

静电陀螺仪 MUM 全姿态读取的原理及其误差分析

郭晋峰, 糜长军, 金志华, 田蔚风

(上海交通大学 导航与控制研究所, 上海 200030)

摘要: 研究了采用同步解调法实现静电陀螺仪质量不平衡调制 (MUM) 全姿态读取的原理, 讨论了影响读取精度的因素, 分析了各电极轴转子位移测量电路比例因子不一致和电极轴不正交造成的读取误差。研究表明, 某轴测量通道 1% 的比例因子偏差将造成约 $17'$ 的读取姿态误差, 电极轴不正交造成的读取误差与不正交的程度约在同一数量级。应用中必须通过建立读取误差补偿模型, 并进行实时补偿来提高 MUM 全姿态读取的精度。

关键词: 静电陀螺仪; 质量不平衡调制; 全姿态读取; 同步解调; 读取误差

中图分类号: U666.1

文献标识码: A

Principle of all-angle mass-unbalanced modulation reading in ESG and its error analysis

GUO Jin-feng, MI Chang-jun, JIN Zhi-hua, TIAN Wei-feng

(Navigation & Control Research Institute, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 20030, China)

Abstract: The paper studied the principle of the all-angle MUM (Mass-Unbalanced Modulation) reading realized through synchronous demodulation, discussed the factors that influenced the reading precision, and analyzed the reading errors resulted from the non-orthogonality of the electrodes-fixed frame and the inconsistent between the scale factors of different measuring channels. The results revealed that 1% deviation of scale factor in a certain axis would result in an angle error of about $17'$, and the reading error caused by the non-orthogonal of the electrodes-fixed frame was at about the same level as the misalignment. In the applications, it's necessary to improve the precision of the MUM's all-angle reading through building up compensation model and compensating the errors in real time.

Key words: ESG; mass-unbalanced modulation; all-angle reading; synchronous demodulation; reading error

0 引言

静电陀螺仪质量不平衡调制 (MUM) 读取方案是美国 Autonetics 公司于 1964 年提出的^[1], 基于该技术研制的捷联式和平台式实心转子静电陀螺仪在美国海军应用已有三十多年。MUM 读取的基本原理是: 在转子赤道面内人为设置微小径向质量偏心, 并使转子转速远高于支承系统带宽, 则陀螺工作时转子自转轴几乎通过其质心, 球心绕自转轴的高速旋转将对转子-电极间电容造成调制, 测量这些电容的变化并进行解算即可得到转子自转轴相对电极壳体的位置。

MUM 读取方案既可实现全姿态读取, 也可实现小角度读取。文献[2]讨论了 MUM 全姿态读取的显式解算方法, 得到的参数是 ψ 和 θ (见图 1)。美国 Autonetics 分公司研制的捷联式微型静电陀螺仪中, 采用同步解调法实现全姿态读取, 得到的参数是转子自转轴在电极坐标系中的方向余弦, 但文献中的叙述十分简略, 本文将对这一方法进行详细讨论。另外,

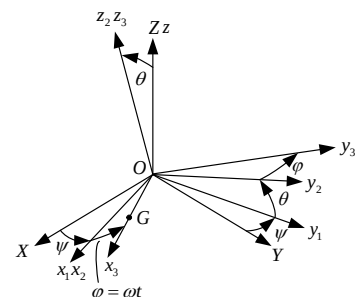


图 1 MUM 全姿态读取的坐标系定义

基金项目: 武器装备预研基金项目 (51409030101JW03, 51409060104JW0307)

收稿日期: 2006-09-10; **修回日期:** 2006-12-06

作者简介: 郭晋峰 (1974—), 男, 上海交通大学博士研究生, 从事惯性技术研究。

电子邮箱: jinfengguo@sina.com.cn

MUM 全姿态读取误差的影响因素十分复杂,本文对三轴转子位移测量电路比例因子不一致和电极轴不正交两种影响因素造成的 MUM 全姿态读取误差进行了分析,并进行了仿真计算。

1 MUM 全姿态信号读取的同步解调法实现

根据 MUM 读取静电陀螺仪中转子的运动情况建立如图 1 所示的坐标系,其中 O 为电极球腔中心; $(OXYZ)$ 为电极坐标系;转子自转轴通过 O 点, $(Ox_2y_2z_2)$ 为莱查坐标系, $(Ox_3y_3z_3)$ 为转子固连坐标系。不失一般性,规定转子几何中心 G 位于轴 Ox_3 上。 ψ 、 θ 、 φ 为表示转子相对于电极坐标系姿态的经典欧拉角。 $\overline{OG}$ 为转子偏摆矢量,也称为 MUM 矢量。沿电极坐标系三轴的转子位移测量电路输出与 $\overline{OG}$ 各分量成比例的电压信号,称为 MUM 信号。这里假设转子没有平移运动,如果在惯性力作用下转子平移不为零,则读取前应先进行高通滤波,将转子位移测量信号中的常值分量滤除,只留下周期分量(即 MUM 信号)。

转子偏摆矢量 $\overline{OG}$ 在电极坐标系中可表示为^[2]

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = C_{x3}^x \begin{bmatrix} \overline{OG} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = |\overline{OG}| \cos \omega t \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix} + |\overline{OG}| \sin \omega t \begin{bmatrix} -\cos \theta \sin \psi \\ \cos \theta \cos \psi \\ \sin \theta \end{bmatrix} \quad (1)$$

其中,矢量 $\vec{i}_2 = [\cos \psi \quad \sin \psi \quad 0]^T$ 、 $\vec{j}_2 = [-\cos \theta \sin \psi \quad \cos \theta \cos \psi \quad \sin \theta]^T$ 实际上是莱查坐标系 Ox_2 和 Oy_2 轴的单位矢量。可见,如果能得到 $\vec{i}_2$ 、 $\vec{j}_2$, 则通过计算 $\vec{i}_2 \times \vec{j}_2 = \vec{k}_2$, $\vec{k}_2$ 各分量即转子自转轴在电极坐标系中的方向余弦。

实际解算用的是 MUM 信号,假设三轴转子位移检测电路的电压放大倍数分别为 $A_i (i = X, Y, Z)$, 则 MUM 信号矢量可表示为:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x x \\ A_y y \\ A_z z \end{bmatrix} = |\overline{OG}| \cos \omega t \begin{bmatrix} A_x \cos \psi \\ A_y \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix} + |\overline{OG}| \sin \omega t \begin{bmatrix} -A_x \cos \theta \sin \psi \\ A_y \cos \theta \cos \psi \\ A_z \sin \theta \end{bmatrix} \quad (2)$$

进行读取时,首先由 Z 轴 MUM 信号 M_z 生成两个相互正交的解调参考信号: $R_s = A_z \sin \omega t$, $R_c = A_z \cos \omega t$ 。用 R_c 和 R_s 分别乘 MUM 信号矢量,并滤除 ω 的二倍频分量,分别得到:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_x \\ I_y \\ I_z \end{bmatrix} = \frac{A_z |\overline{OG}|}{2} \begin{bmatrix} A_x \cos \psi \\ A_y \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{J} = \begin{bmatrix} J_x \\ J_y \\ J_z \end{bmatrix} = \frac{A_z |\overline{OG}|}{2} \begin{bmatrix} -A_x \cos \theta \sin \psi \\ A_y \cos \theta \cos \psi \\ A_z \sin \theta \end{bmatrix} \quad (3)$$

计算 $\mathbf{I}$ 与 $\mathbf{J}$ 的向量积得:

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} = \mathbf{I} \times \mathbf{J} = \frac{A_z A_c |\overline{OG}|^2}{4} \begin{bmatrix} A_z A_y \sin \theta \sin \psi \\ -A_z A_x \sin \theta \cos \psi \\ A_y A_x \cos \theta \end{bmatrix} \quad (4)$$

若设转子自转轴在电极坐标系中的方向余弦为 (a, b, c) , 则有:

$$\cos \theta = c, \quad \sin \theta = \sqrt{1 - c^2}, \quad \sin \psi = \frac{a}{\sqrt{1 - c^2}}, \quad \cos \psi = \frac{-b}{\sqrt{1 - c^2}} \quad (5)$$

将上式代入式(4)可得:

$$\mathbf{K} = \frac{A_z A_c |\overline{OG}|^2}{4} [A_z A_y a \quad A_z A_x b \quad A_y A_x c]^T \quad (6)$$

用 X 或 Y 轴 MUM 信号生成参考信号并进行解算得到的结果与式(6)所示相同。

转子自转轴在电极坐标系中的方向余弦矢量可由下式得到:

$$\hat{a} = \frac{K_x}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}}, \quad \hat{b} = \frac{K_y}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}}, \quad \hat{c} = \frac{K_z}{\sqrt{K_x^2 + K_y^2 + K_z^2}} \quad (7)$$

其中,符号“ $\wedge$ ”表示是计算值,以与真实值 (a, b, c) 相区别。读取误差角的大小可由下式算出:

$$E = \sqrt{(\hat{a} - a)^2 + (\hat{b} - b)^2 + (\hat{c} - c)^2} \quad (8)$$

由式(6)和(7)可见, 当 $A_x = A_y = A_z$ 时读取误差为零, 即有 $\hat{a} = a, \hat{b} = b, \hat{c} = c$ 。但是实际应用中 $A_i (i = X, Y, Z)$ 不可能完全一致, 因此读取误差不可避免。另外由式(6)还可看到, 解调参考信号的幅度 (A_s 和 A_c) 不会造成读取误差。

当转子自转轴在 Z 轴附近时, $c \approx 1$, a 、 b 很小但变化率最大, 这就是同步解调法用于 MUM 小角度读取时的情况。小角度读取时, 转子位移测量系数 $A_i (i = X, Y, Z)$ 的一致性并不重要, 因为这时只需要判断式(6)中 K_x 和 K_y 是否为零。

2 MUM 全姿态读取的误差因素^[3]

影响全姿态读取精度的误差因素主要有: 三个转子位移测量通道的不一致性、电极轴的位置误差、转子位移测量的非线性、转子和电极的非球形、转子的位移、转子表面粗糙度、电极面积误差和电极形状误差等。未经补偿的 MUM 全姿态读取精度较低, 所以应用中必须建立完善的读取误差模型, 并对读取误差进行实时补偿。根据美国 Autonetics 公司的研制经验, 全姿态读取的校准剩余误差为 0.055 毫弧度/轴 (11.33 角秒/轴)^[4], 可以满足中等精度惯导系统的需要。

3 测量通道比例因子不一致和电极轴不正交造成的读取误差分析

在静电陀螺仪中, 各轴转子位移测量电路的一致性和电极轴正交度通常存在误差。采用装配式电极结构时, 由加工和装配误差造成的电极轴非正交较为严重。本文将对测量通道比例因子不一致和电极轴不正交两种误差因素对 MUM 全姿态读取精度的影响进行分析。

如图 2 所示, 以壳体中心 O 为原点建立理想电极坐标系 ($OUVW$), 使 W 轴与实际电极坐标系 ($OXYZ$) 的 Z 轴重合, 且实际电极坐标系的 X 轴位于平面 UOW 内。实际电极坐标系各轴在理想电极坐标系中的方向余弦分别为 $(a_x, 0, c_x)$ 、 (a_y, b_y, c_y) 、 $(0, 0, 1)$ 。设转子位移

在理想电极坐标系 ($OUVW$) 中的分量为 $[u, v, w]$, 其表达式与式(1)相同, 只是将其中的

$[x, y, z]$ 换成 $[u, v, w]$, 则转子位移在实际电极坐标系 ($OXYZ$) 中的表示为:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_x u + c_x w \\ a_y u + b_y v + c_y w \\ w \end{bmatrix} \quad (9)$$

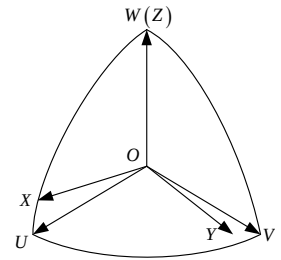


图 2 理想电极坐标系与实际电极坐标系

在实际电极坐标系中检测到的 MUM 信号为:

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x x \\ A_y y \\ A_z z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x [a_x (\cos \omega t \cos \psi - \sin \omega t \cos \theta \sin \psi) + c_x \sin \omega t \sin \theta] \\ A_y [\cos \omega t \cos \psi - \sin \omega t \cos \theta \sin \psi] + b_y (\cos \omega t \sin \psi + \sin \omega t \cos \theta \cos \psi) + c_y \sin \omega t \sin \theta \\ A_z \sin \omega t \sin \theta \end{bmatrix} \quad (10)$$

进行 MUM 读取时, 首先由信号 M_z 生成解调参考信号 R_s 和 R_c , 然后按本文第 1 节中所述步骤对式 (10) 所示的 MUM 信号进行同步解调得到

$$\mathbf{K} = \begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} = \frac{A_c A_s |\overline{OG}|^2}{4} \begin{bmatrix} A_y A_z (a_y \cos \psi + b_y \sin \psi) \sin \theta \\ -A_x A_z a_x \cos \psi \sin \theta \\ \begin{bmatrix} -A_y A_x (a_y \cos \psi + b_y \sin \psi) (-a_x \cos \theta \sin \psi + c_x \sin \theta) \\ +A_x A_y a_x \cos \psi (-a_y \cos \theta \sin \psi + b_y \cos \theta \cos \psi + c_y \sin \theta) \end{bmatrix} \end{bmatrix} \quad (11)$$

将式(5)代入上式可得:

$$\begin{bmatrix} K_x \\ K_y \\ K_z \end{bmatrix} = \frac{A_c A_s |\overline{OG}|^2}{4} \begin{bmatrix} A_y A_z (ab_y - ba_y) \\ A_x A_z ba_x \\ A_x A_y (a_x b_y c + a_y bc_x - ab_y c_x - a_x bc_y) \end{bmatrix} \quad (12)$$

其中, 参数 $A_i (i = X, Y, Z)$ 反映了三轴转子位移测量电路的放大倍数不一致对全姿态读取的影响, a_X 、 c_X 、 a_Y 、 b_Y 、 c_Y 反映了电极轴不正交对全姿态读取的影响。

4 仿真

为了了解上述误差因素对 MUM 全姿态读取精度的影响程度, 下面就测量电路不对称和电极轴不正交两种情况分别进行仿真计算。不失一般性, 设式 (12) 中 $A_i A_j |\overline{OG}|^2 / 4 = 1$ 。理想电极坐标系中的方位用余纬角 θ 和方位角 ϕ 表示 (如图 3 所示)。

图 4 为 $A_X = A_Y = 1, A_Z = 0.99$, 且电极坐标系 (XYZ) 与理想电极坐标系重合时 MUM 全姿态读取的误差。其中图 4 (1) ~ (3) 分别为真实方向余弦与读取方向余弦各分量之差 $a - \hat{a}$ 、 $b - \hat{b}$ 、 $c - \hat{c}$ 在全球面上的分布情况, 图 4 (4) 为读取方向余弦与真实方向余弦之间误差角在全球面上的分布情况。由图中可见这些量随着转子自转轴角位置的不同而呈周期变化。误差角的最大值约为 5×10^{-3} arc (约 $17'$)。

图 5 为当 $A_X = A_Y = A_Z = 1, a_X = \cos(1')$, $b_X = 0, c_X = \sin(1')$, 电极轴 Y 、 Z 与理想电极坐标系的 V 、 W 轴重合时, 读取误差在全球面上的分布情况。图 5 (1) ~ (4) 的含义与图 4 中相同。误差角的最大值约为 3×10^{-4} arc (约 $1'$)。

由上述仿真结果可见, 三轴测量电路比例因子不一致对读取精度的影响较大, 某轴 1% 的比例因子误差即可造成约 $17'$ 的读取误差; 电极轴不正交对读取精度的影响较小 (与不对准的程度在同一量级)。需要指出的是, 实际读取误差是多种因素共同作用的结果, 因此有可能比上述仿真结果大。

5 结论

MUM 全姿态和小角度读取都能采用同步解调法实现。能够进行全姿态读取是 MUM 读取方法的一大优点, 但是同其它非平衡式测量一样, MUM 全姿态读取的精度较低。本文在研究 MUM 全姿态读取的同步解调法实现基础上, 对三轴转子位移测量电路比例因子不一致和电极轴不正交造成的 MUM 全姿态读取误差进行了研究, 研究表明, 三轴转子位移测量电路比例因子不一致对读取精度的影响较大, 而电极轴不正交对读取精度的影响与其偏离标称位置的程度在同一量级。实际应用中, 由于 MUM 全姿态读取误差是多种因素共同作用的结果, 所以读取误差的情况更为复杂, 必须通过建立误差补偿模型来提高 MUM 全姿态读取的精度。

参考文献:

- [1] Pondrom W L. Electrostatically suspended gyroscope[J]. IEEE Transactins on Aerospace and Electronics System, 1984, AES-20(4).
- [2] 刘延柱. 静电陀螺仪动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1979.
- [3] 李渊涛. 静电陀螺漂移测试及转子质量不平衡信号器[D]. 清华大学学位论文, 2001.

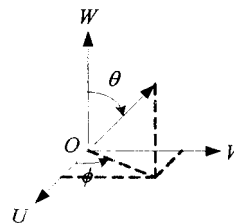


图 3 电极坐标系中方位的定义

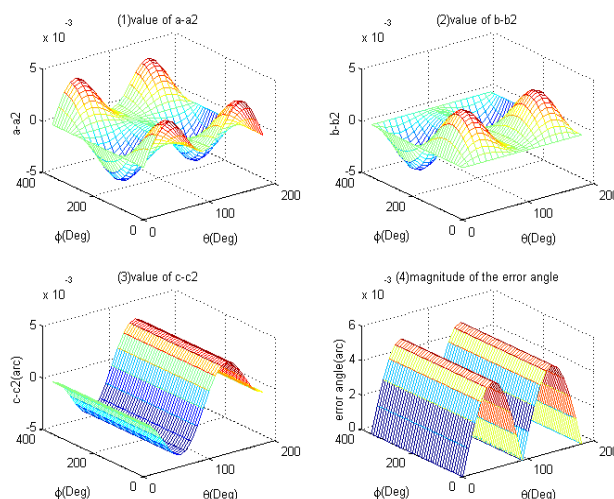


图 4 Z 轴测量通道放大倍数误差造成的读取误差

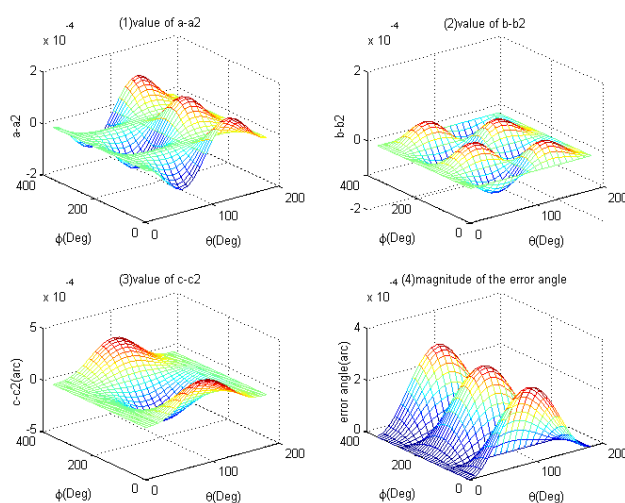


图 5 电极坐标系 X 轴不对准造成的读取误差