

CIE1976 $L^*a^*b^*$ 色度空間

(一)、CIE1976 $L^*a^*b^*$ 色度空間及色差公式

從一開始研究色彩學，人們爲了使色彩設計和複製更精確、更完美，爲色彩的轉換和校正制定合適的調整尺度或比例，減少由於空間的不均勻而帶來的複製誤差，在不斷尋找一種最均勻的色彩空間，這種色彩空間，在不同位置，不同方向上相等的幾何距離在視覺上有對應相等的色差，把易測的空間距離作爲色彩感覺差別量的度量。若能得到一種均勻顏色空間，那麼色彩複製技術就會有更大進步，顏色匹配和色彩複製的準確性就得到加強。

從 CIE1931RGB 系統到 CIE1931XYZ 系統，再到 CIE1960UCS 系統，再到 CIE1976LAB 系統，一直都在向"均勻化"方向發展。CIE1931XYZ 顏色空間只是採用簡單的數學比例方法，描繪所要匹配顏色的三刺激值的比例關係；CIE1960UCS 顏色空間將 1931xy 色度圖作了線形變換，從而使顏色空間的均勻性得到了改善，但亮度因數沒有均勻化。

爲了進一步改進和統一顏色評價的方法，1976 年 CIE 推薦了新的顏色空間及其有關色差公式，即 CIE1976LAB（或 $L^*a^*b^*$ ）系統，現在已成爲世界各國正式採納、作爲國際通用的測色標準。它適用於一切光源色或物體色的表示與計算。

CIE1976 $L^*a^*b^*$ 空間由 CIEXYZ 系統通過數學方法轉換得到，轉換公式爲：

$$\begin{cases} L^* = 116(Y/Y_0)^{1/3} - 16 \\ a^* = 500[(X/X_0)^{1/3} - (Y/Y_0)^{1/3}] \\ b^* = 200[(Y/Y_0)^{1/3} - (Z/Z_0)^{1/3}] \end{cases} \quad Y/Y_0 > 0.01 \quad (5-17)$$

其中 X、Y、Z 是物體的三刺激值； X_0 、 Y_0 、 Z_0 爲 CIE 標準照明體的三刺激值； L^* 表示心理明度； a^* 、 b^* 爲心理色度。

從上式轉換中可以看出：由 X、Y、Z 變換爲 L^* 、 a^* 、 b^* 時包含有立方根的函數變換，經過這種非線形變換後，原來的馬蹄形光譜軌跡不復保持。轉換後的空間用笛卡兒直角坐標體系來表示，形成了對立色坐標表述的心理顏色空間，如圖 5-43 所示。在這一坐標系統中， $+a^*$ 表示紅色， $-a^*$ 表示綠色， $+b^*$ 表示黃色， $-b^*$ 表示藍色，顏色的明度由 L^* 的百分數來表示。

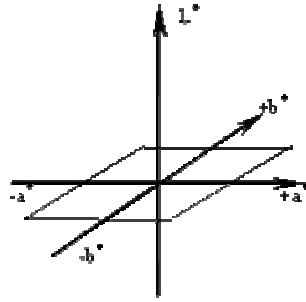


圖 5-43

色差是指用數值的方法表示兩種顏色給人色彩感覺上的差別。若兩個色樣樣品都按 L^* 、 a^* 、 b^* 標定顏色，則兩者之間的總色差 ΔE^*_{ab} 以及各項單項色差可用下列公式計算：

明度差： $\Delta L^* = L^*_1 - L^*_2$

色度差： $\Delta a^* = a^*_1 - a^*_2$ $\Delta b^* = b^*_1 - b^*_2$

總色差： $\Delta E^*_{ab} = \left[(\Delta L^*)^2 + (\Delta a^*)^2 + (\Delta b^*)^2 \right]^{1/2}$ (5-18)

計算舉例：在 2°標準觀察者和 C 光源的照明條件下，測得用黃色油墨印製的三個樣品的色度坐標為：

No1： $Y=71.79$ ， $x=0.4210$ ， $y=0.4788$

No2： $Y=70.67$ ， $x=0.4321$ ， $y=0.4889$

No3： $Y=67.95$ ， $x=0.4441$ ， $y=0.4947$

C 光源： $Y_0=100$ ， $x_0=0.3101$ ， $y_0=0.3162$

下面再按式 (5-17) 進行計算 L^* ， a^* ， b^* 。首先根據式 (5-14) 求各樣品色的三刺激值

$$\begin{cases} X = xY/y \\ Y = Y \\ Z = zY/y = (1 - x - y)Y/y \end{cases}$$

由此得到：

No1: $Y_1=71.79$, $X_1=63.13$, $Z_1=15.02$

No2: $Y_2=70.60$, $X_2=62.46$, $Z_2=11.43$

No3: $Y_3=67.95$, $X_3=61.00$, $Z_3=8.40$

C 光源： $Y_0=100$, $X_0=98.07$, $Z_0=118.22$

把這些數值代入式（5-17）求得：

$$\begin{aligned}
 \text{No.1} \quad & \begin{cases} L^*_{11} = 116(71.79/100)^{1/3} - 16 = 87.95 \\ a^*_{11} = 500[(63.13/98.07)^{1/3} - (71.79/100)^{1/3}] = -16.36 \\ b^*_{11} = 200[(71.79/100)^{1/3} - (15.02/118.22)^{1/3}] = 78.68 \end{cases} \\
 \text{No.2} \quad & \begin{cases} L^*_{12} = 116(70.60/100)^{1/3} - 16 = 87.29 \\ a^*_{12} = 500[(62.46/98.07)^{1/3} - (70.60/100)^{1/3}] = -15.02 \\ b^*_{12} = 200[(70.60/100)^{1/3} - (11.43/118.22)^{1/3}] = 86.3 \end{cases} \\
 \text{No.3} \quad & \begin{cases} L^*_{13} = 116(67.95/100)^{1/3} - 16 = 85.98 \\ a^*_{13} = 500[(61/98.07)^{1/3} - (67.95/100)^{1/3}] = -12.76 \\ b^*_{13} = 200[(67.95/100)^{1/3} - (8.40/118.22)^{1/3}] = 92.99 \end{cases}
 \end{aligned}$$

假定以樣品色 No.1 為標準，則可計算出它們的色差值為：

$$\Delta L^* \quad \Delta a^* \quad \Delta b^* \quad \Delta E^*_{ab}$$

No.2-No.1 -0.6638 1.3287 7.6053 7.7490

No.3-No.1 -1.9727 3.5920 14.3055 14.8809

（二）、色差單位的提出與意義

1939 年，美國國家標準局採納了賈德等的建議而推行 $Y_{1/2}$ 、 a 、 b 色差計算公式，並按此公式計算顏色差別的大小，以絕對值 1 作為一個單位，稱為"NBS 色差單位"。一個 NBS 單位大約相當於視覺色差識別閾值的 5 倍。如果與孟塞爾系統中相鄰兩級的色差值比較，則 1NBS 單位約等於 0.1 孟塞爾明度值，0.15 孟塞爾彩度值，2.5 孟塞爾色相值（彩度為 1）；孟塞爾系統相鄰兩個色彩的差別約為 10NBS 單位。NBS 的色差單位與人的色彩感覺差別用表 5-5 來描述，說明 NBS 單位在工業應用上是有價值的。後來開發的新色差公式，往往有意識地把單位調整到與 NBS 單位相接近，例如 ANLAB40，Hunter Lab 以及 CIE LAB、CIE LUV 等色差公式的單位都與 NBS 單位大略相同（不是相等）。因此，我們不要誤解以為任何色差公式計算出的色差單位都是 NBS。

彩色包裝裝潢印刷複製技術是多工序的系統工程，裝潢印刷品最終質量的色彩誤差，多按正態分佈規律 $N(u, \sigma^2)$ ，採用"三倍標準差法"，取 $\pm 3\sigma$ 作為上、下控制公差。根據國內、外的經驗表明：對無特殊要求的一般產品，取 $6\Delta E^*_{ab}$ 色差單位作為裝潢印刷品顏色公差的控制範圍是較為合理的。

在色彩複製質量要求上，由國家標準局頒布的裝潢印刷品 GB7705-87（平印）、GB7706-87

（凸印）、GB7707-87（凹印）的國家標準中，對彩色裝潢印刷品的同批同色色差為：一般產品 ΔE^*_{ab} 5.00~6.00，精細產品 ΔE^*_{ab} 4.00~5.00，同時還將這一質量標準作為國家企業晉升的一項條件。

表 5-5 NBS 單位與顏色差別感覺程度

NBS 單位色差值	感 覺 色 差 程 度
0 · 0~0.50	（微小色差）感覺極微（trave）
0.5~1.51	（小色差）感覺輕微（slight）
1.5~3	（較小色差）感覺明顯（noticeable）
3~6	（較大色差）感覺很明顯（appreciable）
6 以上	（大色差）感覺強烈（much）

（三）、CIE a^*b^* 心理色度圖的形狀分析

CIE rg 色度圖和 CIE xy 色度圖中色度坐標所反映的是三原色各自在三刺激值總量中的相對比例，它表示了顏色相同和彩度相同而亮度不同的那些顏色的共同特徵，色度圖的範圍代表顏色的色域。

我們以 Y=19.77（孟塞爾明度 V=5）時的 xy 色度圖（圖 5-44）為例來觀察轉換後 a^*b^* 心理色度圖的情況。圖中射線為孟塞爾色卡中恆定色相軌跡。利用式（5-17）進行轉換，這是一種非線性轉換，圖 5-44 中的馬蹄形光譜軌跡不復保持，而成為一種不規則的楔形（圖 5-45），在 CIE a^*b^* 心理色度圖中，藍原色向右下方伸展形成楔形的尖。

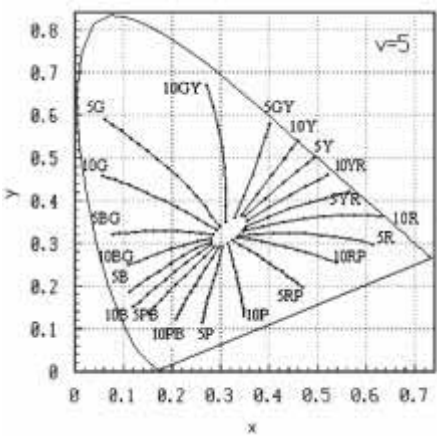


圖 5-44 xy 色度圖

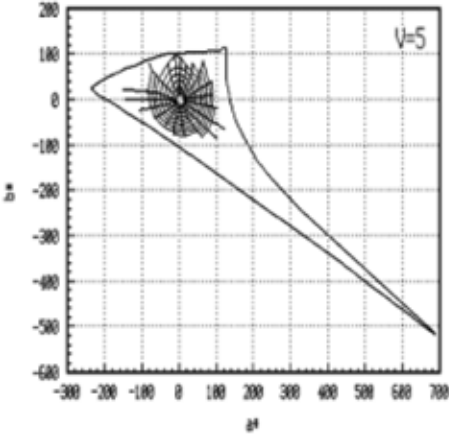


圖 5-45 a^*b^* 心理色度圖

圖 5-46 為圖 5-45 的局部，反映出孟塞爾明度 $V=5$ 時，孟塞爾色卡中恆定色相軌跡和恆定彩度軌跡，可以看出 a^*b^* 心理色度圖具有較好的均勻性。

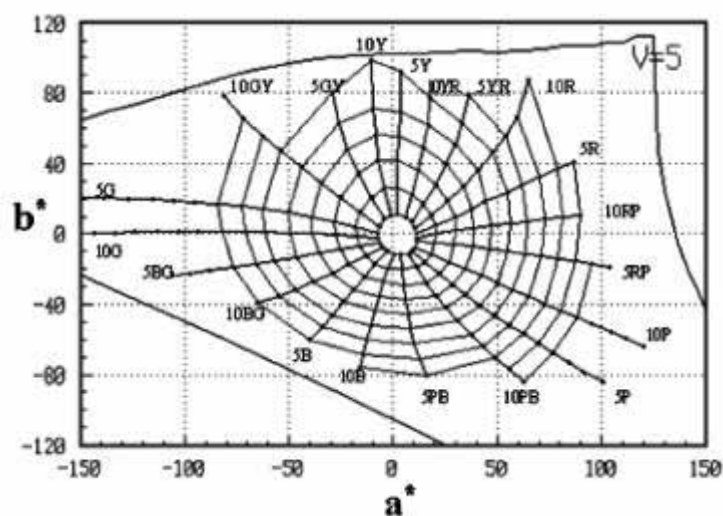


圖 5-46 $Y=19.77$ ($V=5$) 時 a^*b^* 心理色度圖

如果知道了色樣的刺激值 Y (亮度因數)，則式 (5-17) 中的刺激值 X 、 Z 可用色度坐標來表示：

$$X = xY/y \quad \dots\dots\dots Z = (1 - x - y)Y/y \quad \dots\dots\dots (5-19)$$

將式 (5-19) 代入式 (5-17) 中，得

$$\left. \begin{aligned} a^* &= 500Y^{1/3} \{ [x/(yX_0)]^{1/3} - (1/Y_0)^{1/3} \} \\ b^* &= 200Y^{1/3} \{ (1/Y_0)^{1/3} - [(1-x-y)/(yZ_0)]^{1/3} \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5-20)$$

由式 (5-20) 知轉換過程中 a^*b^* 心理色度圖的大小範圍與亮度因數 Y 有關，隨著 Y 值的增大， a^*b^* 色度圖的範圍也逐漸增大，當 Y 達到最大值 100 時， a^*b^* 色度圖的範圍最大。圖 5-47 中外圈曲線 $S1$ 表示 a^*b^* 色度圖的最大範圍，內圈曲線 $S2$ 表示 $Y=19.77$ ($V=5$) 時的範圍。

目前在實用技術上，色彩設計及處理軟件使用某一區域 (如 $-120 < a^* < 120$ ， $-120 < b^* < 120$) 來表示 a^*b^* 色度圖的範圍。

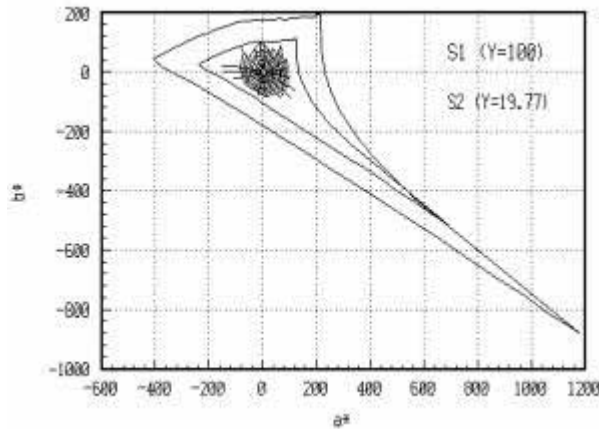


圖 5-47 Y=100 時 a^*b^* 心理色度圖的範圍

(四)、CIE $L^*a^*b^*$ 色度空間的均勻性

CIE LAB(CIE $L^*a^*b^*$)色度空間是 1976 年國際照明委員會推薦的均勻顏色空間，1987 年我國發佈的 GB7921-87 將 LAB 空間作為國家標準。目前色彩設計及複製等行業在色彩校正、計算以及 DTP 系統中，CIE LAB 空間已被普遍使用。

雖然 CIE LAB 色度空間是 CIE 推薦的均勻顏色空間，顏色的均勻性較 Y_{xy} 空間有很大改善，而實際上 CIE LAB 空間對於人眼的色彩感覺來說也還是不均勻的。在該空間的某個區域（如紅色區域）取兩個色樣點與另一區域（如綠色區域）同等距離的兩個色樣點作比較，會發現在紅色區域的兩個色樣的視感覺差別和綠色區域的兩個色樣的視感覺差別不一樣，即在不同顏色區域，色彩的寬容量數值是不相等的。這種顏色空間的不均勻性給我們在彩色複製過程帶來了誤差，在使用 CIE LAB 空間進行顏色轉換和校正時，如果在紅色區域和綠色區域按照同樣的尺度和比例進行調整，就會因為顏色空間的不均勻性而產生色偏。實際工作中，技術人員在色彩設計軟件中的 CIE LAB 空間進行調整和校正時，往往根據經驗來進行操作，因此迫切需要對空間進行均勻性研究，找出在不同顏色區域，顏色寬容量的數值以及顏色空間不均勻性的變化規律，為彩色複製時色彩的轉化和校正制定合適的調整尺度和比例，從而減少由於空間的不均勻而帶來的複製誤差。

1、分析方法的選擇

孟塞爾系統是從視覺心理的角度，根據人的視覺特性以等間隔的方法對顏色進行分類和標定的。因此經常被用來檢驗與某一色差公式有關的顏色空間的均勻性。因為孟塞爾新標系統本身的每個色樣都是用 HVC 和 Y_{xy} 兩種方法標定的，如圖 5-33~5-41 所示，這為我們分析 LAB 色彩空間的均勻性提供了可靠的數據依據。

當把相等視覺色彩間隔的等彩度圈（如 2~4~6~8~……）畫在孟塞爾系統中時，各等彩度圈是以中央灰度軸為圓心的一系列同心圓；同樣，當把相等視覺間隔的等色相線（如 5.0R~10.0R~5.0YR~10.0YR~……）畫在孟塞爾系統中時，各等色相線應是一系列從中心軸出發的等角度間隔的射線。依照這個特性，我們也把孟塞爾彩度和色相的 CIE1931 Y_{xy} 數值經式(5-17)轉換後所得的 H-C 圖畫在 a^*b^* 圖上（圖 5-48~圖 5-50），來分析某一明度下的均勻性。

利用 CIE LAB 色彩空間的色差公式（5-18），把空間中視覺等間隔的兩點（等彩度間隔或等明度

間隔)，作為求色差的兩點，這樣色差值就反映了該色彩空間在視覺等間隔時空間的均勻程度。

2. 不同明度的 a^*b^* 圖分析

從"孟塞爾新標系統顏色樣品的 CIE1931 色度坐標 (Yxy)"表中選取各個明度的數據，將色度坐標 Y、x、y 轉換成 $L^*a^*b^*$ 值。對應於孟塞爾系統的十個主要色相（紅、黃紅、黃、綠黃、綠、藍綠、藍、紫藍、紫、紅紫）中的 5.0 和 10.0 值，在 a^*b^* 圖上畫出 20 條等色相線。由於所用數據都為等色相線和等彩度線的交點處值，故可將等彩度值連接為等彩度圈，如圖 5-48～圖 5-50 所示。圖中等彩度圈最內圈的彩度值為 2，外面彩度圈依次加 2。

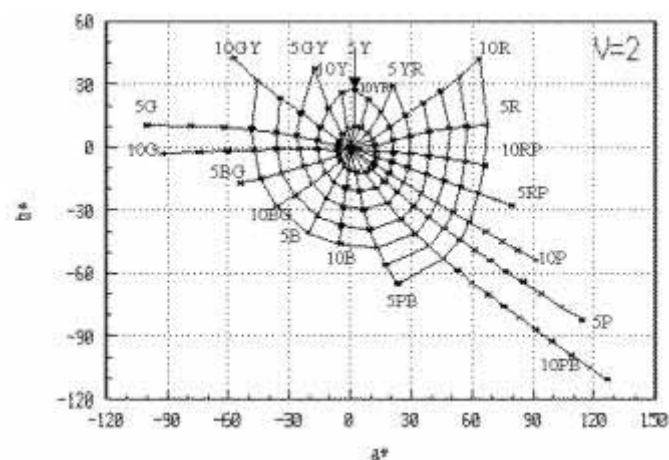


圖 5-48

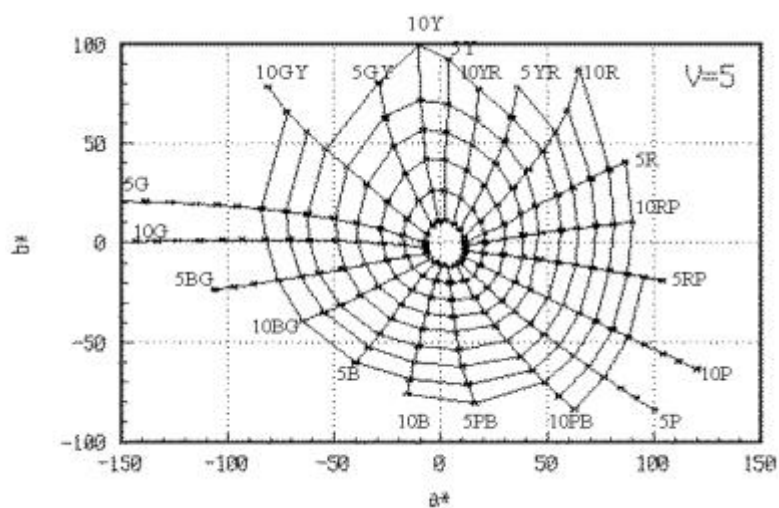


圖 5-49

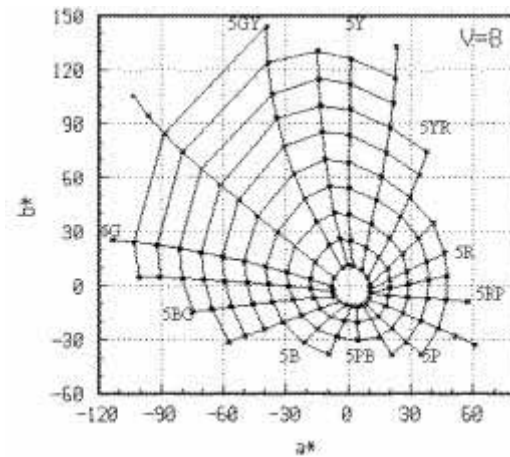


圖 5-50

結合圖 5-48～圖 5-50 中的各明度的網狀圖分析，依 20 條等色相線及等彩度圈，可以看出：

若 CIE LAB 顏色空間是理想均勻的，等彩度圈應是以中心 $a^*=0$ 和 $b^*=0$ 處為圓心的一系列同心圓。但從圖 5-48～圖 5-50 a^*b^* 圖中可以看出，各等彩度圈偏離了圓，在低彩度時偏離較輕，隨著彩度的提高偏離就越嚴重，有些還出現尖點，尤其在 $H=10Y$ 附近偏離最嚴重。

由於各等彩度圈之間的彩度相差 2，若 CIE LAB 顏色空間是理想均勻空間，圖中各等彩度圈之間的時間隔也應是相等的。但從各圖中可以看出，隨著彩度的增加，等彩度圈之間的時間隔距離也有所變化，在 $H=5YR$ 到 $H=5GY$ 色相之間增加明顯。

以上分析說明，CIE LAB 顏色空間在心理彩度 C^* 分佈上（和孟塞爾系統比較）是不均勻的。

若 CIE LAB 顏色空間是理想均勻空間，各圖中等色相線應是從中心 $a^*=0$ 和 $b^*=0$ 點出發的射線（直線），且各射線間的夾角也應相等。但從各圖中可以看到，各等色相線並不是直線，而是偏離直線的曲線，等色相線的彩度越大，彎曲也越嚴重，其中以 $H=10R$ 、 $H=5YR$ 、 $H=5GY$ 、 $H=10GY$ 、 $H=5G$ 、 $H=5PB$ 、 $H=10PB$ 、 $H=5P$ 等色相線彎曲尤為嚴重。同時從圖中也可以看出，中明度時的射線彎曲明顯比低明度時嚴重。另一方面等色相線之間的夾角也不相等，尤其從色相 $H=10Y$ 到 $H=5G$ 和從 $H=10B$ 到 $H=5P$ 之間，各夾角明顯比其它色相線之間的夾角大。

以上分析說明，CIE LAB 顏色空間在心理色相 h^* 分佈上（和孟塞爾系統比較）是不均勻的。

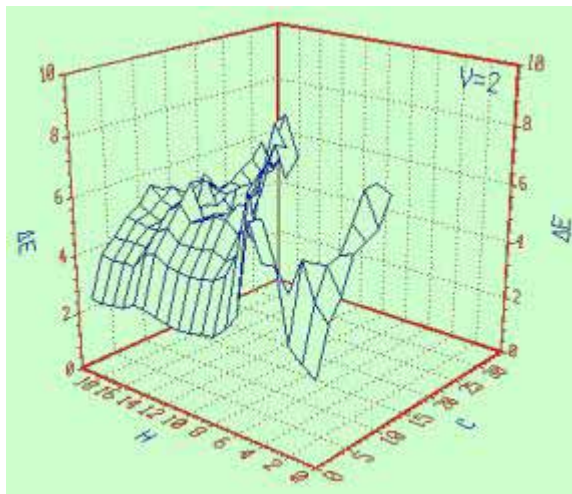
從不同明度 a^*b^* 圖上的 H-C 曲線分析可以看出，各色相線也偏離了 a^* 、 b^* 坐標所代表的顏色。色度坐標 $+a^*$ 代表的是紅色，但等色相線 $H=5R$ 並沒有在 $+a^*$ 附近，而是分佈在遠離 $+a^*$ 的上方，最接近 $+a^*$ 的色相是 $10RP$ ；色度坐標 $-b^*$ 代表的是藍色，但等色相線 $H=5B$ 也沒有在 $-b^*$ 附近，最接近 $-b^*$ 的色相是 $10B$ 。只有等色相線 $5Y$ 在色度坐標 $+b^*$ 附近，與色度坐標所表達的黃色基本一致。由於一些代表色相偏離了 a^* 、 b^* 坐標所代表的顏色，就造成了 a^*b^* 色度圖不能準確地反映出顏色的色相，給 a^* 、 b^* 值的分析和顏色的校正帶來了困難。

3. ΔE^*_{ab} -H-C 三維圖及等值線圖分析

三維圖和等值線圖如圖 5-51、5-52、5-53 所示。圖中彩度 C 軸上所標的數值為對應的孟塞爾

彩度；色相 H 軸上從 1 到 20 為各色相，20 個色相依次為 5R、10R、5YR、10YR、5Y、10Y、5GY、10GY、5G、10G、5BG、10BG、5B、10B、5PB、10PB、5P、10P、5RP、10RP；色差 ΔE^*_{ab} 為各色樣點與周圍相鄰點間色差的平均值。在等值線圖上，每條等值線上所標的數據為各等值線的色差值 ΔE^*_{ab} 。

理想均勻空間相鄰點間的色差均應相等，而各三維圖中，色差三維曲面並不是平行於 H-V 底面的平面，隨著彩度的增加，色差值也相應地增加，各色相中隨彩度增加時其色差增加的程度也不盡相同。綜合各三維圖分析，在 7、8、9 色相線，即 H=5GY、H=10GY、H=5G 色相線附近色差增加明顯，特別是高明度區域。在等值線圖上隨著彩度的增加等值線值也增大，表明色差值隨彩度的升高而增大；而中低明度圖的等值線線數較少且線線間隔較大，這表明低明度下色差隨彩度增加的程度比高明度下的小。而在高明度等值線圖中，色相 8、9、10 附近，色差等值線幾乎垂直於色相軸且分佈很密，這表明色差對該色相反應很大，該色相的顏色寬容量較大。



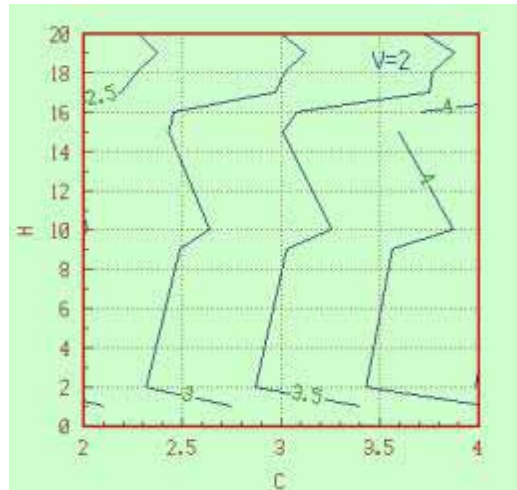


圖 5-51 三維圖及等值線圖 (V=2)

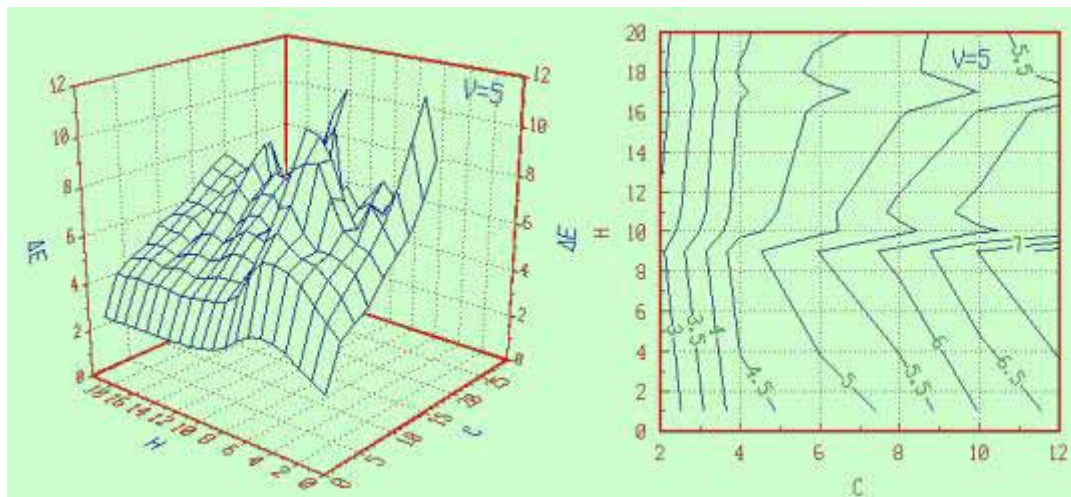


圖 5-52 三維圖及等值線圖 (V=5)

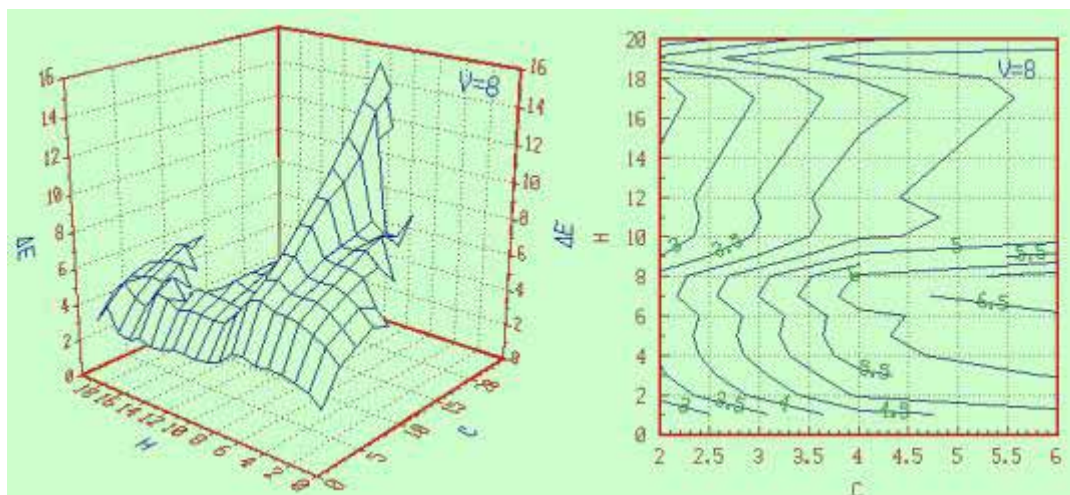


圖 5-53 三維圖及等值線圖 (V=8)

結合圖 5-48 至圖 5-50 的各明度 a^*b^* 圖中的 H-C 曲線和三維圖及等值線圖分析可以看出，色差最大的區域是在高明度圖中從色相 $H=5GY$ 到 $H=5G$ 色相線之間的區域，並且在中高彩度區，即 $C=14、16、18$ 的彩度圈內，表現在心理色度坐標上範圍為 a^* 值從 -30 到 -100 之間， b^* 值從 30 到 100 之間，其中色差值最大點 (ΔE^*_{ab} 平均為 11 左右) 是在 $H=10GY$ 和 $C=20$ (或 $a^*=-90$ ， $b^*=80$) 的交點附近；色差最小值區域 (ΔE^*_{ab} 不超過 4) 是低彩度 $C=2$ 區域，即 a^*b^* 圖中的原點附近，色差值最小點 (ΔE^*_{ab} 平均為 2.5 左右) 在 $H=10PB$ 和 $C=2$ (或 $a^*=10$ ， $b^*=-10$) 的交點附近。最大與最小色差值之比達 4 倍以上，說明 CIE LAB 顏色空間不是理想的均勻的顏色空間。

CIE 標準色度學系統是對色彩進行定量描述的基礎。CIE RGB 系統具有真實的三原色，但系統具有負值；CIE XYZ 系統消除了負刺激值，其 xy 色度圖在對色域的描述上有重要的地位，然而該系統具有較大的不均勻性；CIE LAB 是 CIE 推薦的均勻顏色空間，其均勻性已有很大的改善，該系統與設備無關，色度值和明度值（階調）可以獨立調節，而且當顏色的色差大於視覺的識別閾限（恰可察覺）而又小於孟塞爾系統中相鄰兩級的色差時，能較好地反映物體色的心理感受效果。

1931CIE-XYZ 標準色度系統

所謂 1931CIE-XYZ 系統，就是在 RGB 系統的基礎上，用數學方法，選用三個理想的原色來代替實際的三原色，從而將 CIE-RGB 系統中的光譜三刺激值 $\bar{r}(\lambda), \bar{g}(\lambda), \bar{b}(\lambda)$ 和色度坐標 r, g, b 均變為正值。

(一)、CIE-RGB 系統與 CIE-XYZ 系統的轉換關係

選擇三個理想的原色（三刺激值）X、Y、Z，X 代表紅原色，Y 代表綠原色，Z 代表藍原色，這三個原色不是物理上的真實色，而是虛構的假想色。它們在圖 5-27 中的色度坐標分別為：

	r	g	b
X	1.275	-0.278	0.003
Y	-1.739	2.767	-0.028
Z	-0.743	0.141	1.602

從圖 5-27 中可以看到由 XYZ 形成的虛線三角形將整個光譜軌跡包含在內。因此整個光譜色變成了以 XYZ 三角形作為色域的域內色。在 XYZ 系統中所得到的光譜三刺激值 $\bar{x}(\lambda), \bar{y}(\lambda), \bar{z}(\lambda)$ 和色度坐標 x, y, z 將完全變成正值。經數學變換，兩組顏色空間的三刺激值有以下關係：

$$X = 0.490R + 0.310G + 0.200B$$

$$Y = 0.177R + 0.812G + 0.011B \quad \dots\dots\dots (5-8)$$

$$Z = 0.010G + 0.990B$$

兩組顏色空間色度坐標的相互轉換關係為：

$$x = (0.490r + 0.310g + 0.200b) / (0.667r + 1.132g + 1.200b)$$

$$y = (0.117r + 0.812g + 0.010b) / (0.667r + 1.132g + 1.200b) \quad \dots\dots\dots (5-9)$$

$$z = (0.000r + 0.010g + 0.990b) / (0.667r + 1.132g + 1.200b)$$

這就是我們通常用來進行變換的關係式，所以，只要知道某一顏色的色度坐標 r, g, b ，即可以求出它們在新設想的三原色 XYZ 顏色空間的色度坐標 x, y, z 。通過式（5-9）的變換，對光譜色或一切自然界的色彩而言，變換後的色度坐標均為正值，而且等能白光的色度坐標仍然是（0.33，0.33），沒有改變。表 5-3 是由 CIE-RGB 系統按表 5-2 中的數據，由式（5-9）計算的結果。從表 5-3 中可以看到所有光譜色度坐標 $x(\lambda), y(\lambda), z(\lambda)$ 的數值均為正值

λ (毫微米)	光譜色度坐標			光譜三刺激值		
	$x(\lambda)$	$y(\lambda)$	$z(\lambda)$	$\bar{x}(\lambda)$	$\bar{y}(\lambda)$	$\bar{z}(\lambda)$
380	0.1741	0.0050	0.8209	0.00145	0.0000	0.0065
385	0.1740	0.0050	0.8210	0.0022	0.0001	0.0105

390	0.1738	0.0049	0.8213	0.0042	0.0001	0.0201
395	0.1736	0.0049	0.8215	0.0076	0.0002	0.0362
400	0.1733	0.0048	0.8219	0.0143	0.0004	0.0679
405	0.1730	0.0048	0.8222	0.0232	0.0006	0.1102
410	0.1726	0.0048	0.8226	0.0435	0.0012	0.2074
415	0.1721	0.0048	0.8231	0.0776	0.0022	0.3713
420	0.1714	0.0051	0.8235	0.1344	0.0040	0.6456
425	0.1703	0.0058	0.8239	0.2148	0.0073	1.0391
430	0.1689	0.0069	0.8242	0.2839	0.0116	1.3856
435	0.1669	0.0086	0.8245	0.3285	0.0168	1.6230
440	0.1644	0.0109	0.8247	0.3483	0.0230	1.7471
445	0.1611	0.0138	0.8251	0.3481	0.0298	1.7826
450	0.1566	0.0177	0.8257	0.3362	0.0380	1.7721
455	0.1510	0.0227	0.8263	0.3187	0.0480	1.7441
460	0.1440	0.0297	0.8263	0.2908	0.0600	1.6692
465	0.1355	0.0399	0.8246	0.2511	0.0739	1.5281
470	0.1241	0.0578	0.8181	0.1954	0.0910	1.2876
475	0.1096	0.0868	0.8036	0.1421	0.1126	1.0419
480	0.0913	0.1327	0.7760	0.0956	0.1390	0.8130
485	0.0687	0.2007	0.7306	0.0580	0.1693	0.6162
490	0.0454	0.2950	0.6596	0.0320	0.2080	0.4652
495	0.0235	0.4127	0.5638	0.0147	0.2586	0.3533
500	0.0082	0.5384	0.4534	0.0049	0.3230	0.2720
505	0.0039	0.6548	0.3413	0.0024	0.4073	0.2123
510	0.0139	0.7502	0.2359	0.0093	0.5030	0.1582
515	0.0389	0.8120	0.1491	0.0291	0.6082	0.1117

520	0.0743	0.8338	0.0919	0.0633	0.7100	0.0782
525	0.1142	0.8262	0.0596	0.1096	0.7932	0.0573
530	0.1547	0.8059	0.0394	0.1655	0.8620	0.0422
535	0.1929	0.7816	0.0255	0.2257	0.9149	0.0298
540	0.2296	0.7543	0.0161	0.2904	0.9540	0.0203
545	0.2658	0.7243	0.0099	0.3597	0.9803	0.0134
550	0.3016	0.6923	0.0061	0.4334	0.9950	0.0087
555	0.3373	0.6589	0.0038	0.5121	1.0000	0.0057
560	0.3731	0.6245	0.0024	0.5945	0.9950	0.0039
565	0.4087	0.5896	0.0017	0.6784	0.9786	0.0027
570	0.4441	0.5547	0.0012	0.7621	0.9520	0.0021
575	0.4788	0.5202	0.0010	0.8425	0.9154	0.0010
580	0.5125	0.4866	0.0009	0.9163	0.8700	0.0017
585	0.5448	0.4544	0.0008	0.9786	0.8163	0.0014
590	0.5752	0.4242	0.0006	1.0263	0.7570	0.0011
595	0.6029	0.3965	0.0006	1.0567	0.6949	0.0010
600	0.6270	0.3725	0.0005	1.0522	0.6130	0.0008
605	0.6482	0.3514	0.0004	1.0456	0.5668	0.0006
610	0.6658	0.3340	0.0002	1.0026	0.5030	0.0003
615	0.6801	0.3197	0.0002	0.9384	0.4412	0.0002
620	0.6915	0.3083	0.0002	0.8544	0.3810	0.0002
625	0.7006	0.2993	0.0001	0.7514	0.3210	0.0001
630	0.7079	0.2920	0.0001	0.6424	0.2650	0.0000
635	0.7140	0.2859	0.0001	0.5419	0.2170	0.0000
640	0.7219	0.2809	0.0001	0.4479	0.1750	0.0000
645	0.7230	0.2770	0.0000	0.3608	0.1382	0.0000

650	0.7260	0.2740	0.0000	0.2835	0.1070	0.0000
655	0.7283	0.2717	0.0000	0.2187	0.0816	0.0000
660	0.7300	0.2700	0.0000	0.1649	0.0610	0.0000
665	0.7311	0.2689	0.0000	0.1212	0.0446	0.0000
670	0.7320	0.2680	0.0000	0.0874	0.0320	0.0000
675	0.7327	0.2673	0.0000	0.0636	0.0232	0.0000
680	0.7334	0.2666	0.0000	0.0468	0.0170	0.0000
685	0.7340	0.2660	0.0000	0.0329	0.0119	0.0000
690	0.7344	0.2656	0.0000	0.0227	0.0082	0.0000
695	0.7346	0.2654	0.0000	0.0158	0.0057	0.0000
700	0.7347	0.2653	0.0000	0.0114	0.0041	0.0000
705	0.7347	0.2653	0.0000	0.0081	0.0029	0.0000
710	0.7347	0.2653	0.0000	0.0058	0.0021	0.0000
715	0.7347	0.2653	0.0000	0.0041	0.0015	0.0000
720	0.7347	0.2653	0.0000	0.0029	0.0010	0.0000
725	0.7347	0.2653	0.0000	0.0020	0.0007	0.0000
730	0.7347	0.2653	0.0000	0.0014	0.0005	0.0000
735	0.7347	0.2653	0.0000	0.0010	0.0004	0.0000
740	0.7347	0.2653	0.0000	0.0007	0.0002	0.0000
745	0.7347	0.2653	0.0000	0.0005	0.0002	0.0000
750	0.7347	0.2653	0.0000	0.0003	0.0001	0.0000
755	0.7347	0.2653	0.0000	0.0002	0.0001	0.0000
760	0.7347	0.2653	0.0000	0.0002	0.0001	0.0000
765	0.7347	0.2653	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
770	0.7347	0.2653	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000
775	0.7347	0.2653	0.0000	0.0001	0.0000	0.0000

780	0.7347	0.2653	0.0000	0.0000	0.0000	0.0000
按 5 毫微米間隔求和： $\sum \bar{x}(\lambda)=21.3714$ ； $\sum \bar{y}(\lambda)=21.3711$ ； $\sum \bar{z}(\lambda)=21.3715$						

爲了使用方便，圖 5-27 中的 XYZ 三角形，經轉換變爲直角三角形（圖 5-28），其色度坐標爲 x、y。用表 5-3 中各波長光譜色度坐標在圖中的描點，然後將各點連接，即成爲 CIE1931xy 色度圖的光譜軌跡。由圖看出該光譜軌跡曲線落在第一象限之內，所以肯定爲正值，這就是目前國際通用的 CIE1931xy 色度圖。

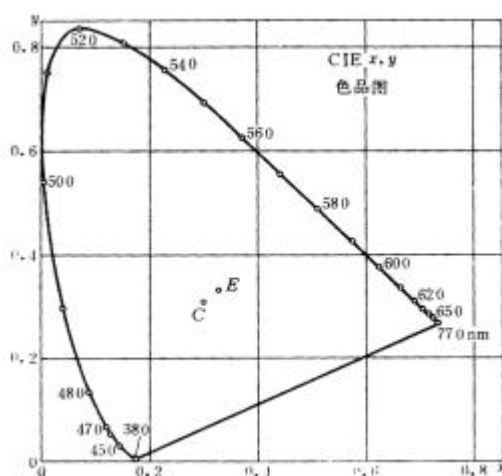


圖 5-28 CIE xy 色度圖

（二）、CIE-XYZ 光譜三刺激值

CIE-XYZ 光譜三刺激值是由 CIE-RGB 光譜三刺激值經過式 (5-9) 光譜色度坐標之間的轉換得到的，記爲 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ 。CIE-RGB 光譜三刺激值 $\bar{r}(\lambda)$ 、 $\bar{g}(\lambda)$ 、 $\bar{b}(\lambda)$ 雖然通過式 (5-2) 能間接反映等能光譜色色光的相對亮度，然而很不直觀。從圖 5-25 可以看出，由 $\bar{r}(\lambda)$ 、 $\bar{g}(\lambda)$ 、 $\bar{b}(\lambda)$ 分別乘以單位量得到的相對亮度與人眼的明視覺光譜光視效率函數 $V(\lambda)$ 相同，爲了直觀的表示顏色的亮度，CIE 規定 $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda)$ ，因此 不僅表達待配色（等能光譜色）中綠原色的數量，而且還表示待配色色光的亮度，用於計算顏色的亮度特性。由於 $\bar{y}(\lambda)$ 符合明視光譜光視效率函數，所以 CIE-XYZ 光譜三刺激值 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ 又稱爲"CIE 1931 標準色度觀察者光譜三刺激值"，簡稱"CIE 標準色度觀察者"，在物體色色度值的計算中代表人眼的顏色視覺特徵參數。由色度坐標的定義知：

$$\left. \begin{aligned} x(\lambda) &= \bar{x}(\lambda) / [\bar{x}(\lambda) + \bar{y}(\lambda) + \bar{z}(\lambda)] \cdots \\ y(\lambda) &= \bar{y}(\lambda) / [\bar{x}(\lambda) + \bar{y}(\lambda) + \bar{z}(\lambda)] \cdots \\ z(\lambda) &= \bar{z}(\lambda) / [\bar{x}(\lambda) + \bar{y}(\lambda) + \bar{z}(\lambda)] \cdots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5-10)$$

且 $x(\lambda) + y(\lambda) + z(\lambda) = 1$

又因為規定 $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda)$

所以光譜三刺激值的計算公式為：

$$\left. \begin{aligned} \bar{x}(\lambda) &= x(\lambda) V(\lambda) / y(\lambda) \cdots \\ \bar{y}(\lambda) &= V(\lambda) \cdots \cdots \cdots \\ \bar{z}(\lambda) &= z(\lambda) V(\lambda) / y(\lambda) \cdots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5-11)$$

計算結果如圖 5-29 所示，其數值見表 5-3。

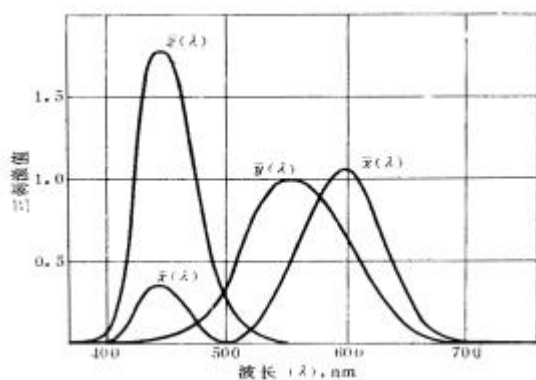


圖 5-29 光譜三刺激值

圖中 $\bar{x}$ 、 $\bar{y}$ 、 $\bar{z}$ 各曲線所包含的總面積，分別表示 X、Y、Z。表 5-3 中 CIE1931 標準觀察者等能光譜各波長的 $\bar{x}$ 總量、 $\bar{y}$ 總量和 $\bar{z}$ 總量是相等的，都是 21.371，即 $X=Y=Z=21.371$ 。這個數是個相對數，沒有絕對意義，它僅僅表明：一個等能白光（E 光源）是由相同數量的 X、Y、Z 組成的。但是，由於刺激值 $\bar{y}(\lambda) = V(\lambda)$ ，符合明視覺光譜效率函數，所以，用 $\bar{y}$ 曲線可以計算一個顏色的亮度特性。

例：波長 $\lambda = 500\text{nm}$ 光譜色的色度坐標為： $x(\lambda) = 0.0082, y(\lambda) = 0.5384$ ，明視覺光譜光視效率函數

$V(\lambda)=0.323$ ，則其光譜三刺激值為：

$$\begin{cases} \bar{x}(500) = x(500)V(500)/y(500)=0.0082 \times 0.323/0.5384=0.0049 \\ \bar{y}(500) = V(500) = 0.323 \\ \bar{z}(500) = \frac{z(500)V(500)}{y(500)} = \frac{1-x(500)-y(500)}{y(500)}V(500) = 0.272 \end{cases}$$

(三)、物體色三刺激值

匹配物體反射色光所需要紅、綠、藍三原色的數量為物體色三刺激值，即 X、Y、Z，也是物體色的色度值。物體色彩感覺形成了四大要素是光源、顏色物體、眼睛和大腦，物體色三刺激值的計算涉及到光源能量分佈 $S(\lambda)$ 、物體表面反射性能 $\rho(\lambda)$ 和人眼的顏色視覺 $\bar{x}(\lambda)$ 、 $\bar{y}(\lambda)$ 、 $\bar{z}(\lambda)$ 三方面的特徵參數，即：

$$X=K \int_{380}^{780} S(\lambda)\rho(\lambda)\bar{x}(\lambda)d(\lambda)$$

$$Y=K \int_{380}^{780} S(\lambda)\rho(\lambda)\bar{y}(\lambda)d(\lambda) \dots\dots\dots(5-12)$$

$$Z=K \int_{380}^{780} S(\lambda)\rho(\lambda)\bar{z}(\lambda)d(\lambda)$$

式中 K 為調整因數，Y 刺激值既表示綠原色的相對數量，又代表物體色的亮度因數。

上式表明當光源 $S(\lambda)$ 或者物體 $\rho(\lambda)$ 發生變化時，物體的顏色 X、Y、Z 隨即也發生變化，因此上式是一種最基本、最精確的顏色測量及描述方法，是現代設計軟件進行色彩描述的基礎。

對於照明光源而言，光源三刺激值（

、Y₀、Z₀）的計算僅涉及到光源的相對光譜能量分佈 $S(\lambda)$ 和人眼的顏色視覺特徵參數，因此光源的三刺激值可以表示為：

$$\left. \begin{aligned} X_0 &= K \int_{380}^{780} S(\lambda)\bar{x}(\lambda)d(\lambda) \\ Y_0 &= K \int_{380}^{780} S(\lambda)\bar{y}(\lambda)d(\lambda) \dots\dots\dots \\ Z_0 &= K \int_{380}^{780} S(\lambda)\bar{z}(\lambda)d(\lambda) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(5-13)$$

式中 Y_0 表示光源的綠原色對人眼的刺激值量，同時又表示光源的亮度，爲了便於比較不同光源的色度，將 Y_0 調整到 100，即 $Y_0=100$ 。從而調整因數

$$K=100 / \int_{380}^{780} S(\lambda) \bar{y}(\lambda) d(\lambda)$$

將上式代入（5-12）即可得到物體色的色度值。所以知道了照射光源（通常使用標準光源）的相對光譜能量分佈 $S(\lambda)$ 及物體的光譜反射率 $\rho(\lambda)$ ，物體的顏色就可以用色度值 X、Y、Z 來精確地定量描述了。

（四）、CIE1931 Y_{xy} 表色方法

在圖 5-28 所示的 xy 色度圖中， x 色度坐標相當於紅原色的比例， y 色度坐標相當於綠原色的比例。由圖中的馬蹄形的光譜軌跡各波長的位置，可以看到：光譜的紅色波段集中在圖的右下部，綠色波段集中在圖的上部，藍色波段集中在軌跡圖的左下部。中心的白光點 E 的飽和度最低，光源軌跡線上飽和度最高。如果將光譜軌跡上表示不同色光波長點與色度圖中心的白光點 E 相連，則可以將色度圖畫分爲各種不同的顏色區域，如圖 5-30 所示。因此，如果能計算出某顏色的色度坐標 x 、 y ，就可以在色度中明確地定出它的顏色特徵。例如青色樣品的表面色色度坐標爲 $x=0.1902$ 、 $y=0.2302$ ，它在色度圖中的位置爲 A 點，落在藍綠色的區域內。當然不同的色彩有不同的色度坐標，在色度圖中就佔有不同位置。因此，色度圖中點的位置可以代表各種色彩的顏色特徵。但是，前面曾經討論過，色度坐標只規定了顏色的色度，而未規定顏色的亮度，所以若要唯一地確定某顏色，還必須指出其亮度特徵，也即是 Y 的大小。我們知道光反射率

$$\rho = \text{物體表面的亮度} / \text{入射光源的亮度} = Y / Y_0$$

所以亮度因數 $Y=100\rho$

這樣，既有了表示顏色特徵的色度坐標 x 、 y ，又有了表示顏色亮度特徵的亮度因數 Y ，則該顏色的外貌才能完全唯一地確定。爲了直觀地表示這三個參數之間的意義，可用一立體圖（圖 5-31）形象表示。

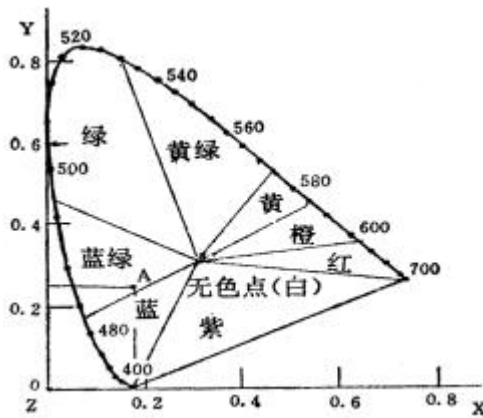


圖 5-30

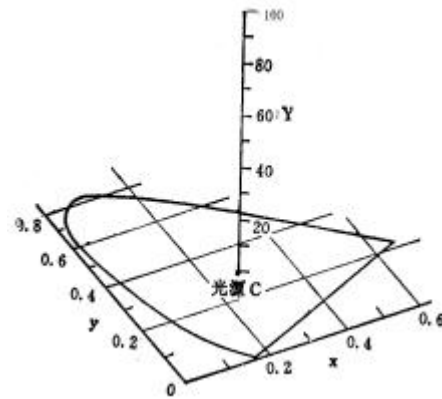


圖 5-31

由物體三刺激值計算 Y_{xy} 的公式為

$$Y = Y$$

$$x = X / (X + Y + Z)$$

$$y = Y / (X + Y + Z)$$

由 Y_{xy} 計算物體三刺激值：

$$X = xY/y$$

$$Y = Y \quad (5-14)$$

$$Z = (1 - x - y)Y/y$$

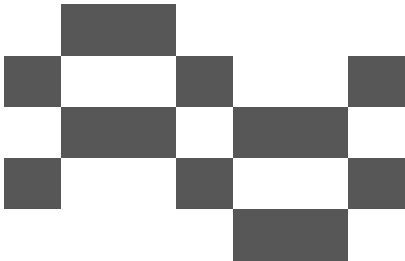
(五)、HVC 與 Y_{xy} 兩種表色方法的數值轉換

由孟塞爾所創立的色相(H)、明度(V)和彩度(C)表示顏色的方法，是從心理學的角度把彙集的實際色樣，按目視色彩感覺等間隔的排列方式，用 HVC 把各種表面的特性表示出來，給以顏色標號，並按此精心製作成許多標準顏色樣品，彙編成顏色圖冊。1929 年和 1943 年美國國家標準局 (NBS) 和美國光學會 (OSA) 對孟塞爾顏色系統作了進一步研究，由孟塞爾顏色編排小組委員會對孟塞爾色樣進行了光譜光度測量及視覺實驗，並按視覺上等距的原則對孟塞爾圖冊中的色樣進行了修正和增補，重新編排了孟塞爾圖冊中的色樣，制定了《孟塞爾新標系統》。新標系統中的色樣編排在視覺上更接近等距，而且對每一色樣都給出相應的 CIE1931 色度學系統的色度坐標，即 Y 、 x 、 y 值，這個新標系統的顏色樣品代表在 CIE 標準光源 C 的照明下可製出的所有表面色（非熒光材料）。由此可知，孟塞爾系統本身的每一色樣都是用 HVC 和 Y_{xy} 兩種方法標定的，所以根據“孟塞爾新標系統”，就可以完成 Y_{xy} 和 HVC 兩種表色方法之間的轉換計算。

1. 亮度因數 Y 與孟塞爾明度值 V 的關係

國際上採用的《孟塞爾新標系統》對於明度的分級是用實驗方法求得的。孟塞爾明度值是按視覺上的等距離從 0~10 分為 11 級，第 10 級明度值 ($V=10$) 由理想的完全反射體代表，它的反射率等於 1。然而沒有一種材料的表面具有完全反射的性質。實用中，這一系統的所有 Y 值都是以氧化鎂作為標準的，並規定氧化鎂的亮度因數 $Y=100$ ，而氧化鎂的實際反射率約為 97.5%，因此，孟塞爾第 10 級的明度值的亮度因數 $Y_0=100/0.975=102.57$ 。根據視覺實驗所得結果，孟塞爾明度只與亮度因數之間的關係如圖 5-32 所示，圖中的曲線表明，亮度因數 Y 與明度值 V 之間

是非線性關係。它們之間的函數關係，可用五次多項式表示：



$$Y=1.2219V-0.2311V^2 +0.23951V^3 -0.021009V^4 +0.000840V^5 \quad (5-15)$$

上式的最佳觀察條件是以 Y20%的中性灰色為背景。孟塞爾明度值 V 與亮度因數 Y 之間的數值關係如表 5-4 所示。

表 5-4

V	10.00	9.00	8.00	7.00	6.00	5.00	4.00	3.00	2.00	1.00	0.00
Y	102.57	78.66	59.10	43.06	30.05	19.77	12.00	6.555	3.126	1.210	0.00

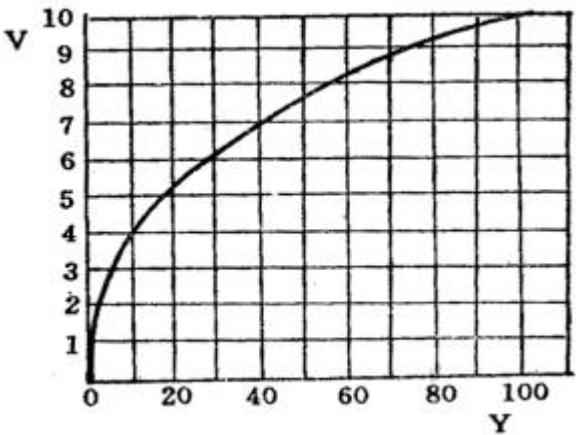


圖 5-32

2、色度坐標 x 、 y 與色相 H 、彩度 C 的轉換

在孟塞爾顏色系統中，對於明度值相同的顏色樣品只有色相和彩度兩維坐標的變化，這在 CIE1931 色度圖上，就意味著只有色度坐標 x 、 y 的不同，在孟塞爾新標系統中，按照 1~9 的 9 個明度等級，根據視覺實驗，分別在 CIE 色度圖上繪製出恆定色相軌跡和恆定彩度軌跡線。這 9 張恆定色相軌跡和恆定彩度軌跡圖（圖 5-33~圖 5-41）就是我們將 CIE1931 色度學系統(Y_{xy} 表色法)與孟塞爾系統（HVC 表色法）相互轉換的依據。

分析這 9 張不同明度的色度圖可以看出，在明度值為 4/、5/、6/時，彩度軌跡的數量最多，比明度值 9/時占色度圖更大的面積。這意味著，在中等明度值 4/~6/時有產生最大飽和度表面色的可能性，而在明度值 9/時（亮度因數 $Y=79$ ），不可能有非常飽和的顏色，特別是在色度圖的藍、紫、紅部分更是如此。隨著明度的降低，每一恆定的彩度軌跡圈急劇增大，依據在明度值 1/時（亮度因數 $Y=1.210$ ），彩度/4 的軌跡已經包括明度值 9/的全部顏色，這表明人眼分辨飽和度的能力隨明度的降低而降低，明度值為 1/時，在色度圖中黃、綠部分只剩下很少幾個恆定彩度軌跡，這表明，在明度降低時，黃、綠色只有很低的飽和度。

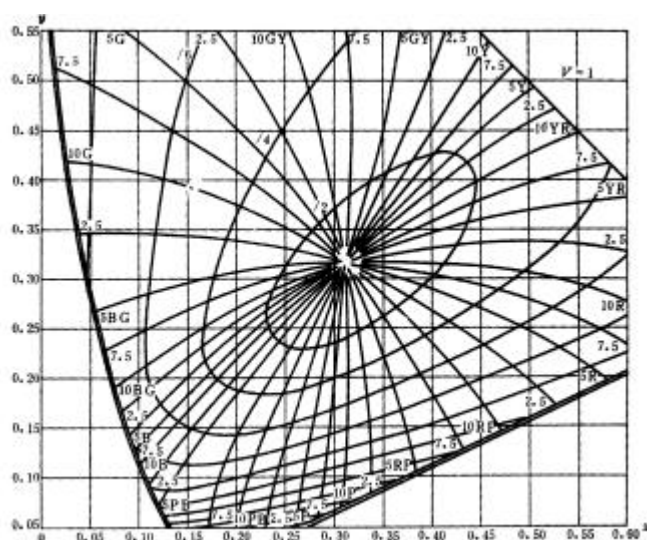


圖 5-33

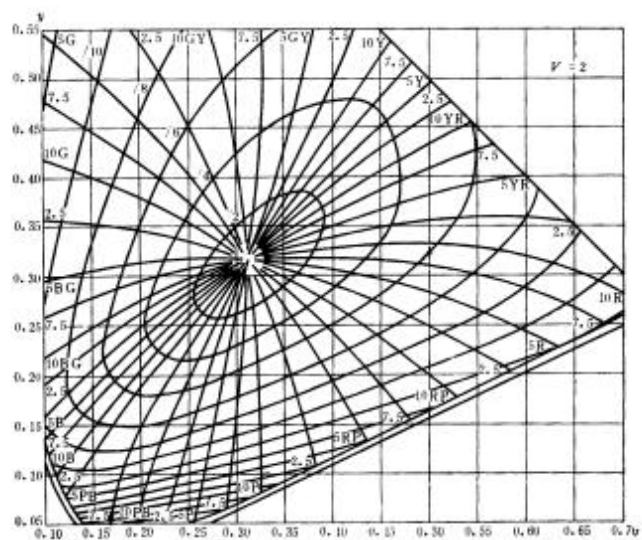


圖 5-34

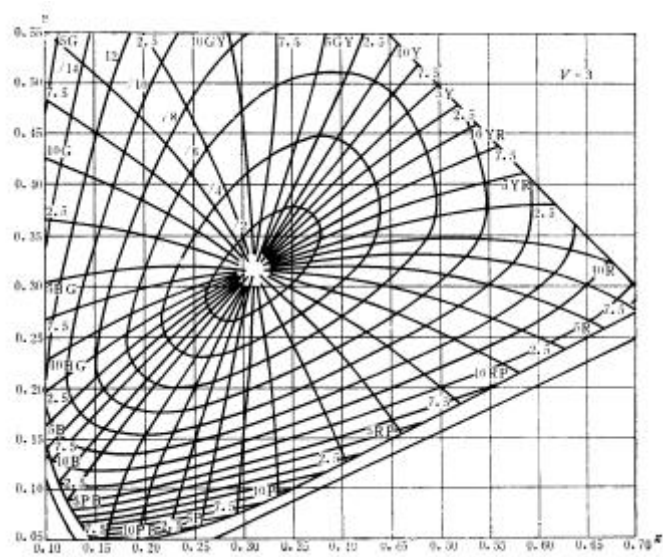


圖 5-35

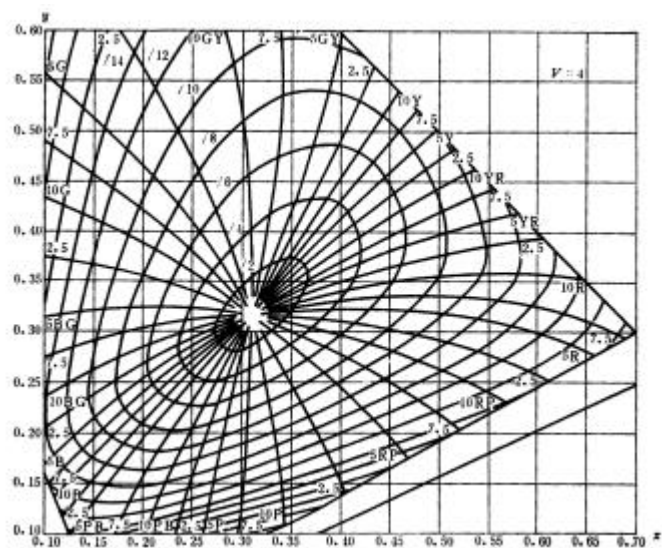


圖 5-36

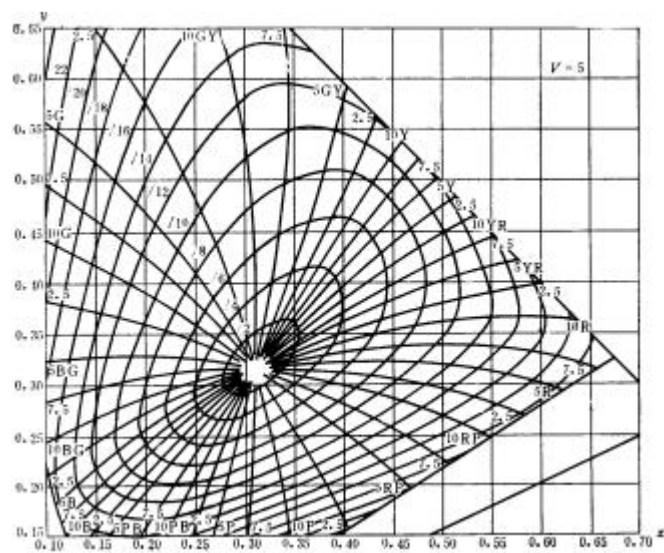


圖 5-37

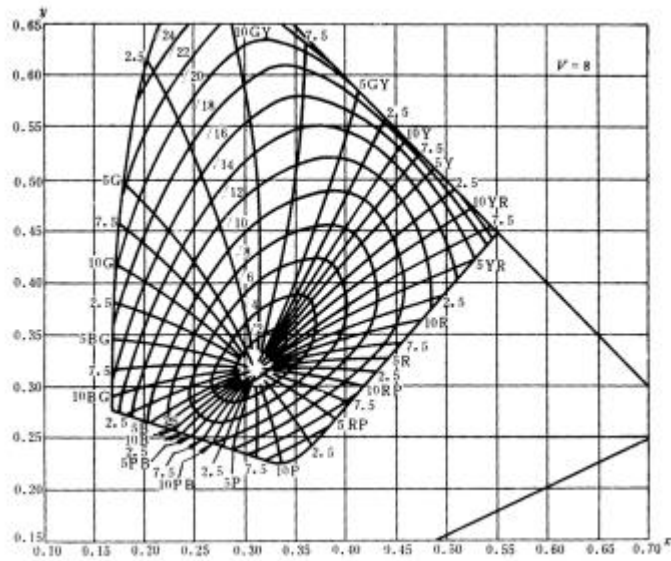


圖 5-40

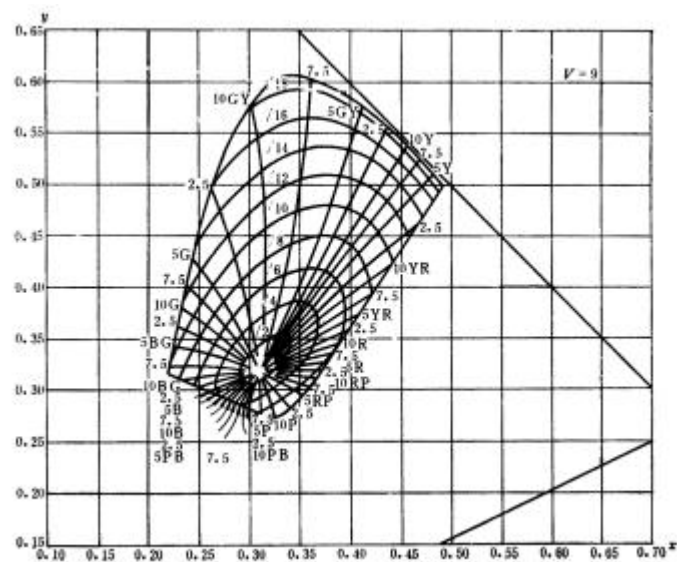


圖 5-41

(六)、CIE Y_{xy} 顏色空間的不均勻性

色彩差別量與其它物理量在性質上迥然不同。例如長度這一物理量，人們常常可以任意分割，即使人眼無法分辨的微小長度，還可以借助顯微鏡和其它物理儀器來測量和觀察。但是，對於色彩差別量來說，主要取決於眼睛的判斷。如果一個眼睛不能再分辨的色彩差別量，而人們又不能借助物理儀器來觀察它，這樣它就成了一個無意義的數值。我們把人眼感覺不出的色彩差別

量（變化範圍）叫做顏色的寬容量。顏色的寬容量反映在 CIE xy 色度圖上即為兩個色度點之間的距離。因為，每種顏色在色度圖上是一個點，但對人的視感覺來說，當這種顏色的色度坐標位置變化很小時，人眼仍認為它是原來的顏色，感覺不出它的變化。所以，對視感覺效果來說，在這個變化的距離（或範圍）以內的色彩差別量，在視覺效果上是等效的。對色彩複製和其它顏色工業部門來說這種位於人眼寬容量範圍之內的色彩差別量是允許存在的。

1942 年，美國柯達研究所的研究人員麥克亞當(D.L.Macadam)發表的一篇關於人的視覺寬容量的論文，迄今為止，仍是在色彩差別定量計算與測量方面的基本著作。在研究的過程中，麥克亞當在 CIE xy 色度圖上不同位置選擇了 25 個顏色色度點作為標準色光，其色度坐標 x 、 y 。又對每個色度點畫出 5~9 條不同的方向直線，取相對兩側的色光來匹配標準色光的顏色，由同一位觀察者調節所配色光的比例，確定其顏色辨別的寬容量。通過反覆做 50 次配色實驗，計算各次所

得色度坐標的標準差，即：

$$D_{0.5} = \sqrt{\sum_{i=1}^n \frac{1}{n} [(x_i - x)^2 + (y_i - y)^2]} \dots\dots\dots$$

(5-16)

從圖 5-42 中可以看到，圍繞指定標準色度點向各個方向的輻射線為各標準差的距離，發現不同方向上，此距離是不相等。圍繞標準色度點，在不同方向上取距離為一個標準差的點的軌跡近似一個橢圓。還可以看到在色度圖不同位置上的 25 個顏色點的橢圓形狀大小不一樣，其長軸方向也不相同。這表明在 xy 色度圖中，在不同位置不同方向上顏色的寬容量是不相同的。換句話說，標準 CIE xy 色度圖上的相同的幾何距離，在不同的顏色區域裡和不同顏色變化的方向上，所對應的視覺顏色差別量大小是不同的，圖 5-42 中的各個橢圓形寬容量是按實驗結果的標準差的 10 倍繪出的。

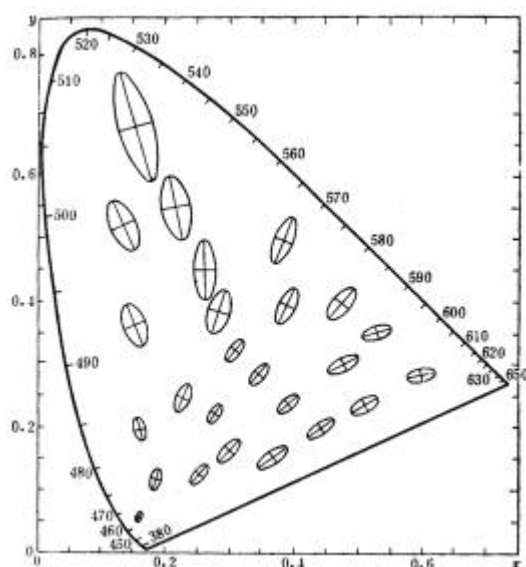


圖 5-42

麥克亞當的實驗結果表明瞭在 xy 色度圖各種顏色區域的寬容量不一樣，藍色區最小，綠色區最大。圖 5-37 是明度值 $V=5$ 的孟塞爾新標系統的色度圖，可以看出在色度圖的相同面積內，藍色區有較多的顏色（不同色相和彩度），而綠色區內卻少得多。就是說，在色度圖藍色部分的同樣空間內，視覺能分辨出較多數量的藍色；而在綠色部分同樣的空間內，人眼只能分辨出較少數量的綠色。視覺對藍色恰可辨別的最小距離與對綠色恰可辨別的最小距離之比竟達 20:1。從圖 5-37 中還可以看到，儘管孟塞爾色相和彩度是按視覺等間距來分級的，而在 xy 色度圖中卻變成不等間距了，即在 xy 色度圖中相等的空間距離在視覺效果上不是等差的。所以 CIE xy 色度圖不能正確反映顏色差別的視覺效果。如果用 xy 色度圖上兩個顏色色度點之間的距離作為色彩感覺差別量的度量，就會給人們造成錯誤的印象，影響到顏色的匹配和色彩複製的準確性，給色彩設計與複製技術增加困難。因此 CIE1931 xy 色度圖不是一個最理想的色度圖。同樣，從圖 5-32 也可以看，在明度軸上也是不均勻的，說明整個 Yxy 顏色空間的不均勻性。因此，尋求一種新的顏色空間，使得該空間的距離大小與視覺上色彩感覺差別成正比，這是許多從事色彩研究的科學家所探求的問題，也是色彩設計與複製行業所迫切需要解決的一個問題。

CIE1931RGB 真實三原色表色系統

(一)、顏色匹配實驗

把兩個顏色調整到視覺相同的方法叫顏色匹配，顏色匹配實驗是利用色光加色來實現的。圖 5-24 中左方是一塊白色屏幕，上方為紅 R、綠 G、藍 B 三原色光，下方為待配色光 C，三原色光照射白屏幕的上半部，待配色光照射白屏幕的下半部，白屏幕上下兩部分用一黑擋屏隔開，由白屏幕反射出來的光通過小孔抵達右方觀察者的眼內。人眼看到的視場如圖右下方所示，視場範圍在 2° 左右，被分成兩部分。圖右上方還有一束光，照射在小孔周圍的背景白版上，使視場周圍有一圈色光做為背景。在此實驗裝置上可以進行一系列的顏色匹配實驗。待配色光可以通過調節上方三原色的強度來混合形成，當視場中的兩部分色光相同時，視場中的分界線消失，兩部分合為同一視場，此時認為待配色光的光色與三原色光的混合光色達到色匹配。不同的待配色光達到匹配時三原色光亮度不同，可用顏色方程表示：

$$C = R(R) + G(G) + B(B) \quad (5-1)$$

式中 C 表示待配色光；(R)、(G)、(B) 代表產生混合色的紅、綠、藍三原色的單位量；R、G、B 分別為匹配待配色所需要的紅、綠、藍三原色的數量，稱為三刺激值；「o」表示視覺上相等，即顏色匹配。

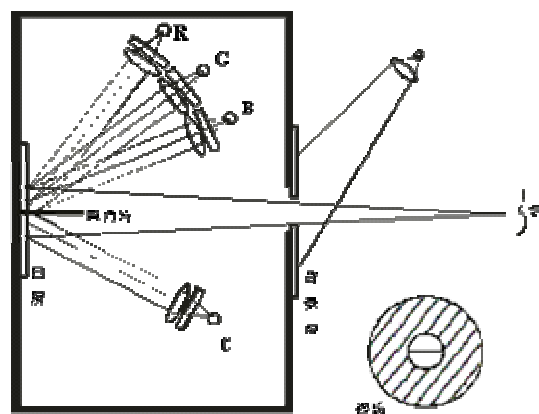


圖 5-24 顏色匹配實驗

(二)、三原色的單位量

國際照明委員會 (CIE) 規定紅、綠、藍三原色的波長分別為 700nm、546.1nm、435.8nm，在顏色匹配實驗中，當這三原色光的相對亮度比例為 1.0000：4.5907：0.0601 時就能匹配出等能白

光，所以 CIE 選取這一比例作為紅、綠、藍三原色的單位量，即 (R) : (G) : (B) = 1 : 1 : 1。儘管這時三原色的亮度值並不等，但 CIE 卻把每一原色的亮度值作為一個單位看待，所以色光加色法中紅、綠、藍三原色光等比例混合結果為白光，即 (R) + (G) + (B) = (W)。

(三)、CIE-RGB 光譜三刺激值

CIE-RGB 光譜三刺激值是 317 位正常視覺者，用 CIE 規定的紅、綠、藍三原色光，對等能光譜色從 380nm 到 780nm 所進行的專門性顏色混合匹配實驗得到的。實驗時，匹配光譜每一波長為 λ 的等能光譜色所對應的紅、綠、藍三原色數量，稱為光譜三刺激值，記為 $\bar{r}(\lambda), \bar{g}(\lambda), \bar{b}(\lambda)$ ，它是 CIE 在對等能光譜色進行匹配時用來表示紅、綠、藍三原色的專用符號。因此，匹配波長為 λ 的等能光譜色 C (λ) 的顏色方程為

$$C(\lambda) \equiv \bar{r}(\lambda)(R) + \bar{g}(\lambda)(G) + \bar{b}(\lambda)(B) \quad (5-2)$$

式中 (R)、(G)、(B) 為三原色的單位量，分別為 1.0000、4.5907、0.0601；C (λ) 在數值上表示等能光譜色的相對亮度，如圖 5-25 所示，其中最大值為 C (555)。

且有 C (555) = 1，即

$$C'(555) = \bar{r}(555)(R) + \bar{g}(555)(G) + \bar{b}(555)(B) = 1.0000 \quad (5-3)$$

光譜三刺激值的數據見表 5-2，圖 5-26 是按表 5-2 中的數據畫出的曲線。

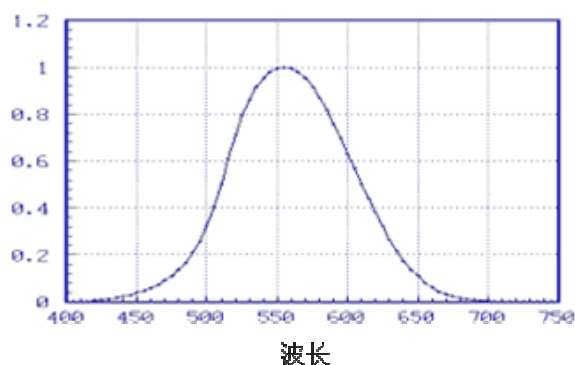


图 5-25 等能光谱色的相对亮度曲线

(縱坐標為相對亮度)

表 5-2 國際 R.G.B 坐標制 (CIE1931 年標準色度觀察者)

1 (毫微米)	光譜三刺激值			色度坐標		
	$\bar{r}(\lambda)$	$\bar{g}(\lambda)$	$\bar{b}(\lambda)$	r (1)	g (1)	b (1)
380	0.00003	-0.00001	0.00117	0.0272	-0.0115	0.9843
385	0.00005	-0.00002	0.00189	0.0268	-0.0114	0.9846
390	0.00010	-0.00004	0.00359	0.0263	-0.0114	0.9851
395	0.00017	-0.00007	0.00647	0.0256	-0.0113	0.9857
400	0.00030	-0.00014	0.01214	0.0247	-0.0112	0.9865
405	0.00047	-0.00022	0.01969	0.0237	-0.0111	0.9874
410	0.00084	-0.00041	0.03707	0.0225	-0.0109	0.9884
415	0.00139	-0.00070	0.06637	0.0207	-0.0104	0.9897
420	0.00211	-0.00110	0.11541	0.0181	-0.0094	0.9913
425	0.00266	-0.00143	0.18575	0.0142	-0.0076	0.9934
430	0.00218	-0.00119	0.24769	0.0088	-0.0048	0.9960
435	0.00036	-0.00021	0.29012	0.0012	-0.0007	0.9995
440	-0.00261	0.00149	0.31228	-0.0084	0.0048	1.0036
445	-0.00673	0.00379	0.31860	-0.0213	0.0120	1.0093
450	-0.01213	0.00678	0.31670	-0.0390	0.0218	1.0172
455	-0.01874	0.01046	0.31166	-0.0618	0.0345	1.0273
460	-0.02608	0.01485	0.29821	-0.0909	0.0517	1.0392
465	-0.03324	0.01977	0.27295	-0.1281	0.0762	1.0519
470	-0.03933	0.02538	0.22991	-0.1821	0.1175	1.0646
475	-0.04471	0.03183	0.18592	-0.2584	0.1840	1.0744
480	-0.04939	0.03914	0.14494	-0.3667	0.2906	1.0761
485	-0.05364	0.04713	0.10968	-0.5200	0.4568	1.0632

490	-0.05814	0.05689	0.08257	-0.7150	0.6996	1.0154
495	-0.06414	0.06948	0.06246	-0.9459	1.0247	0.9212
500	-0.07173	0.08536	0.04776	-1.1685	1.3905	0.7780
505	-0.08120	0.10593	0.03688	-1.3182	1.7195	0.5987
510	-0.08901	0.12860	0.02698	-1.3371	1.9318	0.4053
515	-0.09356	0.15262	0.01842	-1.2076	1.9699	0.2377
520	-0.09264	0.17468	0.01221	-0.9830	1.8534	0.1296
525	-0.08473	0.19113	0.00830	-0.7386	1.6662	0.0724
530	-0.07101	0.20317	0.00549	-0.5159	1.4761	0.0398
535	-0.05136	0.21083	0.00320	-0.3304	1.3105	0.0199
540	-0.03152	0.21466	0.00146	-0.1707	1.1628	0.0079
545	-0.00613	0.21487	0.00023	-0.0293	1.0282	0.0011
550	0.02279	0.21178	-0.00058	0.0974	0.9051	-0.0025
555	0.05514	0.20588	-0.00105	0.2121	0.7919	-0.0040
560	0.09060	0.19702	-0.00130	0.3164	0.6881	-0.0045
565	0.12840	0.18522	-0.00138	0.4112	0.5932	-0.0044
570	0.16768	0.17807	-0.00135	0.4973	0.5067	-0.0040
575	0.20715	0.15429	-0.00123	0.5751	0.4283	-0.0034
580	0.24526	0.13610	-0.00108	0.6449	0.3579	-0.0028
585	0.27989	0.11686	-0.00093	0.7071	0.2952	-0.0023
590	0.30928	0.09754	-0.00079	0.7617	0.2402	-0.0019
595	0.33184	0.07909	-0.00063	0.8087	0.1928	-0.0015
600	0.34429	0.06246	-0.00049	0.8475	0.1537	-0.0012
605	0.34756	0.04776	-0.00038	0.8800	0.1209	-0.0009
610	0.33971	0.03557	-0.00030	0.9059	0.0949	-0.0008
615	0.32265	0.02583	-0.00022	0.9265	0.0741	-0.0006

620	0.29708	0.01828	-0.00015	0.9425	0.0580	-0.0005
625	0.26348	0.01253	-0.00011	0.9550	0.0454	-0.0004
630	0.22677	0.00833	-0.00008	0.9649	0.0354	-0.0003
635	0.19233	0.00537	-0.00005	0.9730	0.0272	-0.0002
640	0.15968	0.00334	-0.00003	0.9797	0.0205	-0.0002
645	0.12905	0.00199	-0.00002	0.9850	0.0152	-0.0002
650	0.10167	0.00116	-0.00001	0.9888	0.0113	-0.0001
655	0.07857	0.00066	-0.00001	0.9918	0.0083	-0.0001
660	0.05932	0.00037	0.00000	0.9940	0.0061	-0.0001
665	0.04366	0.00021	0.00000	0.9954	0.0047	-0.0001
670	0.03149	0.00011	0.00000	0.9966	0.0035	-0.0001
675	0.02294	0.00006	0.00000	0.9975	0.0025	0.0000
680	0.01687	0.00003	0.00000	0.9984	0.0016	0.0000
685	0.01187	0.00001	0.00000	0.9991	0.0009	0.0000
690	0.00819	0.00000	0.00000	0.9996	0.0004	0.0000
695	0.00572	0.00000	0.00000	0.9999	0.0001	0.0000
700	0.00410	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
705	0.00291	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
710	0.00210	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
715	0.00148	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
720	0.00105	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
725	0.00074	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
730	0.00052	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
735	0.00036	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
740	0.00025	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
745	0.00017	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000

750	0.00012	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
755	0.00008	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
760	0.00006	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
765	0.00004	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
770	0.00003	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
775	0.00001	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000
780	0.00000	0.00000	0.00000	1.0000	0.0000	0.0000

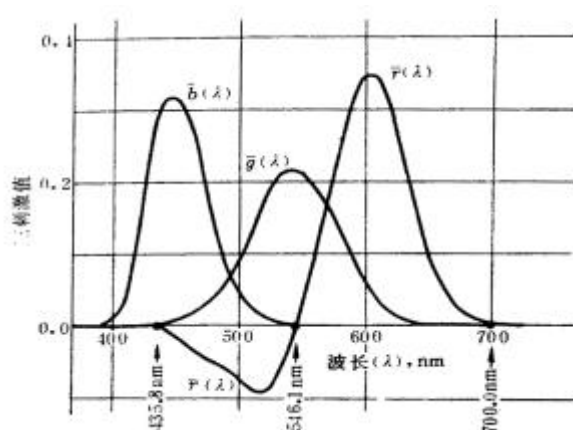


圖 5-26 CIE-RGB 光譜三刺激值

(四)、負刺激值

從表 5-2 中可以看到，在很多情況下光譜三刺激值是負值（負刺激值），這是因為待配色為單色光，其飽和度很高，而三原色光混合後飽和度必然降低，無法和待配色實現匹配。為了實現顏色匹配，在實驗中須將上方紅、綠、藍一側的三原色光之一移到待配色一側，並與之相加混合，從而使上下色光的飽和度相匹配。例如，將紅原色移到待配色一側，實現了顏色匹配，則顏色方程為

$$C(\lambda) + \bar{r}(\lambda)(R) = \bar{g}(\lambda)(G) + \bar{b}(\lambda)(B) \dots\dots\dots (5-4)$$

因此，待配色

$$C(\lambda) = -\bar{r}(\lambda)(R) + \bar{g}(\lambda)(G) + \bar{b}(\lambda)(B) \dots\dots\dots (5-5)$$

所以 $\bar{r}(\lambda)$ 出現了負值。

（五）、色度坐標

在顏色匹配實驗中，爲了表示 R、G、B 三原色各自在 R+G+B 總量中的相對比例，我們引入色度坐標 r、g、b。

$$\left. \begin{aligned} r &= R/(R+G+B) \\ g &= G/(R+G+B) \\ b &= B/(R+G+B) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5-6)$$

從上式可知 $r+g+b=1$

若待配色爲等能光譜色，則上式可寫爲

$$\left. \begin{aligned} r(\lambda) &= \bar{r}(\lambda)/[\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)] \\ g(\lambda) &= \bar{g}(\lambda)/[\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)] \\ b(\lambda) &= \bar{b}(\lambda)/[\bar{r}(\lambda)+\bar{g}(\lambda)+\bar{b}(\lambda)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5-7)$$

式中 $r(\lambda)$ 、 $g(\lambda)$ 、 $b(\lambda)$ 爲光譜色度坐標，計算出的數值見表 5-2。圖 5-27 是按表 5-2 中光譜色度坐標的數據畫出的 rg 色度圖的輪廓曲線。在偏馬蹄形的光譜軌跡中，很大一部分色度坐標 r 是負值。這一系統規定的等能白光（E 光源，色溫 5500K），位於色度圖的中心（0.33，0.33）。在 CIE rg 色度圖中色度坐標反映的是三原色各自在三刺激值總量中的相對比例，一組色度坐標表示了色相相同和飽和度相同而亮度不同的那些顏色的共同特徵，因此 CIE rg 色度圖並不反映顏色亮度的變化，色度圖的輪廓表達出了顏色的色域範圍。1931CIE-RGB 系統的 $\bar{r}(\lambda)$ 、 $\bar{g}(\lambda)$ 、 $\bar{b}(\lambda)$ 光譜三刺激值是從實驗得出來的，本來可以用於顏色測量和標定以及色度學計算，但是實驗結果得到的用來標定光譜色的原色出現了負值，正負交替十分不便，不宜理解，因此，1931 年 CIE 推薦了一個新的國際色度學系統——1931CIE-XYZ 系統，又稱爲 XYZ 國際坐標制。

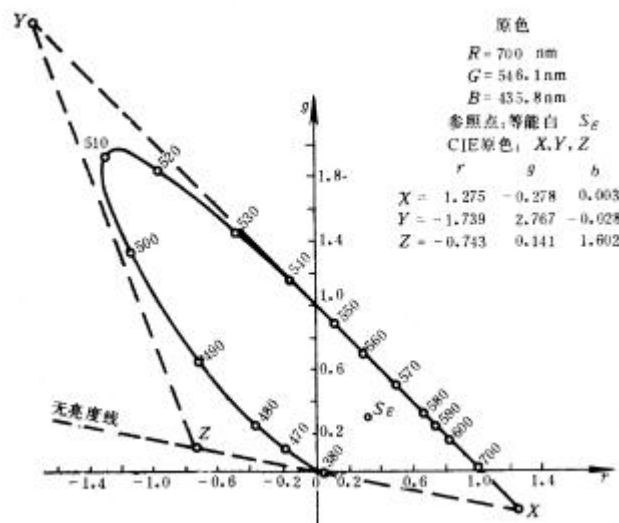


圖 5-27 CIE rg 色度圖