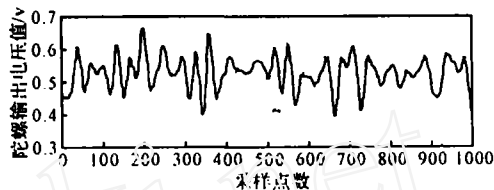


图3 db4小波5层分解去噪效果图

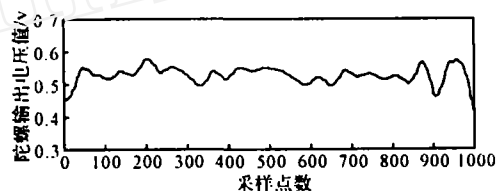


图4 db4最优小波包基5层分解去噪效果图

5 结论

文中提出了一种基于Shannon熵准则的最优小波包基浮动阈值去噪算法,并将其应用于某型反舰导弹陀螺仪信号的消噪。仿真结果表明,该方法具有良好的去噪性能,能够识别和确定陀螺信号所包含的频率成分,根据Shannon熵准则选择一个最优的小波包基来滤除陀螺信号的周期分量和噪声,保留了所需的信号,达到了滤波去噪的目的。并且由仿真比较可见,该方法消噪效果明显优于基于小波变换的去噪算法。

[参 考 文 献]

- [1] 袁瑞铭, 韦锡华, 李自, 等. 基于小波阈值滤波的光纤陀螺信号消噪算法[J]. 中国惯性技术学报, 2003, 10(5): 43-47.
- [2] Lang M, Guo H. Noise reduction using an undecimated discrete wavelet transform[J]. IEEE Signal Processing Letters, 1996, 3: 613-627.
- [3] 孙延奎. 小波分析及其应用[M]. 北京: 机械工业出版社, 2005.
- [4] 飞思科技产品研发中心. 小波分析理论与 MATLAB7 实现[M]. 北京: 电子工业出版社, 2005.
- [5] 魏云冰, 黄进, 黄建华. 基于小波包变换的电机测试信号去噪处理[J]. 电工技术学报, 2001, 16(5): 64-67.
- [6] 郭秀中. 惯导系统陀螺仪理论[M]. 北京: 国防工业出版社, 1996.