

用 Hartmann-Shack 传感器测量 激光束的波前相位

鲜浩 李华贵[✓] 姜文汉 吴旭斌

(中国科学院光电技术研究所, 成都, 610209)

TP212

TN247

摘要 Hartmann-Shack 传感器已经用于自适应光学系统。它可以同时探测出一束光的振幅和相位信息。通过一个位置传感器, 比如 CCD, 它就可以成为一种对光学系统和光束的静态和动态质量诊断的有力工具。从 H-S 波前传感器的输出(波前斜率和近场强度分布), 就可以推算出远场特点, 如 PSF 和 OTF。本文将介绍波前重构的理论分析和远场特征评估。同时也给出了光束质量的静态和动态的测量结果。

主题词 波前探测器, 自适应光学系统, 波前再现, 光束质量。

激光束 Measurement of the Wavefront Phase of a

Laser Beam with Hartmann-Shack Sensor

Xian Hao, Li Huagui, Jiang Wenhan, Wu Xubin

(Institute of Optics & Electronics, Chinese
Academy of Sciences, Chengdu, 610209)

Abstract Hartmann-Shack wavefront sensor is used in adaptive optical system. It can detect the phase and amplitude informations of a light beam simultaneously. By using a position sensor such as CCD, it becomes a powerful tool of static and dynamic quality diagnosis for optical system and light beam. From the output of H-S wavefront sensor (wavefront slope and intensity distribution of near field), the far field parameters such as PSF and OTF can be deduced. In this paper a theoretical analysis of wavefront reconstruction and far field parameter estimation are presented. Some results of static and dynamic measurement of the beam quality are given.

Subject terms Wave-front sensors, Adaptive optical systems, Wave-front restoration, Light beam quality.

• 国家高技术研究计划资助项目, 1994 年(国际)中国青年学者光学应用技术学术讨论会交流论文。

鲜浩, 男, 1969 年 8 月生, 1990 年毕业于北京理工大学工程光学系光学仪器与检测技术专业。研究实习员, 从事自适应光学系统波前探测器的研制开发工作及光学仪器的设计, 曾参加“37 单元自适应光学系统”研制和实验工作。

收稿日期: 1994-06-20

引言

本文讨论了 H-S 波前传感器的原理。通过一个位置和强度传感器,如 CCD,就可以测出静态或动态光学系统或光束的质量。H-S 波前传感器的输出包括两个部分:一个是波前斜率,另一个是光束的近场强度分布。近场的波前相位可由斜率信息通过 Zernike 多项式^[1,2]和 SVD 分解^[3,4]重构出来。而远场的强度分布评估可由这两个信息(斜率和近场强度分布)通过二维傅立叶变换(FFT)获得,所以远场的特点,比如 PSF 和 OTF 也可由此获得。

我们建立了一套 H-S 波前传感器的实验装置,靠此装置我们对光学系统和激光束的静态和动态质量进行了测量,给出了一些测试结果。

1 工作原理

目前对于光波的波前相位有很多种测量方法,既可以直接测量,也可以通过测波前的斜率而求出波前相位,甚至通过测波前的曲率来求出波前相位。

比较常用的直接测量相位的仪器有斐索(Fizeau)干涉仪,泰曼(Tyman-Green)干涉仪,马赫(Mach-Zehnder)干涉仪。这三种方法测量得到的干涉图是被测波面误差的直接反应,比较形象直观和容易理解。但是这种方法需要一束与被测光相干的标准平面光,这在实际测量中,尤其是对激光光束质量进行诊断时是难以作到的。通过测量波前斜率来重构波前的方法有两种,一种是剪切干涉法,即将误差光本身作一简单的变换后(如平移、放大收缩、旋转或翻转等)与误差光本身干涉,这样就可以避开标准平面波而定量地算出波前相位。用剪切干涉仪测量波面误差变化的斜率,比较常用的是横向剪切干涉仪,如用剪切板或旋转光栅,但是这种方法存在的主要问题是需要在两套系统在正交方向上分别测量斜率,光能利用率低和测量噪声比较大,而且这种方法只能探测连续光波的波前,因此这种方法也不太令人满意。另一种方法就是我们以下所说的哈特曼法,这种方法既避开了测量时的标准光,一套系统可同时测量两个正交方向上的斜率也充分利用了光能,同时还具有结构简单、紧凑、可以在连续光和重复率脉冲光两种体制下工作的优点。

Hartmann-Shack 波前传感器基于经典的 Hartmann 方法, H-S 传感器的原理如图 3 所



图 1 干涉法直接测量波前相位

Fig. 1 Directly measure the wavefront phase with interferometry



图 2 剪切干涉法测量波前相位

Fig. 2 Measurement of wavefront phase with shearing interferometry

示。它主要靠透镜阵列取波前信息,每个子透镜定义了一个子孔径区域,可以采得一个波前信息。波面被许多方形区域分割,每个区域的光被透镜阵列各自聚焦在自己的焦点上,每个子光斑的中心坐标靠 CCD 和计算机来定义。

图 4 显示了在一次实验中的一个 16×16 的 H-S 透镜阵列的焦点图。用一个 512×512 的可见光波段的 CCD 探测各个焦点以计算各子孔径的中心。象斑的分布范围必须与 CCD 探测器的靶面大小相匹配。

2 斜率测量

分割镜的作用是使光瞳面上不同子孔径的光成象在 CCD 靶面的不同位置上,以避免相邻两个子孔径所产生的邻近象点的重叠。这样每个子孔径在象面上都对应着一块专用的成象面积。光源成象在这块面积上,其象点偏差定义为其重心偏差。

求重心算法须对每一成象面积计算象素信号重心的两个坐标位置:

$$\begin{aligned} x_c &= \frac{\sum x_i I_i}{\sum I_i} \\ &= \frac{\lambda f}{2\pi} \frac{1}{S} \iint \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial x} dx dy \\ &= \frac{\lambda f}{2\pi} G_x \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} y_c &= \frac{\sum y_i I_i}{\sum I_i} \\ &= \frac{\lambda f}{2\pi} \frac{1}{S} \iint \frac{\partial \phi(x, y)}{\partial y} dx dy \\ &= \frac{\lambda f}{2\pi} G_y \end{aligned} \quad (2)$$

其中 I_i 是象素 i 接收到的信号, x_i, y_i 是第 i 个象素的 x 坐标和 y 坐标。 (x_c, y_c) 为光斑质心坐标, (G_x, G_y) 为波前平均斜率, S 为子孔径面积。

3 波前重构

测定 N 个子孔径上的 $2N$ 个平均斜率后,需要进行波前重构。波前重构的方法主要有两种,即区域法和模式法。由于模式法波前重构在象差分析和模式控制方面优于区域法,所以我

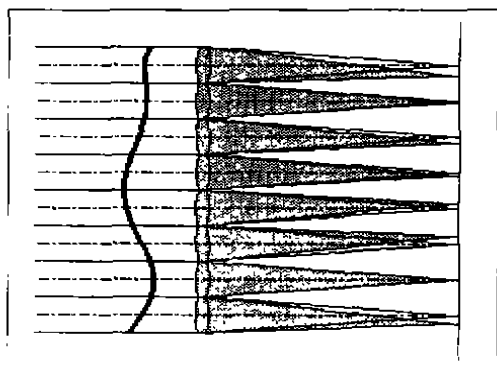


图 3 哈特曼法的原理

Fig. 3 The principle of Hartmann method

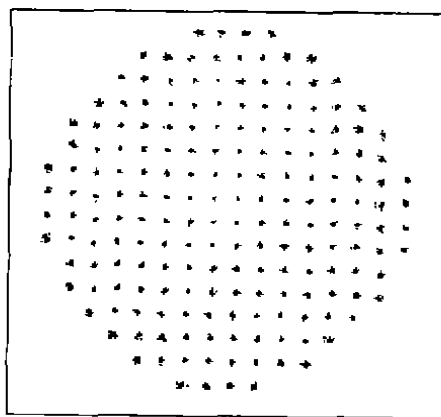


图 4 实测的 16×16 的 Hartmann 光点

Fig. 4 Practically measured 16×16 Hartmann light spots

们在用哈特曼探测器探测波前时用模式法复原波前,波前相位用 Zernike 正交函数来逼近:

$$\phi(x, y) = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k Z_k(x, y) + \varepsilon \quad (3)$$

由于哈特曼传感器输出的是各个子光斑在 x, y 方向上相对于标准光的偏移量,即在采样点 (x, y) 处的波前斜率,而波前斜率又可以用 Zernike 函数的偏导数来表示,于是在采样点处满足的测量方程为:

$$G_x(x, y)_i = \sum_{k=1}^n a_k \frac{\partial Z_k(x, y)_i}{\partial x} + \varepsilon_x \quad (4)$$

$$G_y(x, y)_i = \sum_{k=1}^n a_k \frac{\partial Z_k(x, y)_i}{\partial y} + \varepsilon_y \quad (5)$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, m$$

$(x, y)_i$ 为第 i 个采样点坐标(已按光瞳半径归一化),而 $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ 为测量误差, m 为采样个数, n 为模式阶数。

由于传感器不可能测出理想点位置上的斜率值,实际测得的数值是子孔径内的平均斜率,定义 S_i 为子孔径的归一化面积,修改上式:

$$G_x(i) = \sum_{k=1}^n a_k \frac{\iint_{S_i} \frac{\partial Z_k(x, y)_i}{\partial x} dx dy}{S_i} + \varepsilon_x = \sum_{k=1}^n a_k Z_{xk}(i) + \varepsilon_x \quad (6)$$

$$G_y(i) = \sum_{k=1}^n a_k \frac{\iint_{S_i} \frac{\partial Z_k(x, y)_i}{\partial y} dx dy}{S_i} + \varepsilon_y = \sum_{k=1}^n a_k Z_{yk}(i) + \varepsilon_y \quad (7)$$

用矩阵表示:

$$\begin{bmatrix} G_x(1) \\ G_y(1) \\ G_x(2) \\ G_y(2) \\ \dots \\ G_x(m) \\ G_y(m) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{x1}(1) & Z_{x2}(1) & \dots & Z_{xn}(1) \\ Z_{y1}(1) & Z_{y2}(1) & \dots & Z_{yn}(1) \\ Z_{x1}(2) & Z_{x2}(2) & \dots & Z_{xn}(2) \\ Z_{y1}(2) & Z_{y2}(2) & \dots & Z_{yn}(2) \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ Z_{x1}(m) & Z_{x2}(m) & \dots & Z_{xn}(m) \\ Z_{y1}(m) & Z_{y2}(m) & \dots & Z_{yn}(m) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \dots \\ a_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \varepsilon_4 \\ \dots \\ \varepsilon_{2m-1} \\ \varepsilon_{2m} \end{bmatrix} \quad (8)$$

记成:

$$G = DA + \varepsilon \quad (9)$$

由于 Zernike 函数偏导数的不完全正交性以及有限的采样点上函数的非正交性,都有可能使矩阵 D 的秩不完备,且方程的条件数也不一样。对于任意的 $2m$ 和 n ,上述方程的最小二乘解可用广义逆 D^+ 表示:

$$A = D^+ G + (I - D^+ D)Y \quad (10)$$

Y 是任意向量,当 $Y=0$ 时方程在最小二乘 $\|D^+ D - A\| = \min$ 和最小范数 $\|A\| = \min$ 意义下的解为:

$$A = D^+ G \quad (11)$$

这样,只要求出 D 的逆矩阵 D^+ ,即可以求出 Zernike 系数 a_k ,令 $a_0=0$,便可算出波前相位。

计算 D 的逆矩阵 D^+ 的方法通常有普通最小二乘法、Gram-Schmidt 正交化法和奇异值分解法三种。其中奇异值分解法是一种数值稳定性相当好的算法, 不管矩阵条件数如何, 用奇异值分解方法得到的广义逆求解方程, 在最小二乘最小范数意义下都能得到稳定解。

D^+ 是 D 通过 SVD 方法得到的广义逆, 波前重构的误差为:

$$\sigma_s = \sigma_s \sqrt{\sum_{k=1}^n \frac{1}{\lambda_k}} = \sigma_s \sqrt{\sum_{k=1}^n a_k k^{-2}}$$

其中 σ_s 为斜率测量的均方根误差, a_k 是矩阵 D 的奇异值。

4 特性指标分析

由于在 Zernike 多项式的情况下, 导数不是正交函数, 象差交叉耦合会在此情况下出现。而且对于展开式中的多项式, 其数目必定有限, 所以我们用最小二乘最小范数求解的 Zernike 系数所反映的波前只是实际波前的最佳估计, 而不是实际波前。因此, 用 Zernike 方法计算的波前相位从算法上看就存在着重构误差。误差的另一个来源是测量误差, 即 CCD 相机的阈值设置的高低、信标光的强弱、A/D 转换的位数以及背景光的强弱等都将影响到重心测量的准确性。由此可见, 误差的来源有两个, 即算法误差和探测误差。我们可从这两方面来分析一下哈特曼探测器的重构精度以及如何减少误差。

当存在着背景杂光时, 成象中强的背景会降低计算偏差, 重心为细节象移动的中心和具有恒定背景值的中心。为获得细节处的重心, 减少背景杂光的干扰, 须在象素信号上运用一个阈值。但是, 如果阈值设置过高, 将会丢失太多的信息, 这样也会导致重心的计算误差, 所以应该设置一个合适的阈值。另外我们在实验中也发现, 对于一个较弱的扰动, 如果信标光光强较弱时探测的重心变化却比较大。因此, 信标光的光强不能太弱, 而且也应该比较稳定。

由于 Zernike 偏导函数的不完全正交性以及有限的斜率采样点, 当 n 阶数增大时, 都将使 D 矩阵的秩不完备, 导致模式象差间的耦合。输入由 N_f 阶模式系数组成的象差, 计算出每个子孔径内的平均波前斜率, 选取不同的模式阶数 N_s 进行最小二乘最小范数波前重构。当 $N_s < N_f$, 即重构模式阶数少于实际模式阶数时, 模式象差之间出现耦合, 某些高阶模式象差被解释成低阶的模式象差; 当 $N_s = N_f$ 时, 这种耦合现象消失; 当 $N_s > N_f$ 时, 矩阵 D 中增加了某些列与前面的某些列线性相关, 重构得出的象差出现混淆, 低阶模式的象差被解释成高阶模式的象差, 大于 N_f 阶的象差原本为零, 但重构结果并不完全为零。

N_f 阶模式象差的波前斜率表示为: $G_f = D_f A_f$, 若用 N_s 阶模式象差重构波前误差, 则重构的模式系数为:

$$A_s = D_s^+ G_f = (D_s^+ + D_f) A_f = C_{s,f} A_f \quad (12)$$

其中 $C_{s,f} = D_s^+ + D_f$, 它表示用 N_s 阶模式重构 N_f 阶模式象差的耦合矩阵, 模式系数误差:

$$\Delta A_s = A_f - A_s = (I - C_{s,f}) A_f \quad (13)$$

$$\frac{\|\Delta A_s\|_2}{\|A_f\|_2} \leq \|I - C_{s,f}\| = \sigma_{\max}(I - C_{s,f}) \quad (14)$$

定义矩阵 $(I - C_{s,f})$ 的最大奇异值为耦合系数 $C_s = \sigma_{\max}(I - C_{s,f})$, C_s 定量地描述了在模式重构中模式象差之间的耦合与混淆程度。

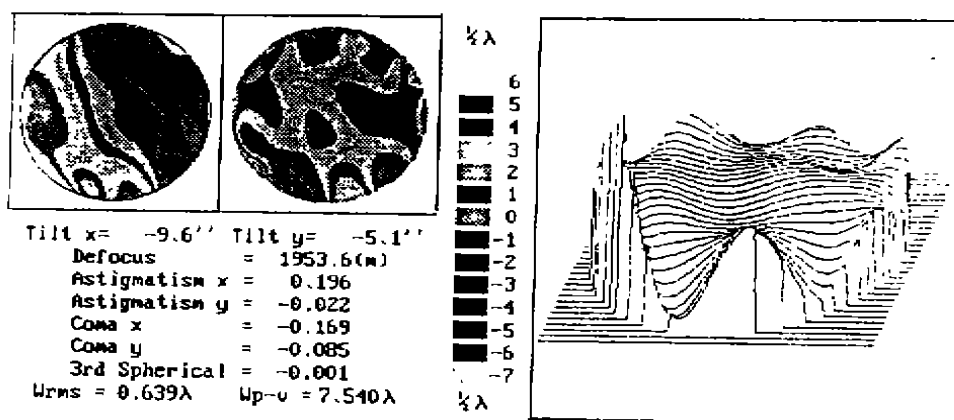


图 5 重构的 YAG 激光受扰动的波前相位分布

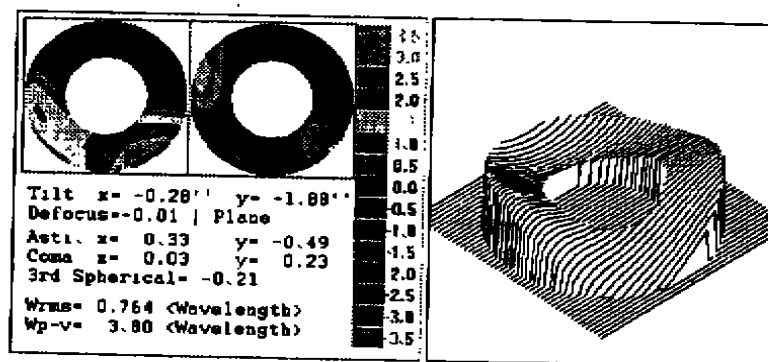
Fig. 5 The disturbed wavefront phase distribution
of the reconstructed YAG laser

图 6 非稳腔激光器的波前相位(第五帧)

Fig. 6 The wavefront phase of the laser
with instable cavity (the fifth frame)

5 测量实验

用 H-S 波前传感器,我们测量了激光的光束质量。

实验一

首先,我们用 H-S 波前传感器诊断了 YAG 激光光学系统的质量。在本系统的激光放大器中,环绕放大器棒有六个激励闪光灯,它改变了激光物质的温度导致输出激光束波前相位的改变。图 5 显示了波前相位的分布。圆域上波前相位的六处发散与六个闪光灯是吻合的。

实验二

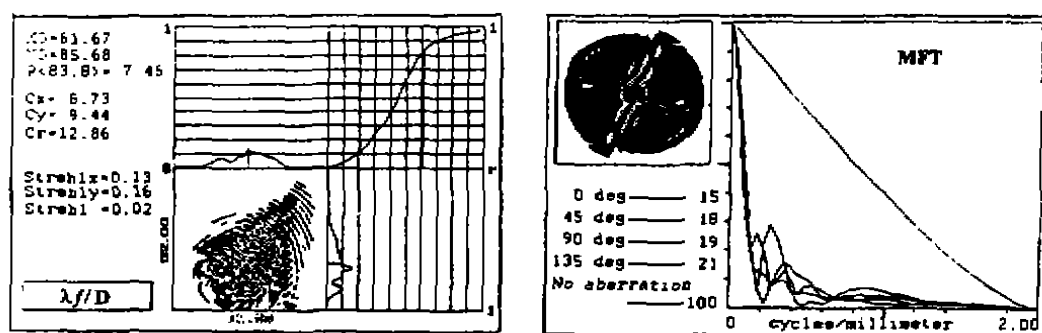


图 7 非稳腔激光器光束的远场特征评估(第五帧)

Fig. 7 The far field characteristic estimation of the laser beam of instable cavity (the fifth frame)

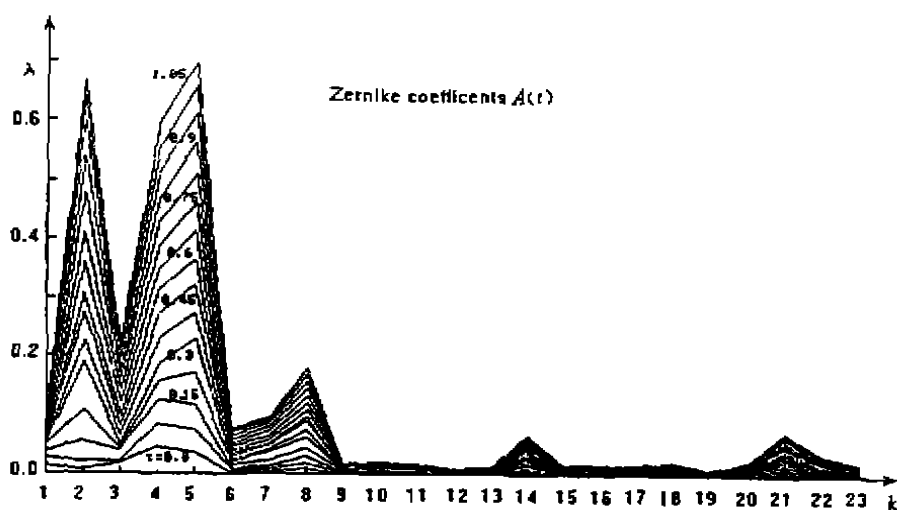


图 8 16 帧动态波前误差的前 23 阶 Zernike 系数变化

Fig. 8 The coefficient variations of the former 23 order Zernike in the dynamic wavefront errors of 16 frames

为得到动态波前相位误差和分析波前相位在时间上的变化规律,我们作了一套动态测量装置,用来检测一个非稳腔红外激光系统的调腔光的波前相位,以诊断非稳腔激光器的光束质量。采样率大约为 16 帧/秒,总共 16 帧。图 6 为其中一帧(第 5 帧,约 0.375 秒)的波前相位,图 7 为通过这些波前相位误差和强度分布计算的其远场的 PSF 和 OTF。

图 8 是在这 16 帧中 Zernike 多项式 a_k 的时间函数,可见 x 和 y 方向的象散是两个最大的象差。

图 9 显示了在每个采样时刻动态波前相位误差的均方根值,很明显波前相位误差随时间

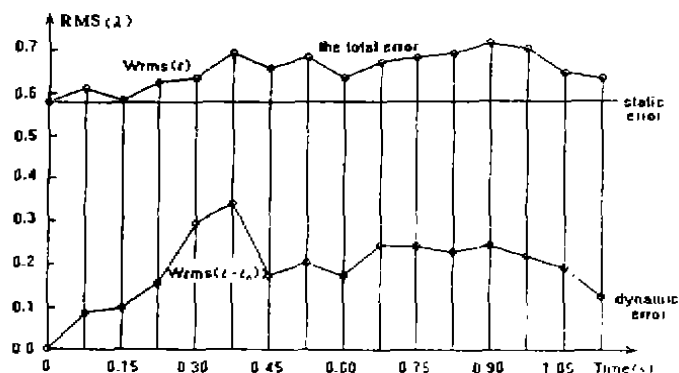


图9 波前相位方差与时间的关系

Fig. 9 Relation between the wavefront phase variance and time

而改变。远场的 PSF 变化如图 10 所示,其中 R/R_0 为光斑半径与衍射极限之比。

6 结 论

以上结果演示了 Hartmann-Shack 波前传感器可以探测一束光的相位和振幅信息。它具有如结构简单、稳定和不需要参考光等优点。通过 H-S 波前传感器的输出(近场的斜率和强度分布),可以重构出波前相位误差及远场特征,如 PSF 和 OTF 评估。它也可以测量动态波前相位误差,是静态和动态光学系统和光束质量诊断的一个强有力的工具。

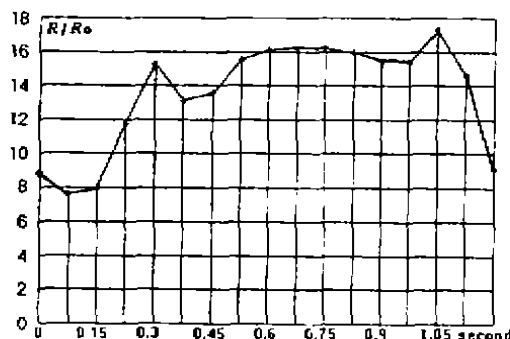


图10 远场的 PSF 变化曲线

Fig. 10 PSF variation curves in far field

参考文献

- 1 Born M, Wolf E. Principles of Optics, New York, Pergamon, 1975, Sec. 9.2
- 2 Noll R J. JOSA, 1976; 66, 207
- 3 Isael A B, Greville N E. Generalized Inverses, Theory and Applications, New York, Wiley, Chaps 3 and 5
- 4 Rao C R, Mitra S K. Generalized Inverses, Theory and Applications, New York, Wiley, 1971, Chap. 11
- 5 Herrmann J. JOSA, 1980; 70(1); 28~35
- 6 Li Huagui, Jiang Wenhan. Application of H-S Wavefront Sensor for Quality Diagnosis of Optical System and Light Beam. Proc. ESO, 1993; (48); 369~376