

[文章编号] 1009-1300(2008)02-0062-05

捷联式惯导系统陀螺仪冗余配置研究

高豫强¹, 祝君冬², 赵 剡²

(1. 中国空空导弹研究院, 洛阳 471009; 2. 北京航空航天大学, 北京 100083)

[摘 要] 主要研究了捷联式惯导系统冗余配置陀螺仪的配置数目、配置结构对导航系统可靠性的影响。同时, 分析了在确定陀螺仪数目后, 通过优化配置结构可使捷联式惯导系统获得最佳的导航性能和最优的故障检测性能, 并导出一些相关的结论。最后以四个双自由度陀螺半八面体配置为例说明了结论的正确性。

[关键词] 捷联式惯导系统; 陀螺仪; 冗余配置; 故障检测; 性能指标

[中图分类号] TJ765

[文献标识码] A

Study on Redundancy Configuration of Strap-down Inertial Gyros

Gao Yuqiang¹, Zhu Jundong², Zhao Yan²

(1. China Airborne Missile Academy, Luoyang 471009, China;

2. Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

Abstract: The number of gyros and gyro structure's configuration will affect the performance and reliability of strap-down navigation system heavily. The optimal configuration of redundant gyro is solved according to the optimal navigation and measurement performance when the number of gyros is decided. And then, some conclusions can be drawn from this paper. At last, an octahedron array of four TDOF (two degree-of-freedom) gyros as a example explains those conclusions.

Keywords: strap-down navigation system; gyro; redundancy configuration; FDI; performance

1 引言

现代飞行器对导航控制系统的可靠性要求越来越高, 系统的可靠性主要取决于系统内各机电设备的故障率。相对于其他部件而言, 捷联惯导系统中的惯性敏感器件, 如陀螺仪和加速度计的可靠性较低。采用冗余配置陀螺仪的捷联惯导系统能够对一定数目的故障陀螺具有容错能力, 从而提高整个导航系统的可靠性。但在设计过程中, 在许多重要的设计参数和相关方案需要进行比较和优化, 例如,

系统陀螺仪的配置数目、配置结构等, 正确地选择这些参数, 不仅可以改善容错导航系统的性能, 更能提高导航系统的可靠性。

2 陀螺配置数目选择

从系统可靠度的角度来说, 陀螺个数多 (即冗余数 m 大) 的方案优于个数少的方案, 但增加陀螺的个数又相应地增加了系统的体积、重量和成本。更重要的是可靠度 R 随冗余数 m 的增长不是线性的。当 m 增加到一定程度后, 可靠度 R 的增长十分有限, 所以并非冗余数 m 愈大愈好^[1]。

[作者简介] 高豫强, 工程师。

[收稿日期] 2006-03-22

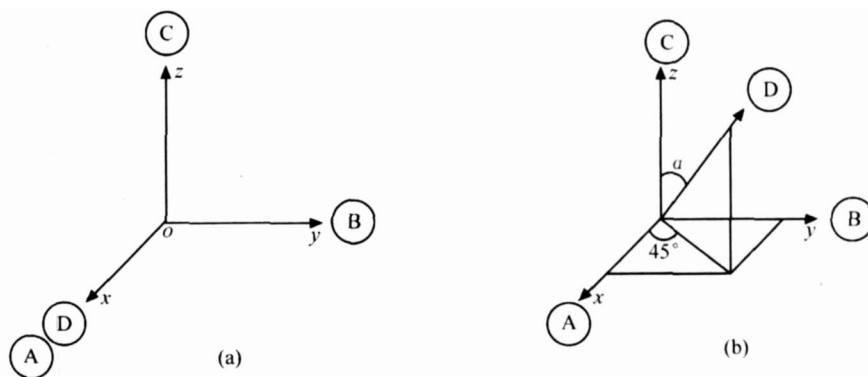


图 1 四个单自由度陀螺的安装方案

从检测和隔离故障的角度来分析, 在 n 维空间中, $(n+1)$ 个陀螺的配置只能检测故障而不能分离故障. 但要使系统具有分离 p 个单个陀螺故障的能力, 则至少需要 $(p+n+1)$ 个陀螺的配置. 而如果需要对两个或两个以上, 同时发生故障的陀螺进行检测及隔离 (两个以上陀螺同时发生故障的含义是当一个陀螺的故障没有完全被隔离的情况下另一个陀螺也发生了故障), 则不能按上述的数目进行配置. 例如在三维空间中的六个单自由度陀螺的配置, 当一个陀螺发生故障, 系统对故障部件隔离之后, 其余五个陀螺的冗余配置结构仍然具有对第二个故障陀螺的检测和分离能力. 但是, 如果在六个单自由度陀螺的冗余配置中, 有两个陀螺同时发生故障, 则系统没有故障分离能力. 一般来说, 在 n 维空间中, 如果需要具有对 k 个陀螺同时发生故障进行故障检测和故障分离能力, 则至少需要 $(2k+n)$ 个陀螺的冗余配置. 例如, 在三维惯性空间中, 如果需要对两个陀螺同时发生故障进行故障检测和隔离 (FDI), 则至少需要七个陀螺的冗余配置^[2].

此外, 最佳配置冗余数目与系统需要的工作时间也有关, 因此实际情况下得根据系统需要的工作时间、可靠度和故障检测能力来确定.

3 陀螺结构配置优化

陀螺仪的冗余结构配置大致有两种: 测量轴的正交配置和斜置式配置. 在陀螺数目相同的情况下, 斜置式配置的冗余系统可获得比正交配置更高的可靠性.

例如, 陀螺数目为 4, 若按图 1(a)所示正交配

置只有 x 轴向有一个冗余陀螺 (图中的 A, B, C, D 代表相应陀螺的测量轴), 也只有这一轴向允许出现一次故障, 如果陀螺 B, C 之一出现故障, 系统就不能正常工作了; 若按如图 1(b)配置的可靠性优于 (a)配置. 对于采用冗余配置陀螺的捷联惯导系统, 主要目的是提高系统的可靠性, 所以冗余陀螺配置通常采用斜置式安装.

3.1 配置结构性能指标

对于给定数目的陀螺均能按照一定的结构进行配置. 如何找到最佳的配置结构是一个优化问题. 在实际的工作中, 往往要综合考虑许多因素. 例如, 在工程上为了加工和安装的方便, 可以预先选定一定的结构 (如锥面均匀分布结构、多面体结构), 这些结构中仍有一些待确定的量 (如锥面角等), 通过确定这些量可使性能指标达到最优. 下面讨论两种重要的性能指标.

3.1.1 系统状态测量性能指标

在冗余配置的捷联惯性导航系统中, 冗余陀螺仪的输出方程为:

$$Z = HX + \varepsilon \quad (1)$$

其中 $X \in R^3$ 是待测的导航状态 (角速度), $Z \in R^n$ 是 n 个陀螺的量测值 ($n \geq 3$); H 是陀螺测量轴的几何矩阵; ε 是零均值的高斯白噪声. Harrison and Gai (1977)^[3]提出了如下的性能指标:

$$F_p = \sqrt{|(H^T H)^{-1}|} \quad (2)$$

如果几何矩阵 H 使得 F_p 取得最小值, 则系统由噪声所引起的导航误差最小, 系统可获得最佳的导航特性. 设 λ_1, λ_2 和 λ_3 为矩阵 $H^T H$ 的特征值, 由于矩阵 $H^T H$ 是对称阵, 即存在正交矩阵 P , 使得

$P(H^T H)P^T = \text{diag}(\lambda_1 \quad \lambda_2 \quad \lambda_3)$. 则 (2) 式可以写成

$$F_p = (\lambda_1 \lambda_2 \lambda_3)^{-\frac{1}{2}} \quad (3)$$

因为矩阵 H 的 n 列是 n 个陀螺测量轴的方向余弦, 则

$$\text{trac}(H^T H) = \lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = n \quad (4)$$

当 $\lambda_i = n/3$, $i = 1 \sim 3$, (3) 式取得最小值, 因此性能指标 F_p 的最小值是

$$\min F_p = \sqrt{\left(\frac{3}{n}\right)^3} \quad (5)$$

3.1.2 系统故障检测性能指标

对于冗余配置的陀螺仪系统, 需要对陀螺仪进行故障检测, 一旦发现故障陀螺, 就需立即隔离, 因为故障的陀螺将会影响导航系统的精度.

假设冗余配置有 n 个陀螺, 其量测方程如 (1) 式所示. 为了检测故障, 奇偶方程应设置成和待测状态量 x 无关, 即要求选择 V 矩阵满足:

$$VH = 0 \quad (6)$$

当陀螺无故障时, 奇偶向量 $p = V\varepsilon$ 仅是噪声的函数. 而当陀螺发生差故障时, 量测方程变为:

$$Z = HX + b_f + \varepsilon \quad (7)$$

其中 b_f 是故障向量, 其对应于失效陀螺的元不为零, 其它元均为零. 这时奇偶向量 $p = Vb_f + V\varepsilon$ 不仅与噪声有关, 还与故障有关. 正是由于奇偶向量在无故障和有故障情况下表现出来的不一致性, 为故障检测提供了基础.

对于陀螺斜置式安装的冗余系统, 比较成熟的检测方法是广义似然比 (GLT) 故障检测方法. 关于这种检测方法, Daly^[4] 等指出在所有陀螺均同等重要的条件下, 只有当 $v_j^T v_j$ (v_j 为 V 矩阵的第 j 列) 彼此相等时, 即:

$$v_j^T v_j = \frac{r}{n} = \frac{n-3}{n}, \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

各个陀螺在发生相同幅值的故障条件下漏检率相同, 此时系统获得最优的故障检测均匀性, 也就是最优检测特性.

文献 [5] 中证明了: 当几何配置矩阵 H 满足 (5) 式, 并且 $VV^T = I$ 时, 则奇偶矩阵 V 满足 (8) 式, 即系统具有最优故障检测特性. 也就是说只要在选择 V 阵时满足 $VV^T = I$, 系统是否具有最优检测特性

取决于几何配置矩阵 H . 文中还指出故障的检测特性越好, 该系统的可靠性就越高.

关于 V 阵的选择, Potter 在文献 [6] 中建议为了简化 GLT 故障检测方法的判决函数, 增加对 V 矩阵的约束: $VV^T = I$, 并建议将 V 矩阵选择为具有正对角元的上三角矩阵, 然后通过正交化运算便可完全确定 V 矩阵. 并且文献 [7] 中证明了: 利用 Potter 等所得到的奇偶矩阵 V 来进行 FDI, 除了能够减少计算量、节省内存外, 对于已确定的冗余系统, 并不影响 GLT 检测的结果, 如果要想提高 GLT 方法的故障检测能力, 关键是需要选择合适的系统结构配置.

综上所述, 当冗余系统的几何配置矩阵 H 满足 (5) 式, 并且 V 矩阵是利用 Potter 算法求得的, 则系统一定具有最优检测特性.

3.2 双自由度陀螺的特殊性能

假设有 n 个双自由度陀螺构成的冗余系统, 此系统有 $2n$ 个测量轴, 记由这 n 个双自由度陀螺转轴和 $2n$ 个测量轴构成的几何矩阵分别为 H_s 和 H , $H_s^T = [h_{1s}, h_{2s}, \dots, h_{ns}]$, $H = [h_{11}, h_{12}, h_{21}, h_{22}, \dots, h_{n1}, h_{n2}]$.

对于任一双自由度陀螺, 其旋转轴与两个测量轴之间相互正交. 当旋转轴方向 h_{is} 与两个测量轴方向 h_{i1}, h_{i2} 均为单位向量时, 3×3 矩阵 $[h_{i1}, h_{i2}, h_{is}]$ ($i = 1, 2, \dots, n$) 构成正交矩阵, 于是有

$$h_{is} h_{is}^T + h_{i1} h_{i1}^T + h_{i2} h_{i2}^T = I_3, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (9)$$

又

$$H_s^T H_s = \sum_{i=1}^n h_{is} h_{is}^T \quad (10)$$

$$H^T H = \sum_{i=1}^n (h_{i1} h_{i1}^T + h_{i2} h_{i2}^T) \quad (11)$$

将 (9) 和 (10) 代入 (11) 式

$$H^T H = nI_3 - H_s^T H_s \quad (12)$$

相应的性能指标 $F_p^{[3]}$ 变为:

$$F_p = \sqrt{|(nI_3 - H_s^T H_s)^{-1}|} \quad (13)$$

(13) 式只是 H_s 的函数. 也即是说 F_p 只与双自由度陀螺的旋转轴方向有关, 而与两个测量轴方向无关.

此外, 从 (12) 式还可以得出如下结论: 对 n 个双自由度陀螺, 若有两种不同的配置其对应的旋转

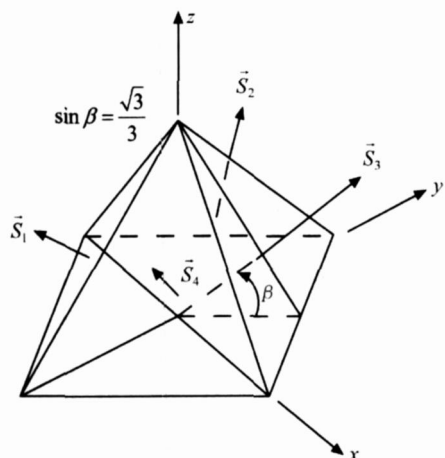


图 2 陀螺半八面体配置方案 1

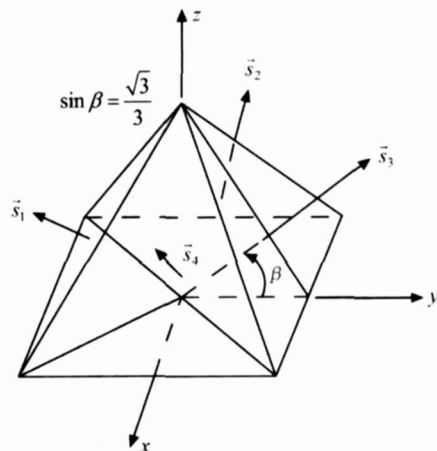


图 3 陀螺半八面体配置方案 2

轴几何矩阵分别是 H_s 和 H'_s , 只要满足 $H_s^T H_s = H_s'^T H'_s$, 则这两种不同配置就可得到相同的性能指标. 所以对于任何一种配置, 要想实现对冗余双自由度陀螺系统的性能指标的优化, 只需要确定双自由度陀螺的旋转轴的方向即可.

4 应用实例

下面以四个双自由度陀螺按半八面体的安装方式为例, 若按图 2 所示配置, 其旋转轴几何矩阵 H_s 和测量轴几何矩阵 H 分别为:

$$H_s^T = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H = \begin{bmatrix} 0.2113 & -0.7887 & 0.5774 \\ -0.7887 & 0.2113 & 0.5774 \\ -0.2113 & -0.7887 & 0.5774 \\ -0.2113 & 0.7887 & 0.5774 \\ 0.7887 & -0.2113 & 0.5774 \\ -0.7887 & -0.2113 & 0.5774 \\ 0.2113 & 0.7887 & 0.5774 \end{bmatrix}$$

若按图 3 所示配置, 则其旋转轴几何矩阵 H'_s 和测量轴几何矩阵 H' 分别为:

$$H_s'^T = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} \sqrt{2} & 0 & -\sqrt{2} & 0 \\ 0 & -\sqrt{2} & 0 & \sqrt{2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$H' = \begin{bmatrix} 0.70711 & -0.40825 & 0.57735 \\ 0.70711 & 0.40825 & -0.57735 \\ 0.40825 & 0.70711 & 0.57735 \\ -0.40825 & 0.70711 & -0.57735 \\ -0.70711 & 0.40825 & 0.57735 \\ -0.70711 & -0.40825 & -0.57735 \\ 0.40825 & -0.70711 & 0.57735 \end{bmatrix}$$

计算得:

$$H_s^T H_s = H_s'^T H'_s = \begin{bmatrix} 1.333 & 0 & 0 \\ 0 & 1.333 & 0 \\ 0 & 0 & 1.333 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$(H^T H)^{-1} = (H'^T H')^{-1} = \begin{bmatrix} 0.375 & 0 & 0 \\ 0 & 0.375 & 0 \\ 0 & 0 & 0.375 \end{bmatrix} \quad (15)$$

将 (15) 式代入 (13) 式, 可得:

$$F_p = \sqrt{(4 - 1.333)^{-3}} = \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^3} \quad (16)$$

将 (13) 式代入 (2) 式, 可得:

$$F_p = \sqrt{0.375^3} = \sqrt{\left(\frac{3}{8}\right)^3} \quad (17)$$

可见 (16)、(17) 式都与 (5) 式相同, 这说明四双自由度陀螺半八面体配置的冗余系统获得最优状态测量性能, 同时也进一步说明了 F_p 是与双自由度陀螺的旋转轴方向有关, 并且两种不同的配置当 $H_s^T H_s$

$= H_s' H_s'$ 时, 它们的状态测量性能是相同的. 为

由 Potter 算法可得相应的 V 矩阵和 V' 矩阵分别

$$V = \begin{bmatrix} 0.79057 & 0 & -0.15811 & 0.43198 & 0.15811 & 0.31623 & -0.15811 & -0.11575 \\ 0 & 0.79057 & -0.11575 & -0.15811 & 0.31623 & 0.15811 & 0.43198 & -0.15811 \\ 0 & 0 & 0.76590 & 0.06528 & -0.08278 & 0.53507 & 0.19585 & 0.27862 \\ 0 & 0 & 0 & 0.63964 & -0.16322 & -0.42451 & 0.58442 & 0.20607 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.68301 & -0.18301 & -0.18301 & 0.68301 \end{bmatrix}$$

$$V' = \begin{bmatrix} 0.79057 & 0 & -0.15811 & -0.43198 & 0.15811 & -0.31623 & -0.15811 & 0.11575 \\ 0 & 0.79057 & 0.11575 & -0.15811 & -0.31623 & 0.15811 & -0.43198 & -0.15811 \\ 0 & 0 & 0.76590 & -0.06528 & -0.08278 & -0.53507 & 0.19585 & -0.27862 \\ 0 & 0 & 0 & 0.63964 & 0.16322 & -0.42451 & -0.58442 & 0.20607 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.68301 & 0.18301 & -0.18301 & -0.68301 \end{bmatrix}$$

将奇偶矩阵 V 代入 (8) 式可得, 对于任意的 $v_j (j = 1, 2, \dots, 8)$ 都有:

$$v_j^T v_j = 0.625$$

同理, 对于任意的 $v_j' (j = 1, 2, \dots, 8)$ 都有:

$$v_j'^T v_j' = 0.625$$

这显然能说明这两种半八面体配置冗余系统具有最优检测特性, 又能与 3.1.2 节得出的结论相吻合.

5 结 论

陀螺的最优配置是在确定了陀螺数目的情况下进行的, 系统状态测量特性和故障检测特性是评价陀螺配置结构优劣的重要性能指标. 当系统的几何配置矩阵满足状态测量特性性能指标为最优时, 系统可获得最佳的导航特性; 当故障的检测特性越好, 系统的可靠性就越高. 如果奇偶矩阵 V 是利用 Potter 算法得到的, 则系统的几何配置矩阵满足最优状态测量条件时, 同时 V 也满足系统最优故障检测特性.

[参 考 文 献]

- [1] 王珍熙. 可靠性·冗余及容错技术 [M]. 北京: 航空工业出版社, 1991.
- [2] Ray A, Desai M. A Redundancy Management Procedure for Fault Detection and Isolation [J]. Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control, 1986, 108 (9): 248 ~ 254.
- [3] Harrison J V, Gai E G. Evaluating Sensor Orientations for Navigation Performance and Failure Detection [J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1977, 11: 631 ~ 643.
- [4] Daly K C, Gai E, Harrison J V. Generalized Likelihood Test for FDI in Redundant Sensor Configurations [J]. Journal of Guidance and Control, 1979, 1: 9 ~ 17.
- [5] 王社伟. 容错导航系统的可靠性分析 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 2000.
- [6] Potter J E, Suman M C. Thresholdless Redundancy Management with Arrays of Skewed Instruments [J]. AGARDograph, 1977.
- [7] 金宏. 导航系统的精度和容错性能的研究 [D]. 北京: 北京航空航天大学, 1998.