

1-4 厚透鏡系統

大多數之折射問題中都有一個以上之折射面，光由空氣進入玻璃再進入空氣，顯微鏡、望遠鏡、照相機等常有兩個以上之折射面。相對於忽略厚度的薄透鏡來說，真實透鏡是指將透鏡厚度也考慮進去的透鏡，也就是所謂的厚透鏡。

1-4.1 厚透鏡 (Thick lens)

公式 $\frac{n}{o} + \frac{n'}{i_1} = \frac{n}{f_1} = \frac{n'}{f_1'} = \frac{n'-n}{r_1}$ 中，厚透鏡厚度為 t ，由於 $o_2 = i_1 - t$ ，

將 o_2 代入，可得

$$\frac{n'}{-o_2} + \frac{n''}{i_2} = \frac{n'}{f_2} = \frac{n''}{f_2'} = \frac{n''-n'}{r_2} \quad (1-4.1)$$

例如有一個無窮遠的物點，經過厚透鏡後的成像位置，此厚透鏡的曲率半徑分別為 $r_1=12.79\text{mm}$ 、 $r_2=-12.79\text{mm}$ ，厚度 $t=1.87\text{mm}$ ，折射率 $n'=1.77$ ，並將此透鏡放置在 n 與 n'' 皆為 1.0 的環境中。

$$\text{由於 } P = \frac{n'-n}{r} = \frac{n}{f} = \frac{n'}{f'} ,$$

$$\text{對第一球面而言， } P_1 = \frac{1.77-1}{12.79} = \frac{1}{f_1} = \frac{1.77}{f_1'} = 0.06 \text{ (mm}^{-1}\text{)},$$

可得 $f_1=16.6\text{mm}$ 、 $f_1'=29.5\text{mm}$ ，而 $o=\infty$ 所以 $\frac{1}{\infty} + \frac{1.77}{i_1} = 0.06$ ，

可得 $i_1=29.5\text{mm}$ ，物經第一球面後成像於球面右邊 29.5mm 處，

$$\text{對第二球面而言， } P_2 = \frac{1-1.77}{-12.79} = \frac{1.77}{f_2} = \frac{1}{f_2'} = 0.06 \text{ (mm}^{-1}\text{)},$$

可得 $f_2=29.5\text{mm}$ ， $f_2'=16.6\text{mm}$ ，而 $o_2=1.87 - i_1=1.87 - 29.5$

$= -27.63\text{mm}$ ，帶入 $\frac{1.77}{-27.63} + \frac{1.0}{i} = 0.06$ ，可得 $i=8.1\text{mm}$ ，無限遠的物

點，經厚透鏡折射後，成像位置在第二球面的右邊 8.1mm 處。

1-4.2 主光點

在厚透鏡中，我們定義了兩個主光點的位置，用符號 H 及 H' 表示之，通過主光點和光軸垂直的面稱為主光面。

平行於光軸的光線射置厚透鏡，遇到第二主平面時會以折向第二焦點的方向前進，而經過第一焦點的入射光線在碰到第一主平面後會以平行於光軸的方向前進。主平面在系統中的位置會因透鏡形狀、厚度、材料等不同而改變。

主平面在透鏡中佔有非常重要的地位。原因是兩個主平面恰巧是一對具有物像關係的共軛面。

但是一個透鏡的主平面到底在系統的那個位置上，它們和頂點的關係如何，厚透鏡系統的曲光率又如何呢。

1-4.3 厚透鏡公式 ^[4]

利用一平行射入厚透鏡的光線軌跡，來求出一些相關的物理量。

圖 1-10 三角形 $\triangle T_1A_1F_{12}$ 和三角形 $\triangle T_2A_2F_{12}$ 是兩個相似三角形，可以寫出下面的關係式

$$\frac{\overline{T_1A_1}}{\overline{A_1F_{12}}} = \frac{\overline{T_2A_2}}{\overline{A_2F_{12}}}。 \quad (1-4.2)$$

令 $\overline{T_1A_1} = h$ ， $\overline{T_2A_2} = j$ ，而 $\overline{A_1F_{12}}$ 是第一個面的第二焦距長 f_{12} ，代入上式可得

$$\frac{h}{f_{12}} = \frac{j}{f_{12} - d}, \quad (1-4.3)$$

其中 d 為鏡片的厚度，三角形 $\triangle N_2 H_2 F_{22}$ 和三角形 $\triangle T_2 A_2 F_{22}$ 是兩個相似

三角形，可以寫出下面的關係

$$\frac{\overline{N_2 H_2}}{\overline{H_2 F_{22}}} = \frac{\overline{T_2 A_2}}{\overline{A_2 F_{22}}}. \quad (1-4.4)$$

$$\frac{h}{f_{22}} = \frac{j}{f_{22} - \overline{H_2 A_2}}. \quad (1-4.5)$$

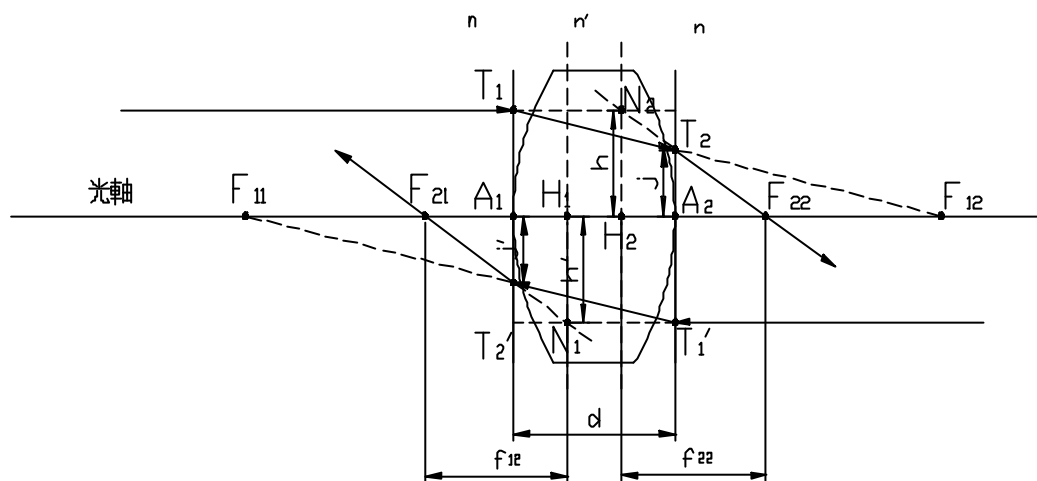


圖 1-10 厚透鏡系統

比較 (1-4.4) 式與 (1-4.5) 式可得

$$\begin{aligned} \frac{f_{12}}{f_{12} - d} &= \frac{f_{22}}{f_{22} - \overline{H_2 A_2}}, \\ f_{22} - \overline{H_2 A_2} &= \frac{f_{22} f_{12} - f_{22} d}{f_{12}}, \\ \overline{H_2 A_2} &= f_{22} \frac{d}{f_{12}}, \\ \overline{A_2 H_2} &= - f_{22} \frac{d}{f_{12}}. \end{aligned} \quad (1-4.6)$$

因為

$$\overline{A_2 F_{22}} = f_{22} - \overline{H_2 A_2},$$

所以

$$\overline{A_2 F_{22}} = f_{22} \left(1 - \frac{d}{f_{12}} \right) \quad (1-4.7)$$

圖 1-10 我們再利用另一條經過焦點的光線軌跡，可求出其他相關物理量之間的關係

因為

$$\Delta T_1' A_2 F_{11} \quad \Delta T_2' A_1 F_{11} \text{ 和 } \Delta N_1 H_1 F_{12} \quad \Delta T_2' A_1 F_{12} ,$$

所以

$$\frac{h'}{f_{11}} = \frac{j'}{f_{11} - d} , \quad (1-4.8)$$

$$\frac{h'}{f_{12}} = \frac{j'}{f_{22} - \overline{A_1 H_1}} . \quad (1-4.9)$$

比較 (1-4.8) 與 (1-4.9) 可得

$$\frac{f_{11}}{f_{11} - d} = \frac{f_{12}}{f_{22} - \overline{A_1 H_1}} ,$$

$$\overline{A_1 H_1} = f_{12} \frac{d}{f_{11}} . \quad (1-4.10)$$

因為 $\overline{F_{12} A_1} = f_{12} - \overline{A_1 H_1} ,$

$$\text{所以 } \overline{A_1 F_{12}} = - f_{12} \left(1 - \frac{d}{f_{11}} \right) . \quad (1-4.11)$$

上列各式分別以 A_1 、 A_2 為參考點，用來計算頂點到主光點或焦點的距離，若公式計算的結果為正值，這表示主光點或焦點的位置在參考點的右邊，若計算的結果為負值，這表示主光點或焦點的位置在參考點的左邊了，至於透鏡曲光率的計算，我們可利用第二個面的成像關係式來求得。

對圖 1-10 中的平行光來說，經過第一面後，使無限遠處的物點

成像在第一個面的第二焦點上 F_{12} ，但對於第二個面來說， F_{12} 相當於一個虛物點，所成的像在 F_{22} 位置上，所以

物距： $-(f_{12} - d)$ ，

像距： $f_{22} - \overline{H_2A_2} = f_{22} - f_{22} \frac{d}{f_{12}}$ ，

帶入成像公式

$$\frac{n'}{-(f_{12}-d)} + \frac{n''}{f_{22}-\frac{d}{f_{12}}} = \frac{n'}{f_{12}} = \frac{n''}{f_{22}}。 \quad (1-4.12)$$

上式可重新整理為

$$\frac{n''}{f_{22}} = \frac{n'}{f_{12}} + \frac{n''}{f_{22}} - \frac{n''d}{f_{12}f_{22}}。 \quad (1-4.13)$$

在 (1-4.13) 中，我們可將焦距的倒數用曲光率來表示

$$P_1 = \frac{n}{f_{11}} = \frac{n'}{f_{12}}，$$

$$P_2 = \frac{n'}{f_{21}} = \frac{n''}{f_{22}}，$$

$$P = \frac{n}{f} = \frac{n''}{f''}，$$

P_1 ， P_2 ， P 分別表示第一個面，第二個面和厚透鏡的曲光率，故

$$P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 \frac{d}{n'}。 \quad (1-4.14)$$