

第二章 几何光学

几何光学 geometrical optics

将光的波长视为极短，从而忽略其波动本性，而仅以光的直线传播性质为基础，研究光在透明媒质中传播问题的光学。仅限于研究那些几何尺寸远远大于所用光波波长的对象，可借助直线和平面几何得出近似的结果。

光线 ray of light

表示光的传播方向的几何线。

光的直线传播定律 law of rectilinear propagation of light

在均匀媒质中，光沿直线传播。即在均匀媒质中光线为一直线。

光的独立传播定律 law of independent propagation of light

自不同方向或由不同物体发出的光线的相交，对每一光线的独立传播不发生影响。

光速 speed of light

光的传播速度是有限的，在真空中光的传播速度为

$$c = 2.997925 \times 10^8 \text{m/s}$$

一般可取

$$c \doteq 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$$

折射率 refractive index

某种媒质的折射率 n 定义为光在真空中的速度 c 与光在该媒质中的速度 v 之比

$$n = \frac{c}{v}$$

折射率的大小表征透明媒质的光学密度的高低。两种媒质1, 2的相对折射率 n_{21} 等于它们各自的绝对折射率 n_1 与 n_2 之比

$$n_{21} = \frac{n_1}{n_2}$$

折射率 n 与光的波长有关, 称为色散。

光的反射和折射定律 laws of reflection and refraction

若两种媒质都是透明、均匀和各向同性的, 且它们的分界面是平面或准平面, 则光线由一媒质进入另一介质时, 光线在两个媒质的分界面上被分为反射光线和折射光线。入射线与分界面的法线构成的平面称为入射面。分界面法线与入射线、反射线和折射线所成的夹角 i_1 , i_1' 和 i_2 分别称为入射角、反射角和折射角。实验表明:

- (1) 反射线与折射线都在入射面内。
- (2) 反射角等于入射角

$$i_1' = i_1$$

(3) 折射角与入射角正弦之比等于第一种媒质相对第二种媒质的折射率:

$$\frac{\sin i_2}{\sin i_1} = \frac{n_1}{n_2} = n_{21}$$

其与媒质的光学性质和光的波长有关, 而与入射角无关。上式也称作斯涅耳定律(W. Snell), 可改写为

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

对于反射平面的情形, 将 $n_2 = -n_1$ 代入折射定律, 就可得到光的反射定律。

法线线汇 normal congruence

对于一束光线，若能找到一个曲面使它垂直于其中的每一条光线，则这束光形成一个法线线汇。如点光源发出的光线垂直于以这个点光源为中心的球面，因而形成一个法线线汇。

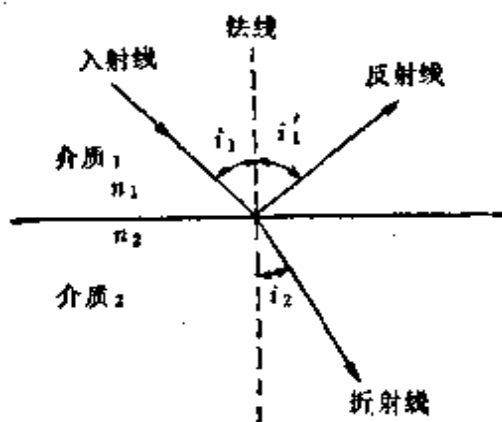


图 1-2-1

马吕斯-杜宾定理 malus-Du-pin theorem

一束光线经过任意多次反射和折射之后，仍将保持它的法线线汇。从波动理论来看，它的等价陈述为：光线在各向同性媒质里的一切传播过程中始终保持与波阵面正交。

在法线线汇光线的任何两个正交曲面(波阵面)之间，所有光线的光程长度都相等。

光程 optical path

若光线在折射率为 n 的媒质中传播距离为 Δl ，则乘积 $n\Delta l$ 称为该光线的光程

$$\Delta = n \cdot \Delta l$$

可理解为在相同时间内光线在真空中传播的距离。如光线通过一系列厚度分别为 $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, \dots$ 并且折射率分别为 n_1, n_2, n_3, \dots 的媒质，那末总光程为

$$\Delta = \sum n_i \Delta l_i$$

若媒质的折射率连续变化，则光程为

$$\Delta = \int_{(L)} n dl$$

其中积分沿光线的路径 L 。

费马原理 Fermat's principle

光从空间的一点到另一点是沿着光程为极值的路程传播的，或者说，光沿光程值为最小、最大或常量的路径传播。

费马原理的数学表述为

$$\delta\Delta = \delta \int_{(L)} n dl = 0$$

即在光线的实际路径上光程的变分为零。

全反射和临界角 total reflection and critical angle

当光从光密媒质向光疏媒质折射， $n_1 > n_2$ ，并且入射角超过临界角

$$i_c = \sin^{-1}\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$$

时，折射光消失，光线全部反射。

发光点 luminous point

只有几何位置，而没有大小，如同几何点一样的发射光线的光源。借助发光点的概念便于描述像和物的性质。

若光线实际发自某点，则该点称为实发光点；反之，若该点为诸光线延长线的交点，则为虚发光点。

光束 bundle of rays

有一定关系的一些光线的集合，称为光束。各光线本身或其延长线交于同一点的光束，称为同心光束。而由不相交于一点的有一定关系的一些光线的集合，称为像散光束。

各种光学成像系统，应在按需要改变光束的立体角的同时，保持光束的同心性。

实像与虚像 real image and virtual image

若一个以 Q 点为中心的同心光束经光具组的反射或折射后转

化为另一个以 Q' 点为中心的同心光束，则说光具组使物点 Q 成像于像点 Q' 。以刚从光具组的最后一个界面射出时为准，如果出射的同心光束是会聚的，像点 Q' 为实像；若出射的同心光束是发散的，则称像点 Q' 为虚像。实像既可用屏幕接收，又可用眼睛观察。而虚像不能用屏幕接收，却可用眼看到。因为一束成虚像的发散光束射入眼睛后，这些光线的最后方向和发散程度通过人眼的视觉作用，使人感到在它们延长线的交点处似乎真有一个发光点。

实物与虚物 real object and virtual object

对于一个光具组，若入射的同心光束是发散的，则相应的发

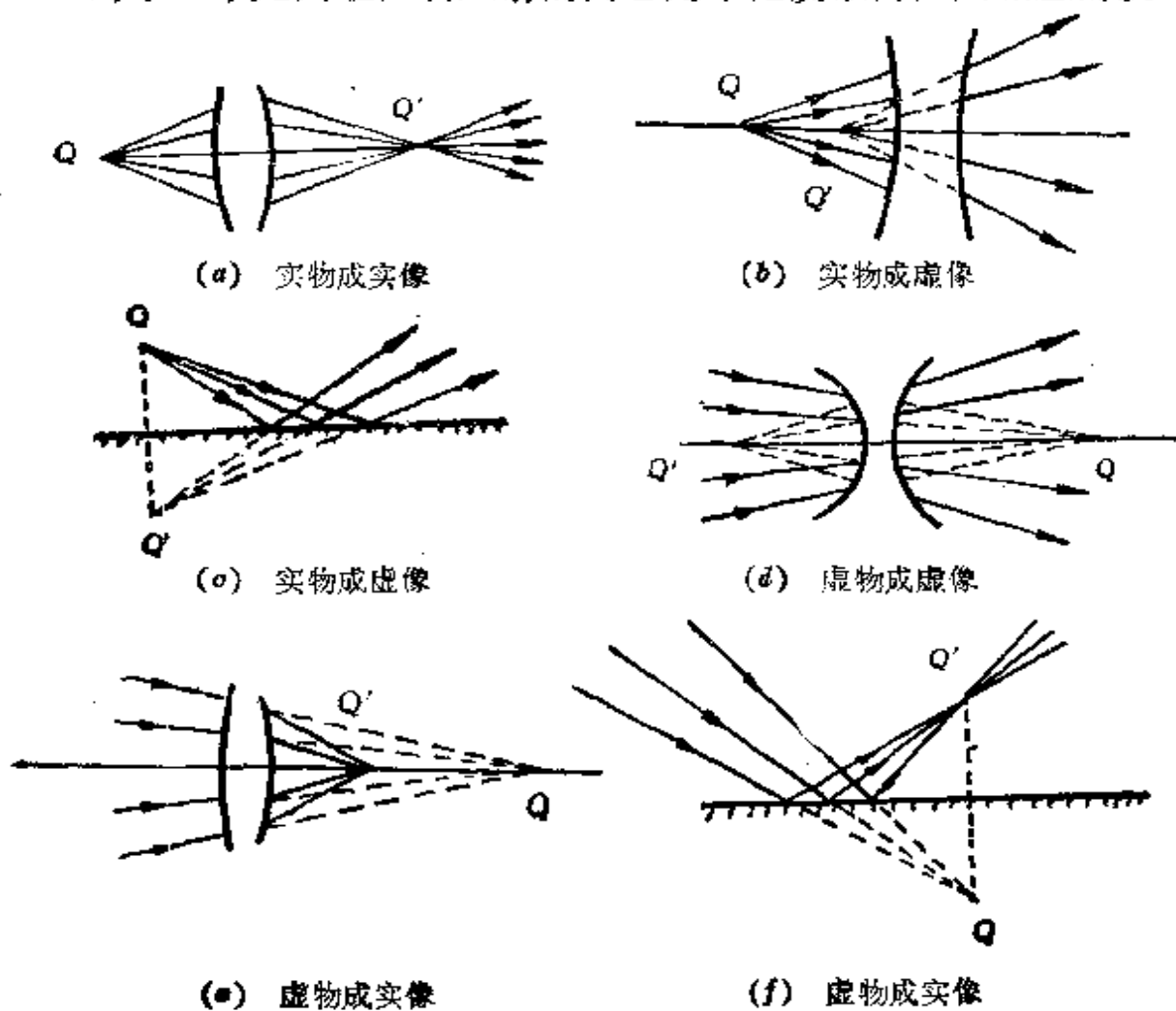


图 1-2-2 光路图

散中心 Q 称为实物；若入射同心光束是会聚的，则相应的会聚中心为虚物。虚物出现在几个光具组的组合成像问题中。

谈及物和像，首先必须明确它们所对应的光学系统，同一个画面可以既是某一系统的物，同时也是另一系统的像。

理想光具组和共轭点 ideal optical system and conjugate points

能使任何同心光束保持同心性的光具组，称为理想光具组。理想光具组将空间每个物点和相应的像点组成一一对应的关系，这样一对互相对应的点称为共轭点，其间各光线满足等光程性。实际的光学系统除平面反射镜外都不是理想光学系统，同心光束经它们变换后就成为像散光束。但是在近轴光线成像的条件下，同心光束经变换后仍可保持其同心性，点物尚可近似成一点像。

物方和像方 object space and image space

由物点组成的空间称为物方；而由像点组成的空间称为像方。实际上，物方和像方空间是重叠的。空间中某个点若与入射光束相联系，即属物方；若与出射光束相联系，则属像方。

平面反射镜 plane mirror

是最简单的，能够保持光束同心性而完善成像的光学系统。所成的像与物对称于镜面，并且大小相同，左右颠倒(反演)。

在入射线方向不变的情况下，当平面镜绕入射点垂直于入射面的轴旋转 α 角时，反射光线将改变

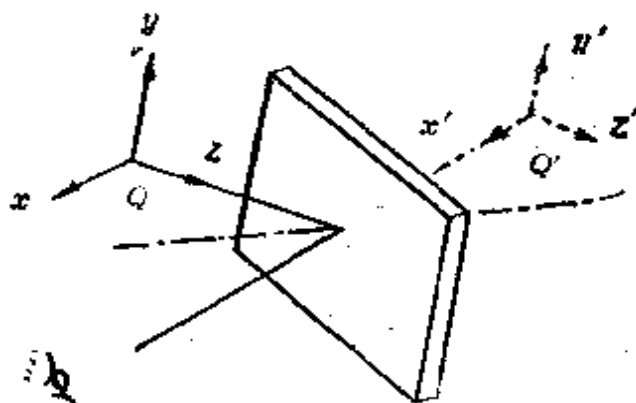


图 1-2-3 平面反射镜成像

2 α 角。

平行平面玻璃板 plane-parallel plate

当一条光线通过平行平面玻璃板时，出射光线方向不变，只产生侧向平移

$$\Delta x = t \sin \phi \left(1 - \frac{n_0}{n} \frac{\cos \phi}{\cos \phi'} \right)$$

式中 n 为玻璃板的折射率， t 为其厚度， n_0 为周围媒质的折射率，

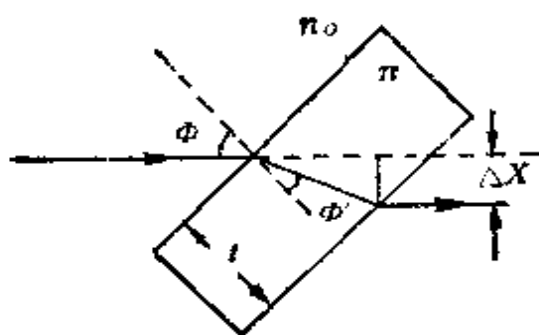


图 1-2-4 平行平面玻璃板的折射

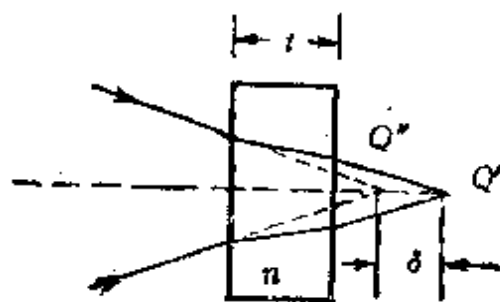


图 1-2-5

ϕ 和 ϕ' 分别为入射角和折射角。当周围媒质为空气，并且入射角 ϕ 很小时

$$\Delta x = t \phi \left(1 - \frac{1}{n} \right)$$

近轴成像时的纵向位移为

$$\delta = \frac{n-1}{n} \cdot t$$

等光程面 surface of equal optical path

对于某一对物像共轭点来说，能够满足物像之间的等光程性

的曲面，称为这一对共轭点的等光程面。即以该物点为中心的同

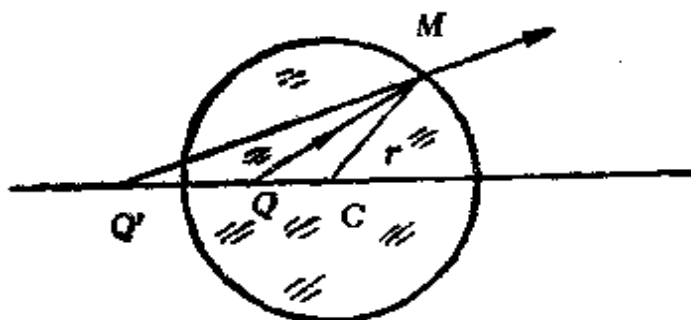


图 1-2-6 折射球面的齐明点

心光束经等光程面反射或折射后，严格地变换为以该像点为中心的同心光束。宽光束的理想成像只能借助等光程面在个别的共轭点上实现。

一般来说，折射等光程面是四次曲面(笛卡儿卵形面)；折射球面是称为齐明点的一对共轭点Q和Q'的等光程面。Q和Q'到球心的距离分别是

$$\overline{QC} = \frac{n'}{n}r$$

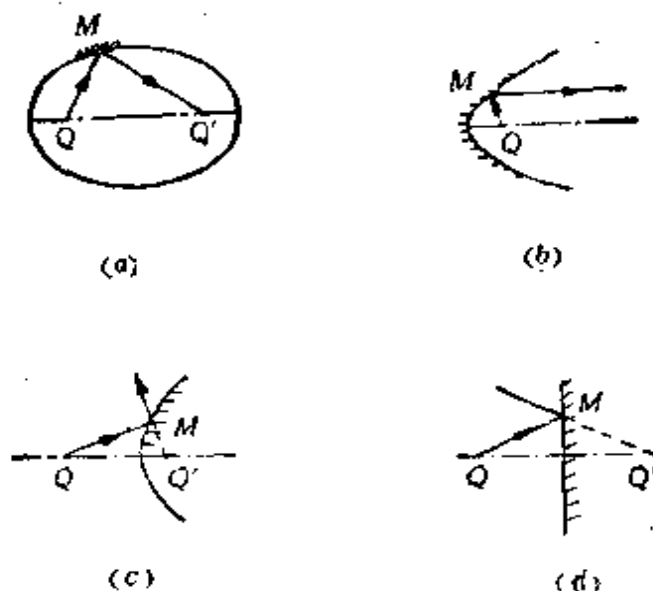


图 1-2-7 反射等光程面
(a)椭球面 (b)抛物面 (c)双曲面 (d)平面

$$\overline{Q'C} = \frac{n}{n'}r$$

设从 Q 到 Q' 的光线与等光程面相遇的点为 M ，则反射等光程面方程为

$$\overline{QM} \pm \overline{MQ'} = \text{常数}$$

式中取(+)号时为实像，是以 Q 和 Q' 为焦点的旋转椭球面。在 Q 或 Q' 之一为无穷远点时，曲面退化为旋转抛物面，用于产生和接收平行光束。式中取(-)号时为虚像，是以 Q 和 Q' 为焦点的旋转双曲面。当式中常数为零时，曲面退化为平面。

单球面的折射和符号规定 refraction at a single spherical surface and convention of signs

如图1-2-8所示， Σ 为折射球面，设其半径为 r ，球心位于 C ，球面与光轴的交点 O 称为顶点，前后媒质的折射率分别为 n 和 n' 。从轴上物点 Q 引一条入射光线与 Σ 面相遇于 M ，折射后重新交光轴于 Q' 。

符号规则为：

1. 轴向线段以入射光的进行方向(习惯上是自左至右)为正，以折射球面顶点或折射点为起点算起，同向为正，反向为负；
2. 垂直于轴的线段均由轴计起，向上者为正，向下者为负；
3. 对角度来说，以法线或光轴为始边，顺时针旋转所构成的锐角为正，反之，为负；
4. 图中只标记角度和线段的绝对值，若某一字母表示负值，其前端标以负号。

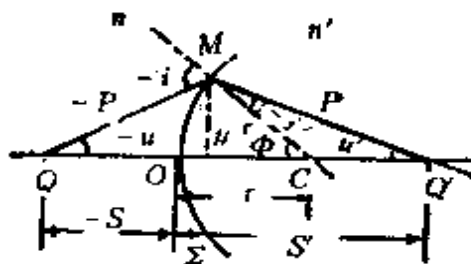


图 1-2-3 单个球面的折射

光线追迹公式 ray-tracing formulas

光线追迹是指跟踪一条光线依次通过各媒质折射(或反射)面的路线,以求得系统的光学成像性质。光线追迹也称为光路计算或描光路,是光学设计的基础。如图1-2-8所示,光经球面折射时,入射光线 QM 和出射光线 MQ' 可分别用 (s, u) 和 (s', u') 来表征,或用 s, s' 和 ϕ 来表征。由折射定律

$$n \sin(-i) = n' \sin(-i')$$

和几何关系

$$\phi = u - i = u' - i'$$

和

$$\frac{-p}{\sin \phi} = \frac{r}{\sin(-u)} = \frac{r-s}{\sin(-i)}$$

$$\frac{p'}{\sin \phi} = \frac{r}{\sin(u')} = \frac{s'-r}{\sin(-i')}$$

或

$$p^2 = (r-s)^2 + r^2 - 2r(r-s)\cos\phi$$

$$p'^2 = (r-s')^2 + r^2 - 2r(r-s')\cos\phi$$

再加上相邻面的过渡条件即可在原则上解决光线追迹问题;寻求任意入射线 QM 经 Σ 折射后的出射线 MQ' 。

由以上关系可得

$$\frac{r^2 + (r-s)^2}{n^2(r-s)^2} - \frac{2r\cos\phi}{r^2(r-s)} = \frac{r^2 + (r-s')^2}{n'^2(r-s')^2} - \frac{2r\cos\phi}{n'^2(r-s')}$$

可见,一般说来, s' 与折射点对曲率中心的张角 ϕ 有关,球面折射破坏了光束的单心性,除了齐明点或 ϕ 很小的特殊情况外,一般不能给出完善的像。

近轴光学(高斯光学,一阶光学) paraxial optics(Gauss optics, first-order optics)

因

$$\cos\phi = 1 - \frac{\phi^2}{2!} + \frac{\phi^4}{4!} - \frac{\phi^6}{6!} + \dots$$

$$\sin\phi = \phi - \frac{\phi^3}{3!} + \frac{\phi^5}{5!} - \frac{\phi^7}{7!} + \dots$$

当物点发出的为元光束，即 u 和 ϕ 很小， M 靠近 O ，取一级近似时，有

$$\cos\phi \approx 1, \sin\phi \approx \phi, \sin i \approx i$$

和

$$p \approx s, p' \approx s'$$

在此近轴区域， s' 值均唯一地于 s 决定，即由主光轴（球面顶点 O 与曲率中心 C 的连线）上发光点发出的单心光束经球面折射后仍保持单心性。研究近轴区域内物像关系的光学称为近轴光学也称高斯光学或一阶光学。

近轴物体 paraxial object

当垂轴物体或轴外物点对球心 C 的张角（视场角） ω 很小，致使 $\omega \approx \text{tg}\omega$ ，则可称为近轴物体或近轴物点。

近轴条件 paraxial condition

包括近轴光线的条件和近轴物体的条件。如图1-2-9所示，用 ϕ 很小的单色元光束经球面折射成像时，一对共轭面是两个同心的球面。再限制视场角 ω 很小时，垂轴物体 QQ_1 在近轴条件下经球面折射可成一完善的垂轴像 $Q'Q'_1$ 。

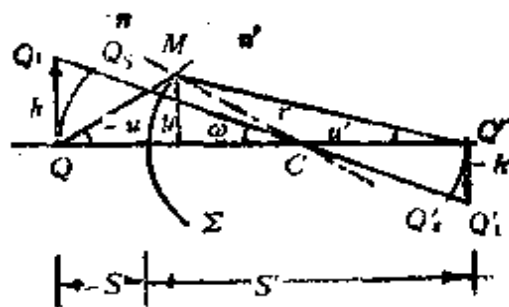


图 1-2-9 近轴条件

单球面的折射成像 image formation by a single refracting spherical surface

单一球面折射的物像距公式为

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$$

式中 s 为自球面顶点算起的物距， s 小于0为实物，大于0为虚物。 s' 为自球面顶点算起的像距， s' 小于0为虚像，大于0为实像。 r 为自球面顶点算起的半径，与入射光线同向(凸面)为正，反向(凹面)为负。 $r = \infty$ 时为平面。 n 、 n' 为物、像方折射率。

球面镜成像 image formation by a spherical mirror

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

式中 s 、 s' 分别为自球面顶点算起的物、像距。虚像时 s' 为正，实像时 s' 为负。

拉格朗日-亥姆霍兹不变量 lagrange-Helmholtz invariant

$$l = n h u$$

简称拉氏不变量。它给出物空间和像空间在近轴区的各共轭量间的关系。即在光线经球面折射时，物空间的折射率 n ，物高 h 和光线与主光轴的夹角 u (孔径角)三者之乘积等于像空间的折射率 n' ，像高 h' 和与角 u 共轭的角 u' 三者之积。

$$n h u = n' h' u'$$

此式简称为拉氏不变式。

对于由 k 个同轴球面组成的系统(参看图1-2-10)，则有

$$n_1 h_1 u_1 = \dots = n_{i-1} h_{i-1} u_{i-1} = n_i h_i u_i = \dots = n_k h_k u_k$$

当物在同轴球面系统中的位置、高度和光线的孔径角为已知时，则应用拉氏不变式，就能研究每个折射面对于成像的作用，或

对给定的物研究它经每一面折射后的成像位置和大小。

同轴光组、基点和基面 coaxial optical system cardinal points and cardinal planes

由中心在同一直线上的两个或两个以上的球面组成的系统，称为同轴光组。诸中心所在的直线称为光组的光轴。解决同轴光

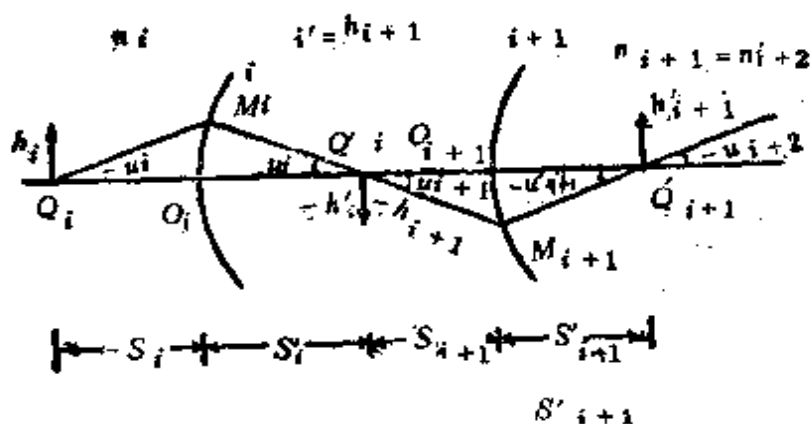


图 1-2-10

组的成像问题可采用逐个球面成像的方法。但若折射球面很多，逐次成像法将十分繁琐。根据高斯理论，在近轴条件下，同轴光组可完善成像。若把同轴光组作为一个整体，而不逐一研究每个面的成像时，则可用称为光组基点基面的几个特别的点和面描述光组的基本光学特性，解决光组的成像问题。通常选用的基点和基面是焦点和焦面、主点和主面、节点和节面。这六个基点的位置一般与光的波长有关。

焦点和焦面 focal points and focal planes

当物点在物方主焦点(简称物方焦点,也称为前焦点或第一焦点) F 点时,由其发出的光线经同轴光组(或单一球面)后成平行于系统光轴的光束在像方空间射出。

系统物方空间平行于光轴的入射平行光束,经同轴光组(或单一球面)后,该光束或其延长线交于光轴上的像方主焦点(简称像方焦点,也称为后焦点或第二焦点) F' 。也就是说,像方焦点 F' 是轴上无穷远物点的共轭点。

通过物方焦点 F 与光轴垂直的平面 F 称为物方焦面(前焦面或第一焦面);通过像方焦点 F' 与光轴垂直的平面 F' 称为像方焦面(后焦面或第二焦面)。焦面的共轭平面在无穷远处,焦面上轴外点的共轭点是轴外的无穷远点。即以物方焦面 F 上轴外一点为中心的入射同心光束经光组变换为与光轴成一定倾角的出射平行光束。与光轴成一定倾角的入射平行光束经光组后变为以像方焦面 F' 上轴外一点为中心的出射同心光束。

主点和主面 principal points and principal planes

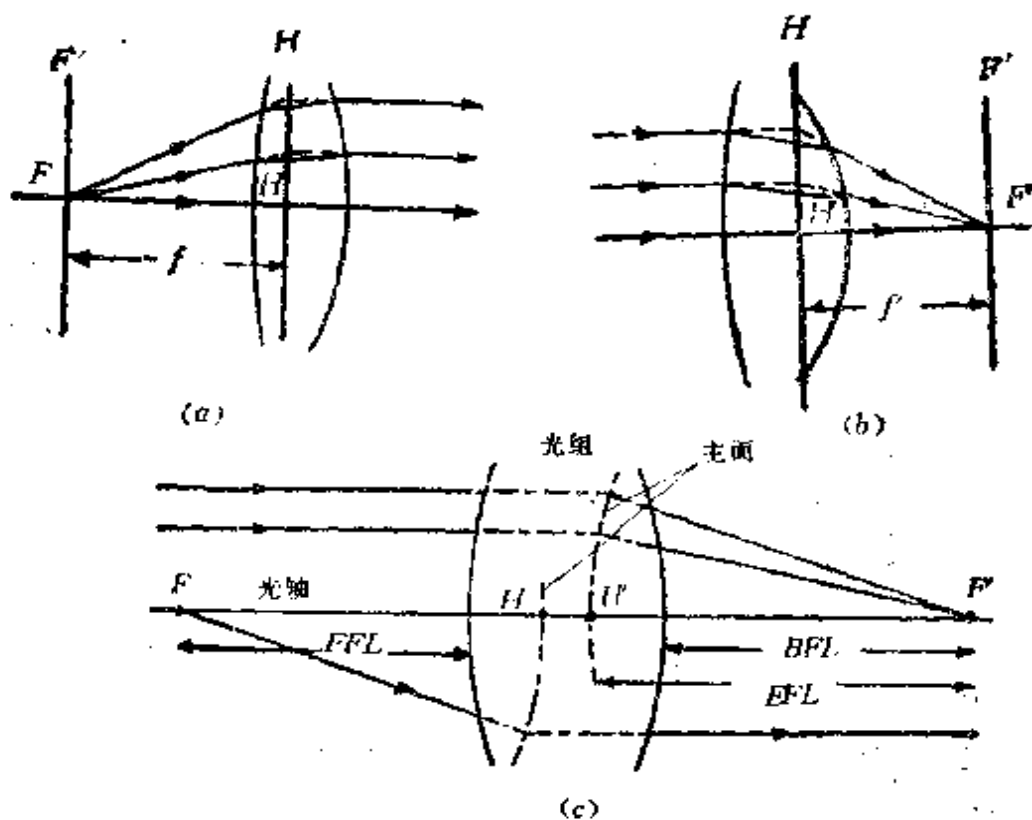


图 1-2-11

横向放大率等于1的一对共轭面,称为主面。属于物方的为物方主面 H ,其轴上点称为物方主点 H (也称为第一主点或前主点);属于像方的为像方主面 H' ,其轴上点叫做像方主点 H' (第二主点或后主点)。主面的角放大率 $\gamma_H = \frac{n}{n'}$ 。

以两折射球面组成的光组为例,如图1-2-11(a)和(b)所示。在两图中分别将每对共轭光线延长,它们的交点的轨迹一般是对称于光轴的曲面,如图1-2-11(c)所示。若限于近轴范围,这曲面可近似看成是与光轴垂直的平面,即主面。主面不一定在光组的两界面之间。

由图1-2-12可见,光组对从物方主焦点 F 发出的光线所产生的许多个实际的折射和反射,可简化为物方主面的一次偏折。同样,光组对入射的平行于光轴的光线的偏折,等效于像方主面的一次偏折。需要注意,光组的两个主点 H 、 H' 是一对共轭点,而光组的焦点 F 、 F' 却一定不是共轭点对。对单一球面,两主点重合,即顶点 O 。

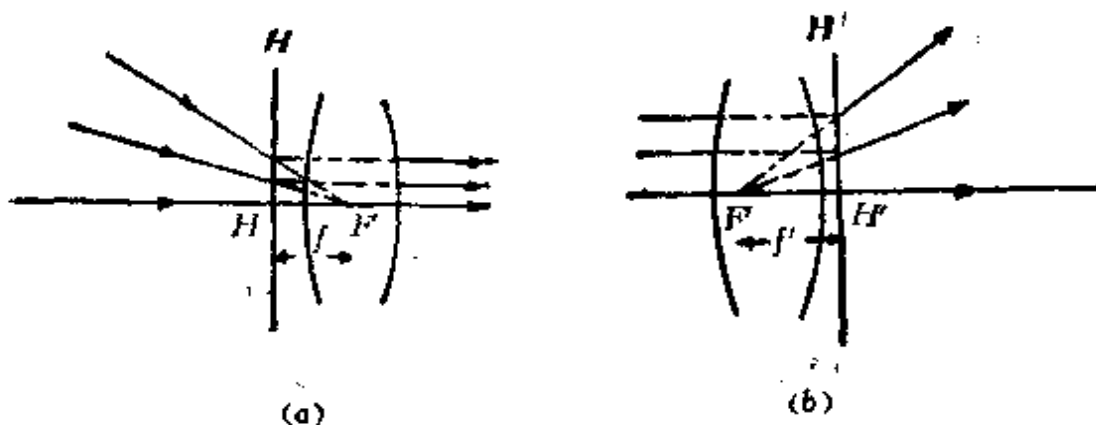


图 1-2-12

若已知光组的焦点和主点,即可确定物、像关系。

节点和节面 nodal points and nodal planes

节点是轴上角放大率等于 1 的一对共轭点(图1-2-13), 属于物方的叫物方节点(也称前节点或第一节点) N , 属于像方的叫像方节点 N' (也称为后节点或第二节点)。节点的物理意义是通过它们的任意共轭光线方向不变, 即 $u = u'$ 。过两节点与轴垂直的二平面分别叫作物方节面 N 和像方节面 N' 。当物、像方折射率相等时, 节点与主点重合。可以证明, 节平面的横向放大率 $\beta_N = n/n'$ 。

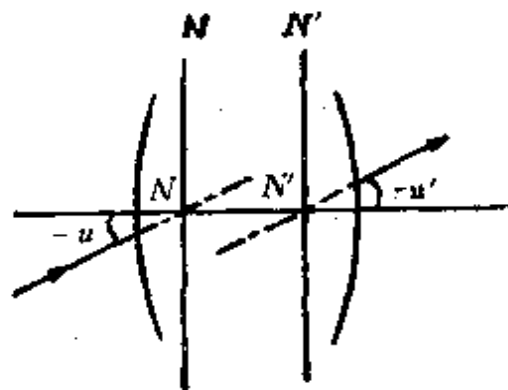


图 1-2-13

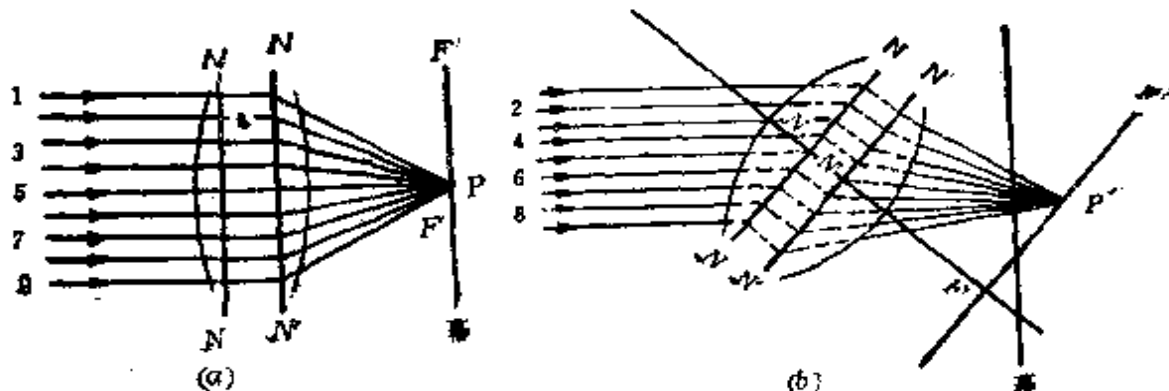


图 1-2-14

还可以证明对于同轴光组, 必有 $\overline{NN'} = \overline{HH'}$, $\overline{HN} = \overline{H'N'} = f'$ $\frac{n' - n}{n'}$ 式中 f' 为像方焦距, n' 和 n 分别为物、像方折射率。

由节点的特性可知, 同轴光组绕其像方节点 N' 以垂直于光轴的方向为轴进行小角度旋转时, 像点将不发生横向位移。图1-2-14(a)示出一同轴光组对入射的正平行光在 F' 处成一亮点。当物、像方折射率相等时, 节点与主点重合。这时在置于焦平面的幕上 P 点处得一亮点。图1-2-14(b)表示, 当一切不动, 只让光组绕 N' 点在纸面内转一小角度, 则焦平面也转了一个角度。原来第5条

光线笔直通过 N 、 N' 到达 P 点，现在则为第4条光线通过 N ，然后自 N' 平行射出，与原来未旋转时第5条出射光线方向相同。旋转后的像点为在焦平面上的 P' 点，从幕上看， P' 和 P 并没有横向位移，只是幕上亮点不象旋转前那样清晰。测节器(nodal slide)就是应用这一原理测定同轴光组的像方主点(即像方节点)的装置。将光组物方、像方互换，则可用同样方法定出物方主点。

对于单一球面来说，两节点重合，即为球面中心 c 。

焦距 focal lengths

即自物方主点 H 到物方焦点 F 的距离称物方焦距，用 $f = \overline{HF}$ 表示，由像方主点 H' 到像方焦点 F' 的距离称像方焦距，用 $f' = \overline{H'F'}$ 表示。可见焦距的正负取决于主点和焦点的相对位置，与入射光同方向为正，反向为负。这两种焦距统称为有效焦距 EFL(Effective Focal Length)。其物理意义是， f 为当像距无穷远时的物距， f' 为当物距无穷远时的像距。

前焦距FFL(Front Focal Length)是从光组的入射面的顶点到物方焦点的距离；后焦距BFL(Back Focal Length)为从光组的出射面的顶点到像方焦点的距离。

对单球面折射或反射的情形，焦距 f 和 f' 都从球面顶点算起，而对薄透镜，都从其光心算起。

设物、像方的折射率分别为 n 和 n' ，则物、像方的焦距 f 和 f' 有如下关系：

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

此式普遍适用于任何光组。

对于单球面折射的情形，还有

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r \quad f = -\frac{n}{n' - n} r$$

式中 r 为球面半径，是自球面顶点到球心的距离 \overline{OC} ，与入射光线同

向为正，反向为负。

对于球面镜的情形，则有

$$f = f' = \frac{r}{2}$$

薄透镜的焦距 f' 与其两球面的曲率半径 r_1 和 r_2 的关系为

$$\frac{1}{f'} = \left(\frac{n_0}{n} - 1 \right) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

式中 n_0 为透镜材料的折射率， n 为透镜两边媒质的折射率。当透镜置于空气中时，则为

$$\frac{1}{f'} = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

焦节距 distance from the focus to the nodal point

焦节距是自焦点至节点的距离。对于一个同轴光组来说，其物方焦距必等于像方焦节距，即 $f = \overline{HF} = \overline{F'N'}$ ；其像方焦距必等于物方焦节距，即 $f' = \overline{H'F'} = \overline{FN}$ 。

在给定 n 和 n' 的情况下，若已知 H 、 H' 和另一基点，即可用以下三式定出另外三个基点：

$$\overline{HF} = \overline{F'N'} \quad \overline{H'F'} = \overline{FN} \quad f'/f = -n'/n$$

同轴光组的组合 combination of coaxial optical systems

若两个同轴光组的基点及它们之间的光学间隔为已知，且它们的轴是共线的，则可求出由这两个子系统构成的组合光组的基点。

设子系统 I 的物、像方焦距为 $f_1 = \overline{H_1F_1}$ 和 $f_1' = \overline{H_1'F_1'}$ ，子系统 II 的物、像方焦距为 $f_2 = \overline{H_2F_2}$ 和 $f_2' = \overline{H_2'F_2'}$ 。光线进行方向为由子系统 I 到子系统 II。光学间隔为

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = f_2 - f_1' + d$$

是自子系统 II 的像方焦点 F_2' 到子系统 I 的物方焦点 F_1 的距离，与

入射光线方向同向为正，反向为负。两个子系统之间的距离为

$$d = \overline{H_1^* H_2}$$

是自子系统 I 像方主点 H_1^* 到子系统 II 的物方主点 H_2 的距离。子系统 I 的物、像方折射率为 n, n_0 ，子系统 II 的物、像方折射率为 n_0, n' ，则组合光组的物、像方焦距为

$$f = \overline{HF} = \frac{f_1 f_2}{\Delta} \quad f' = \overline{H'F'} = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$

超星浏览器提醒您：
使用本复制品
请尊重相关知识产权！

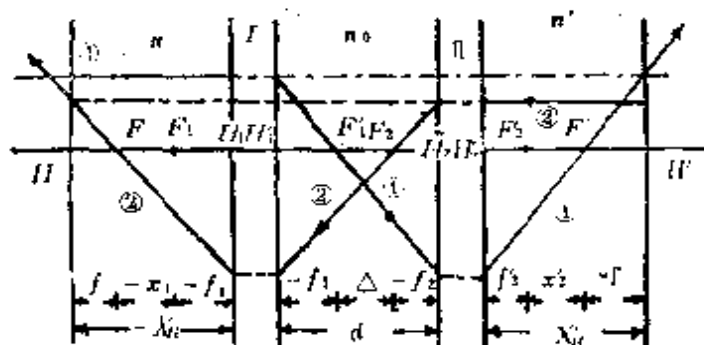


图 1-2-15

组合光组的物、像方主点分别由以下二式确定

$$x_H = \overline{H_1 H} = f_1 \frac{d}{\Delta} = f \frac{d}{f_2} \quad x_{H'} = \overline{H_2' H'} = f_2' \frac{d}{\Delta} = -f' \frac{d}{f_1'}$$

x_H 为自子系统 I 的物方主点 H_1 到组合光组物方主点 H 的距离， $x_{H'}$ 为自子系统 II 的像方主点 H_2' 到组合光组像方主点 H' 的距离。定出 H, H' 后再由 f, f' 定出组合光组的两个主焦点 F 和 F' 。

高斯公式和牛顿公式 Gaussian formula and Newtonian formula

高斯公式和牛顿公式普遍适用于近轴条件下的任何光组(见图1-2-16)，对于大多数经过良好校正的光学系统，在非近轴条件下也可近似应用。

高斯公式

$$\frac{f'}{s'} + \frac{f}{s} = 1 \quad \text{或} \quad \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{f'}$$

当物、像方媒质相同时

高斯公式为
$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

对于球面镜，则有
$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} = \frac{2}{r}$$

式中 f 、 f' 为物、像方焦距， s 、 s' 是物距和像距，分别是由主点 H 和 H' 算起到轴上物点 Q 和轴上像点 Q' 的距离。对单球面光组则以球面顶点 O 为原点。

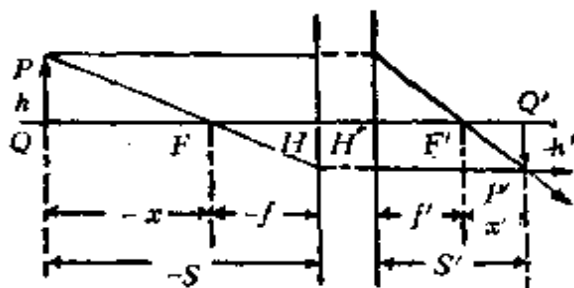


图 1-2-16

牛顿公式

$$xx' = ff'$$

当物、像方媒质相同时的牛顿公式为

$$xx' = -f'^2$$

式中 x 、 x' 为从主焦点 F 和 F' 算起的物、像距。

若已知光组的基点和物的位置，即可用高斯公式或牛顿公式计算像的位置。

主光轴和辅助光轴 principal axis and auxiliary axis

在同轴光组中，各球面中心的连线称为主光轴，对于单一球面，主光轴亦即球面顶点与曲率中心的连线。除主光轴外，在单球面中通过球面曲率中心的其它任何直线都称为辅助光轴。沿着主光轴或辅助光轴传播的光线不发生偏折。

成像作图法 graphical constructions

若已知光组的基点和物的位置、大小，除了采用高斯公式或牛顿公式及放大率公式计算像的位置和大小外，还可通过成像作

图法方便地求出共轭点、线和面的位置。成像作图法包括平行光线法和倾斜光线法。

平行光线法 parallel-ray methods

利用下列三条特殊光线中的任意二条，可以求得光组造成的像的位置和大小(参看图1-2-17、18)：

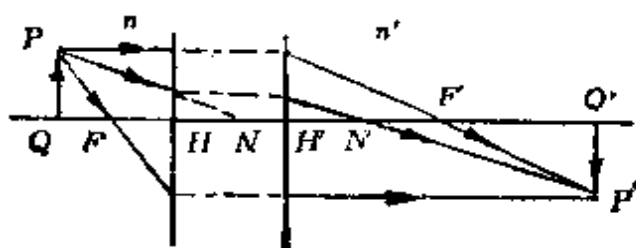


图 1-2-17



图 1-2-18

- (1) 过物方焦点的入射光线到物方主平面 H ，自像方主平面 H' 平行于主光轴射出系统；
- (2) 平行于主光轴的入射光线到像方主平面 H' 折向像方焦点；
- (3) 过物方节点的入射光线，经光组后通过像方节点，且方向不变。

对于单一球面，其主点 H 、 H' 合一，即球面顶点 O ；其节点 N 、 N' 也合一，即球面曲率中心 c 。折射球面成像，参见图1-2-19、20。球面镜成像，参见图1-2-21、22。

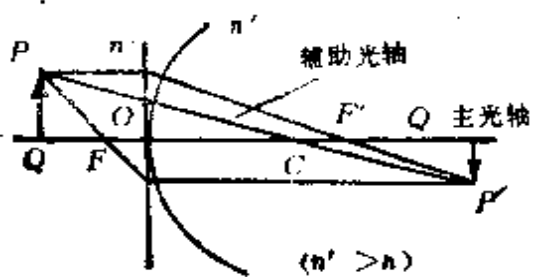


图 1-2-19

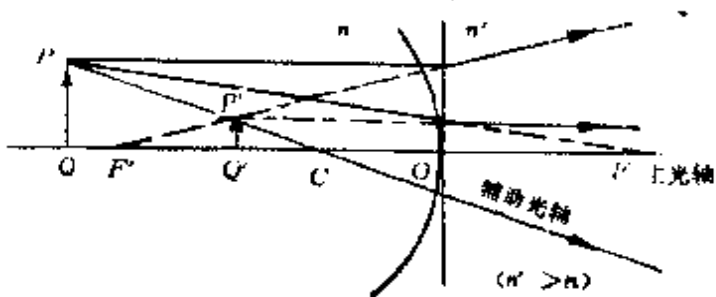


图 1-2-20

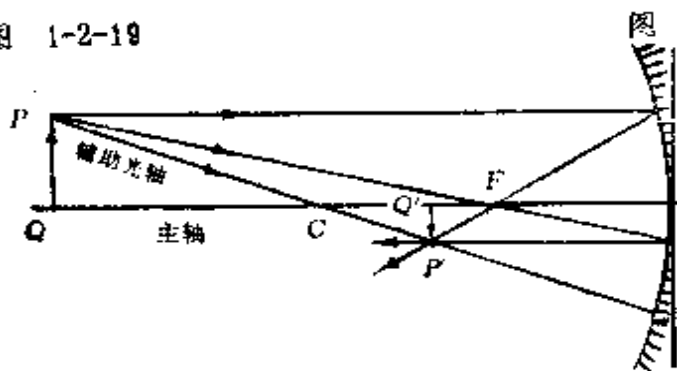


图 1-2-21

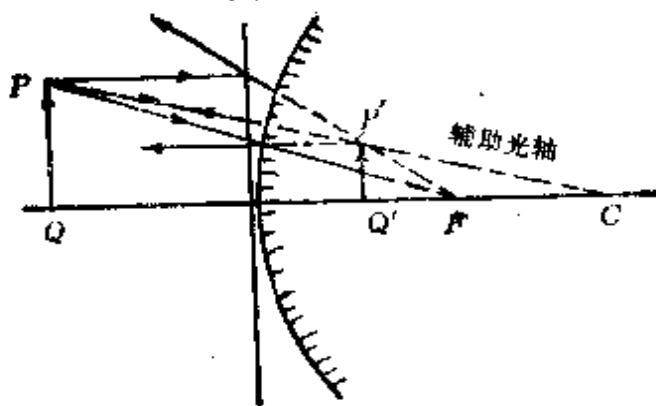


图 1-2-22

若物、像方折射率相等，薄透镜的两主点 H 、 H' 和两节点 N 、 N' 都重合于透镜的光心 C ，如图1-2-23、24所示。

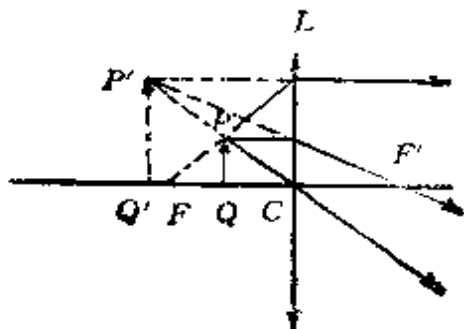


图 1-2-23

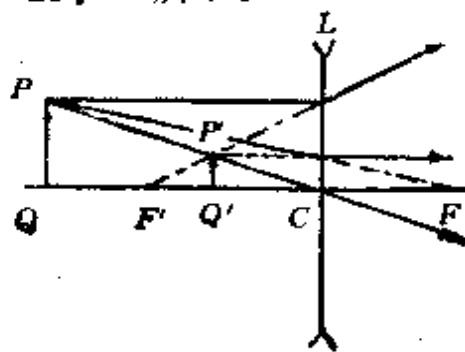


图 1-2-24

对于两薄透镜 L_1 和 L_2 的组合系统成像,见图1-2-25,可先用光线①②③中的任何二条求出只有透镜 L_1 时的像 $Q_1'P_1'$,此像亦即透镜 L_2 的物 Q_2P_2 。再用二条特殊光线④⑤(图中以点划线—·—·—表示)求出经透镜 L_2 后所成的组合系统的像 $Q_2'P_2'$ 。连接 P_1' 和 L_2 的光心 C_2 并反向延长即得光线④。

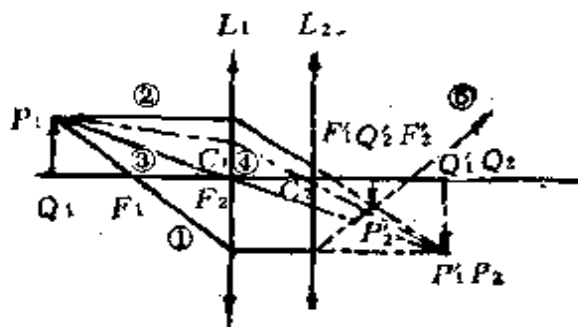


图 1-2-25

厚透镜成像如图1-2-26所示,图中 C_1 、 C_2 分别为第一、二面的曲率中心, $Q_1'P_1'$ 为第一面所成的像, $Q_2'P_2'$ 为透镜成的像;

若已定出主焦点和主点位置,可按图1-2-17作图求像。

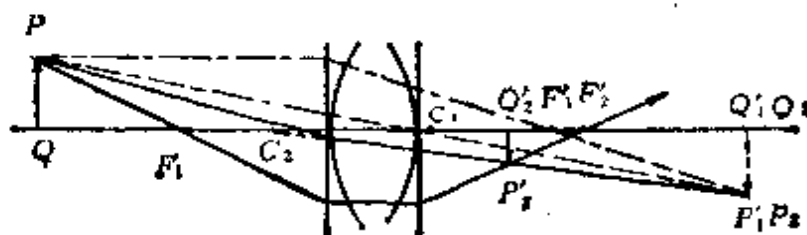


图 1-2-26

倾斜光线法 oblique-ray methods

倾斜光线作图法可用于求轴上物点的像或任意入射光线的共轭线,其原理是利用了焦面的性质:斜平行光过系统后必交于焦面上一点。如图1-2-27所示,可过物方焦点作一光线①平行于轴上物点发出的斜光线,也可利用 $\overline{HF} = \overline{F'N'}$, $\overline{H'F'} = \overline{FN}$ 的关系先定出节点 N 、 N' 的位置,过两节点作平行光线②,光线①或②与物点发出的斜光线经光组后交于像方焦面上一点,通过该点即可

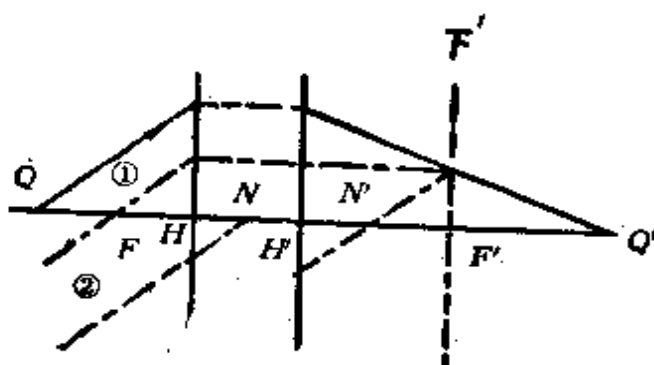
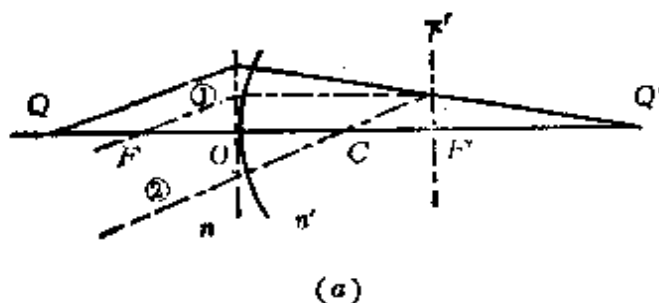


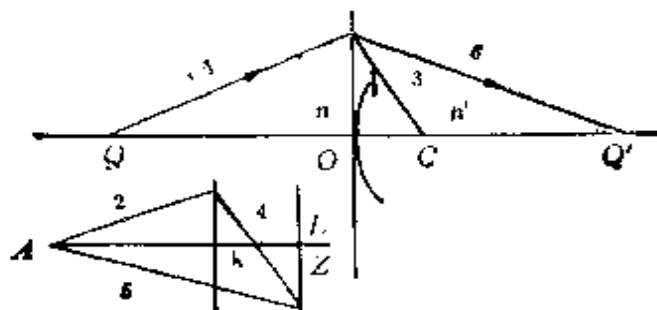
图 1-2-27

画出像方共轭光线，求出轴上像点。

对单折射球面的倾斜光线法如图1-2-28(a)、(b)所示。未知焦距时，可用图(b)所示的辅助作图法，作AZ平行于光轴，以A为原点在AZ上截取AK和AL，使 $\frac{AK}{AL} = \frac{n}{n'}$ ，过K、L和顶点O作垂线，再依次画出线①，②，③，④，⑤，⑥。线①为物点发出的任意光线，②平行于①，④平行于③，则平行于⑤的线⑥即为像方共轭光线，Q'为轴上像点。



(a)



(b)

图 1-2-28

对于球面镜、薄透镜和薄透镜组合的情形如下列各图所示。

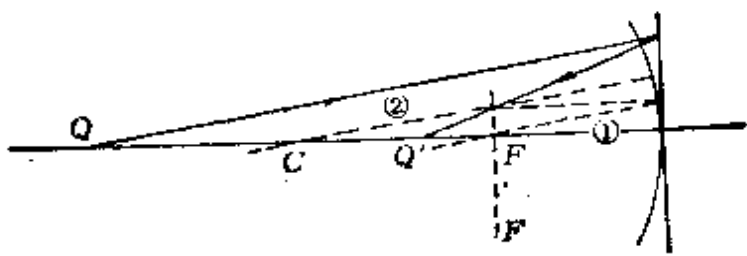


图 1-2-29

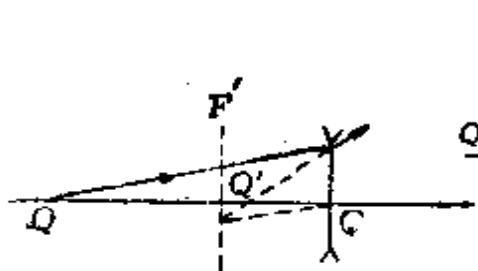


图 1-2-30

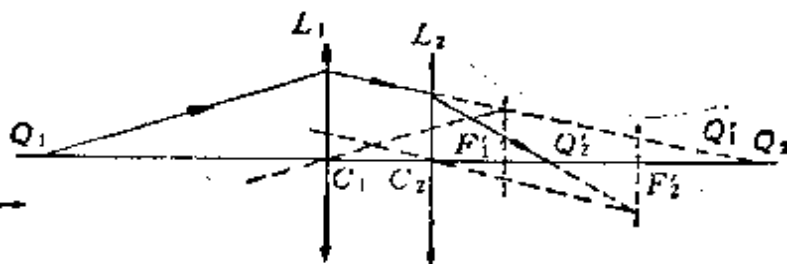


图 1-2-31

下图说明用倾斜光线法求厚透镜的主焦点和主点的方法。

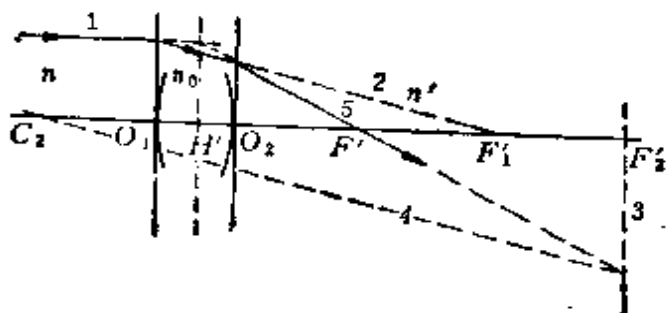


图 1-2-32

光焦度(折射本领)、屈光度 refracting power diopter

光焦度 Φ 是表征光组聚散能力的参数。 Φ 越大,光组对光线转折的越厉害, $\Phi > 0$ 为会聚系统, $\Phi < 0$ 为发散系统, $\Phi = 0$ 为无焦系统,对光线无转折。

1. 普遍适用的光焦度公式为
$$\Phi = -\frac{n}{f} = \frac{n'}{f'}$$

当物像方折射率 n 、 n' 都等于1时, Φ 等于焦距的倒数

$$\Phi = -\frac{1}{f} = \frac{1}{f'}$$

2. 单折射球面的光焦度为

$$\Phi = \frac{n' - n}{r}$$

式中 r 为球面的曲率半径，是自球面顶点至球心的距离。

3. 球面镜的光焦度为

$$\Phi = -\frac{2n}{r}$$

置于空气中的球面镜的光焦度则为

$$\Phi = -\frac{2}{r}$$

4. 同轴光组的组合系统的光焦度为

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n_0} \Phi_1 \Phi_2$$

式中 Φ_1 、 Φ_2 分别是子系统 I、II 的光焦度， d 为两子系统的间距， n_0 为两子系统中间媒质的折射率（见图1-2-15）。此式用于厚透镜时， Φ_1 、 Φ_2 即为两球面的光焦度， d 为透镜厚度， n_0 为透镜材料的折射率。

5. 薄透镜的光焦度为第一面和第二面的光焦度之和

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 = \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2}$$

式中 n_0 为透镜材料的折射率。

当物、像方折射率 n 、 n' 相同时

$$\Phi = (n_0 - n) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

可见， Φ 的正负不仅与其形状有关，也与周围媒质的折射率有关。若 $n = n' = 1$ ，即置于空气中则

$$\Phi = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

6. 空气中的薄透镜组的光焦度为

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2$$

式中 Φ_1 、 Φ_2 分别是第一、第二透镜的光焦度。

光焦度 Φ 的单位是屈光度,记为D或 m^{-1} 。上述公式中的焦距和半径应以m为单位。应注意,通常眼镜的度数,是屈光度的100倍。

横向放大率 lateral magnification

像高 h' 与物高 h 之比称为光组对该物的横向放大率 β

$$\beta = \frac{h'}{h} = \frac{ns'}{n's}$$

式中 n 、 n' 为物、像方折射率, s 、 s' 为由主点 H 和 H' 算起的物、像距。若物距和像距分别从焦点 F 和 F' 算起,则可得到用 x 和 x' 表示的横向放大率公式(参考图1-2-16)

$$\beta = -\frac{x'}{f'} = -\frac{f}{x}$$

可见,在近轴条件下 β 与 h 无关,这就保证了一对共轭平面内几何图形的相似性。 $|\beta| > 1$ 为放大, $|\beta| < 1$ 为缩小, $|\beta| = 1$ 为同大。 $\beta > 0$ 为正立, $\beta < 0$ 为倒立。至于像的虚实,一般不能由 β 的符号确定,若像在系统的实际的最后一个表面之前则为虚像,像在最后表面之后则为实像。以上各式和结论对近轴条件下的同轴光组是普遍适用的。对于单折射球面、球面镜和薄透镜成像,还可得出以下结论和公式:

当 $\beta < 0$, 实物成实像, 虚物成虚像;

当 $\beta > 0$, 实物成虚像, 虚物成实像。

$$\text{单折射球面 } \beta = \frac{s' - r}{s - r}$$

$$\text{球面镜 } \beta = -\frac{s'}{s}$$

空气中的薄透镜 $\beta = -\frac{s'}{s}$ 其横向放大率 β 与物距 s 、像距 s' 之间有如下关系:

$$s = f' \left(\frac{1}{\beta} - 1 \right) \quad s' = f' (1 - \beta)$$

轴向(纵向)放大率 axial(longitudinal) magnification

若物沿主光轴有一位移 dx , 则像沿主光轴有一相应的位移 dx' , dx' 和 dx 的比值称为轴向放大率 α

$$\alpha = \frac{dx'}{dx} = -\frac{x'}{x}$$

式中 x 、 x' 分别是自焦点 F 、 F' 算起的物距和像距。由牛顿公式可知, 当给定焦距时, 物距 x 越大, 则轴向放大率 α 越小。由牛顿公式可得

$$\alpha = -\frac{ff'}{x^2} = -\frac{x'^2}{ff'}$$

角度放大率 angular magnification

共轭光线与光轴的夹角 u' 和 u 之比, 称为光组对这对共轭点的角放大率 γ

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{s}{s'}$$

三种放大率之间的关系 relations among three magnifications

横向放大率 β 、轴向放大率 α' 和角放大率 γ 表征了物方和像方共轭量间的几何关系, 光组对物所成像的性质(即像的大小、虚实和倒正)因物的位置而异。对于同一共轭点这三种放大率之间有如下关系:

$$\frac{\alpha}{\beta^2} = \frac{n'}{n}$$

$$\gamma\beta = \frac{n}{n'}$$

$$\alpha\gamma = \beta$$

透镜 lenses

由两个同轴折射曲面构成的光学系统称为透镜。两曲面间是构成透镜的媒质(通常是玻璃),其折射率记作 n_0 ,透镜物、像方折射率分别记作 n 、 n' ,大多数透镜的两个曲面都是球面的,称为球面透镜。此外还有非球面透镜,其一面或两面为双曲面或椭球面等非球面。一般提到透镜时,若不加说明,即指球面透镜。

具有实焦点($f' > 0$)的透镜叫正透镜或会聚透镜。具有虚焦点($f' < 0$)的透镜叫负透镜或发散透镜。在透镜材料折射率大于两侧折射率的情况,会聚透镜的特点是中央厚、边缘薄,称为凸透镜;而发散透镜则为边缘厚、中央薄,称为凹透镜。

薄透镜和厚透镜 thin lenses and thick lenses

透镜两曲面在其光轴上的间隔称为透镜的厚度,亦即透镜两表面顶点之间的距离。在空气中的厚透镜的物像公式为

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_0 - 1) \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} + \frac{(n_0 - 1)d}{n_0 r_1 r_2} \right]$$

式中, d 为透镜厚度。若透镜的厚度远远小于两表面的曲率半径、两个焦距和物距与像距,则称为薄透镜,其厚度可以忽略不计。

在空气中的薄透镜的物像公式为

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_0 - 1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

光心 optical center

如图1-2-33所示，过透镜两节点的共轭光线方向不变，对于这一对共轭光线来说，在入射点和出射点的透镜两界面彼此平行，其作用如同平行平板玻璃，入射点和出射点之间的联线与光轴的交点c称为透镜的光心。因此，通过光心的光线一定不偏折。光心的位置仅决定于透镜的曲率半径和厚度，而与光的波长无关。

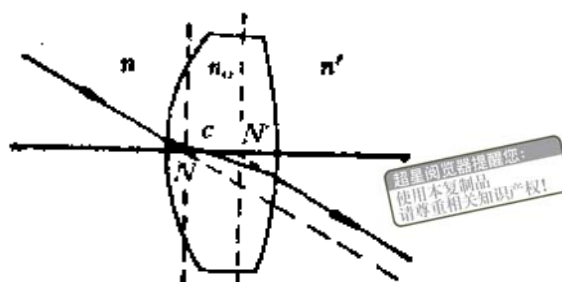


图 1-2-33

物像性质的图解法 graphics on properties of object and image

对于空气中的薄透镜和球面镜，都有一共同的成像公式

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

以物距s为横坐标，像距s'为纵坐标，可得这一公式的等轴双曲线，其渐近线是牛顿公式中的物距x轴和像距x'轴，如图1-2-34示。

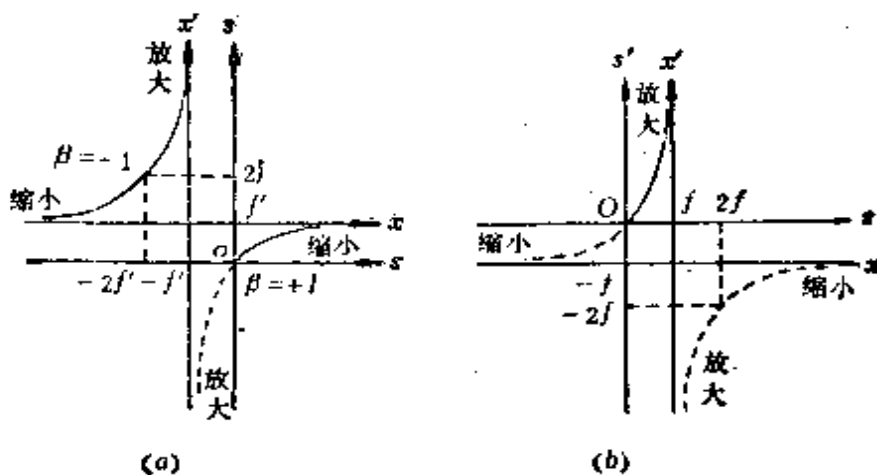


图 1-2-34

图1-2-34(a)示出凸透镜、凹面镜的物像关系。图(b)则适用于分析凹透镜、凸面镜的物像性质。图中实曲线表示实像($s' > 0$), 虚曲线表示虚像($s' < 0$); $s < 0$ 表示实物, $s > 0$ 表示虚物; $|s'| > |s|$ 成放大像, $|s'| < |s|$ 成缩小像; s' 和 s 异号成倒立像, s' 和 s 同号成正立的像。

以薄正透镜为例, 用图(a)可得出物像性质随物距的变化规律, 如下表所示。

物距 s	物性质	像距 s'	β 正负	$ \beta $	像性质	应用实例
$-\infty$	实	$+f'$	< 0	< 1	倒、实、小	天文望远镜物镜
$-2f' > s > -\infty$	实	$2f' > s' > f'$	< 0	< 1	倒、实、小	照相物镜
$-2f'$	实	$+2f'$	< 0	$= 1$	倒、实、同大	电影拷贝机
$-f' > s > -2f'$	实	$\infty > s' > 2f'$	< 0	> 1	倒、实、大	放大机、放映机
$-f'$	实	$+\infty$	$-$	> 1	大	平行光管、探照灯
$0 > s > -f'$	实	$0 > s' > -\infty$	> 0	> 1	正、虚、大	放大镜、目镜
0	$-$	0	$+1$	$+1$	$-$	$-$
$\infty > s > 0$	虚	$+f' > s' > 0$	> 0	< 1	正、实、小	光学仪器中特例

同轴光组中虚物和虚像的判断 judgement on virtual object and image in coaxial optical systems

需要指出, 所谓虚物是为便于说明问题而引入的, 若无实物存在, 便不会呈现虚物。如下图(a)(b)中 Q 是形成实像 Q' 的虚物, 它必是由图中成像元件前方另一会聚元件所造成的实像。

对于一般同轴光组(如有一定间隔的透镜组, 厚透镜等)的物像关系, 也可用图1-2-34(a)分析会聚光学系统, 用图1-2-34(b)分析发散光学系统, 但物和像的虚实不能由 s 和 s' 的符号来判定,

而要比以下相对位置：

(1) 若物在光组最前界面之前为实物 ($\overline{O_1Q} < 0$)，在其之后为虚物 ($\overline{O_1Q} > 0$)；

(2) 若像在光组最后界面之前为虚像 ($\overline{O_2Q'} < 0$)，在其之后为实像 ($\overline{O_2Q'} > 0$)。

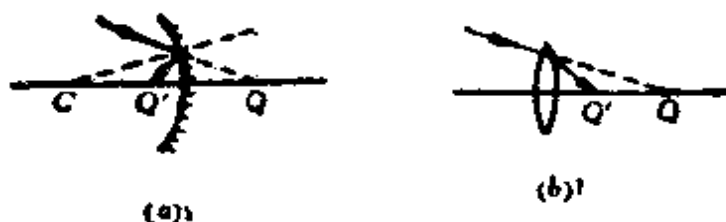


图 1-2-35

一般同轴光组的焦点的虚实也应按此原则判断。如图1-2-36 (a)中 F 为虚焦点，虽然物方焦距 $f < 0$ ，物距 $s < 0$ ，但 QP 为虚物；而图1-2-36 (b)中虽然像距 $s' > 0$ ，但 Q' 为虚像。

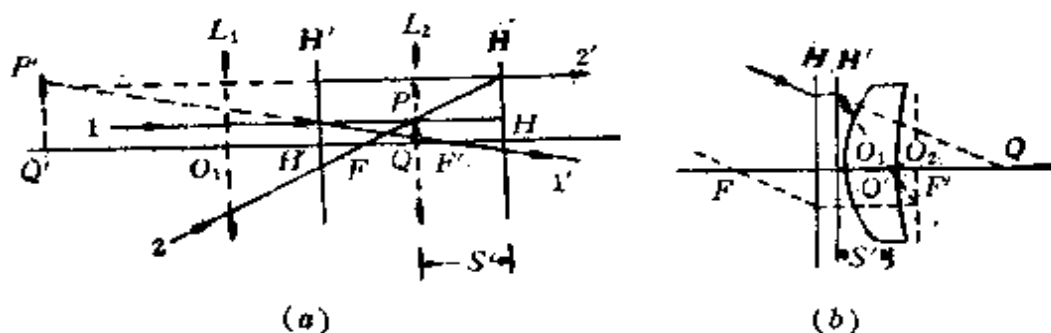


图 1-2-36

高斯公式的列线图解 nomography of Gaussian formula

下述形式的高斯公式对近轴条件下的任何光学系统都是普遍适用的：

$$\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n'}{f'}$$

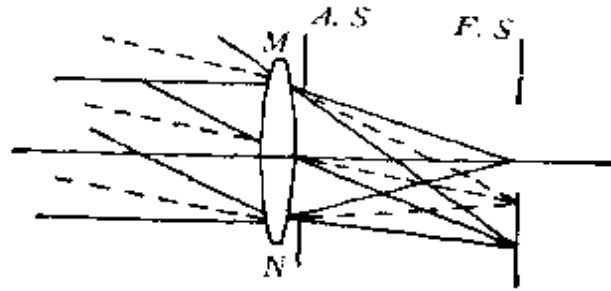


图 1-2-38

视场光阑 field stop

是决定视场范围的光阑，标记为 $F.S.$ 。

入射光瞳和出射光瞳 entrance pupil and exit pupil

将光学仪器中所有的光阑，逐个经过其前面的光学系统成像到物方空间，其中，对所给物点张角最小的像称为仪器对该物点的入射光瞳，记为 $En.P.$ 。例如图1-2-39中物点 Q 对入瞳的张角 u_0 比对第一个透镜的框边 M_1N_1 的张角小。和入射光瞳共轭的光

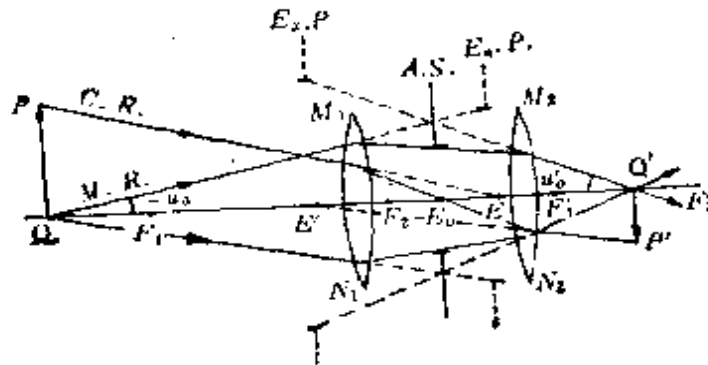


图 1-2-39

阑就是孔径光阑，它被其后光学系统在像方空间所成的像称为出射光瞳，记为 $Ex.P.$ 。可见，对于同一光组来说，入瞳、孔径光阑和出瞳三者共轭。入射光瞳对所给物点的张角 u_0 称为入射孔径角；出射光瞳对所给物点的共轭像点的张角 u_0' 称为出射孔径角。

主光线和边部光线 chief ray and marginal ray

通过(或其延长线通过)入瞳中心 E 、孔径光阑中心 E_s 和出瞳中心 E' 的一条光线称为主光线,记为 $C.R.$ 。通过孔径光阑周边的光线称为边部光线,标记为 $M.R.$ 。

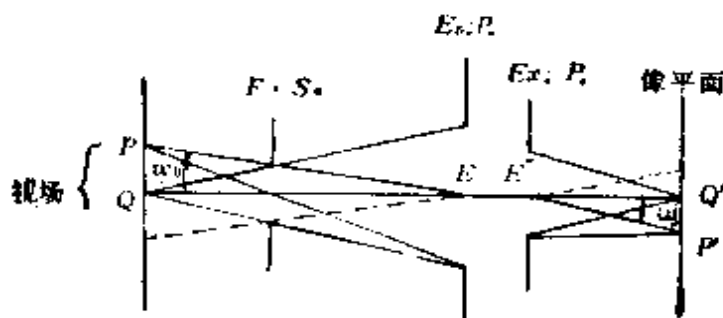


图 1-2-40

视场和渐晕 field of view and vignetting

物平面上被物方视场角 ω_0 所限制的范围称为视场。应当注意,孔径光阑是对轴上共轭点而言,而视场光阑则牵涉到轴外共轭点。因此,会造成所谓渐晕现象,即轴外物点到达像平面的光锥变窄,使视场边缘逐渐变暗。如图1-2-40中视场边缘的 P 点参与成像的光束明显地窄于轴上物点 Q 的成像光束,而且视场外靠近 P 点的物点,其主光线虽然被遮,但仍然有部分光线可以通过光组成像,只是随着其离轴距离的增大,参与成像的光束越来越窄。欲使视场边界清晰,应将视场光阑或其共轭像置于物平面或像平面。

遮闪光阑 antiglare stop

用于配置在光学仪器的长管内,以减弱管壁反射的杂散光,得到清晰的像和明显的视场。

入射窗和出射窗 entrance window and exit window

将仪器中每一光阑经其前面光学系统成像到物空间，其中对入射光瞳中心 E 张角最小的像即入射窗，标记为 $E_n.W.$ 。和入射窗共轭的光阑为视场光阑，它被其后光学系统在像方空间所成的像称为出射窗，记为 $E_x.W.$ 。显然，对同一光组来说，视场光阑、入射窗和出射窗三者共轭。入射窗对入瞳中心所张的角 ω_0 称为物方视场角；出射窗对出瞳中心的张角 ω_0' 称为像方视场角。

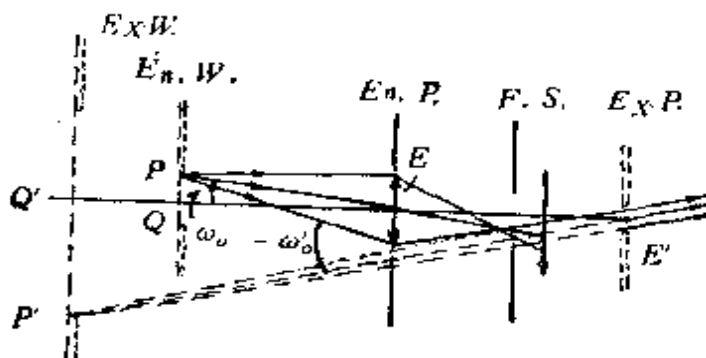


图 1-2-41

光线追迹的作图法 graphical method for ray tracing

在实际的光学系统中，常要考虑非近轴光线的情况，为此采用光线追迹，即追踪通过该系统的几条光线的精确光路，从物追踪至像，对每一折射表面都应用折射定律。若成像质量不能令人满意，可改变球面半径等，重复描光路，直至得到最小的像差。有关光路计算，已在“光线追迹公式”条目中有所介绍。此处介绍平面和球面折射的光线追迹作图法分别如图1-2-42和图1-2-43所示。

图中棱镜的角度、尺寸和球面半径间隔应精确地按刻度画出。在辅助图中其光轴与主图的光轴平行，以 O 为圆心作若干圆弧，使它们的半径分别与光组中各媒质的折射率 n 、 n' 、 n'' 成正比。然后自入射光线1开始顺序分别作出5对和9对平行线，每条偶数线平行于恰好在它前作出的奇数线，其中3、7、11、15为平面或球面的法线，6、10、14、18为通过每一面的折射光线。在这两图中，最后出射光线分别为10和18。

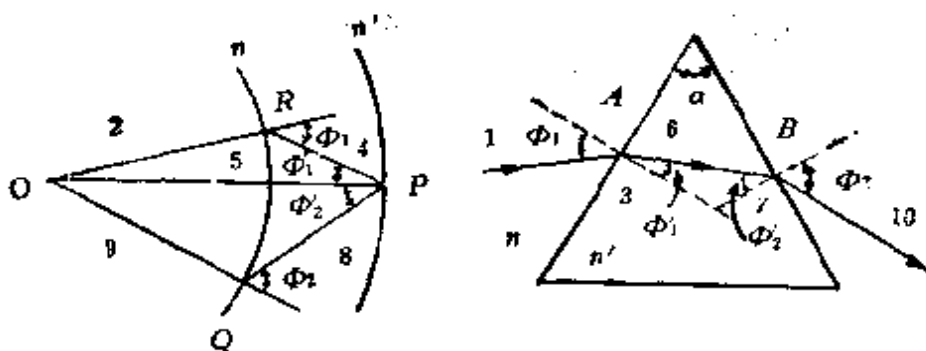


图 1-2-42

此方法可用于包含一系列同轴球面的光组，并通过精细绘图可获得准确结果。

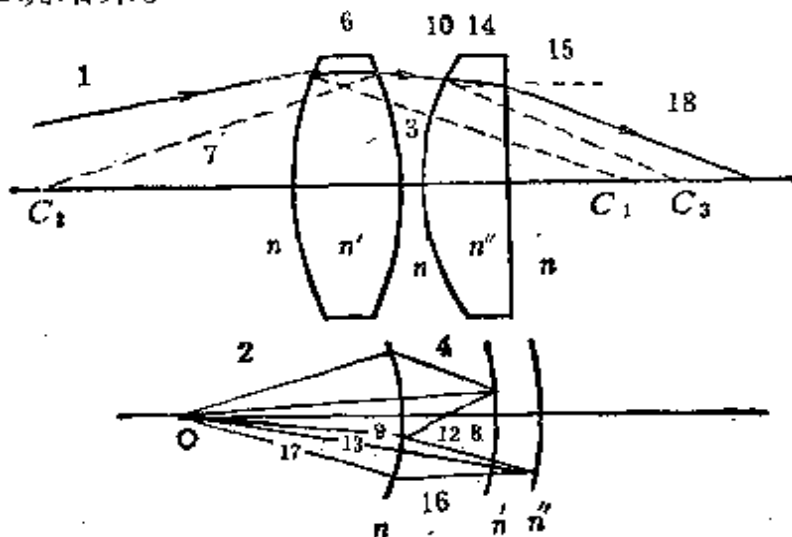


图 1-2-43

子午光线与不交轴光线 meridional ray and skew ray

若光线交轴一次或多次，则这光线的每一线段必都位于光线和轴所确定的子午面内，这样的光线叫子午光线。跟踪子午光线的问题，应用平面三角学即可解决。若光线不与轴相交，称为不交轴光线，其各个线段不能位于同一平面内。跟踪不交轴光线的分析，须用立体几何学借助计算机解决。

近轴光学中的矩阵方法 matrix method in paraxial optics

成像光线在同轴球面光组中的传播，不外乎是在均匀媒质中

的平移和媒质分界面上的折射。平移和折射对光线状态的变换是线性的，故适于采用矩阵方法，以便应用电子计算机进行简练的光路计算。

折射矩阵、平移矩阵和系统矩阵 refraction, translation and system matrices

先讨论近轴条件下同轴光组中相邻两折射面的折射。

第 $k-1$ 面将入射光线 $L_{k-1,i}$ 变换为折射光线 $L_{k-1,r}$ 的表示式为

$$L_{k-1,r} = R_{k-1} \cdot L_{k-1,i}$$

式中

$$L_{k-1,r} = \begin{bmatrix} n'_{k-1}u'_{k-1} \\ y'_{k-1} \end{bmatrix}, \quad L_{k-1,i} = \begin{bmatrix} n_{k-1}u_{k-1} \\ y_{k-1} \end{bmatrix},$$

$$\text{而 } R_{k-1} = \begin{bmatrix} 1 & \phi_{k-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ 称为折射矩阵。}$$

其中 ϕ_{k-1} 为第 $k-1$ 面球面折射光焦度。

相邻两折射面把入射光线 $L_{k-1,i}$ 变换为出射光线 $L_{k,r}$ 的矩阵代数式为

$$L_{k,r} = R_k T_{k,k-1} R_{k-1} L_{k-1,i} = S L_{k-1,i}$$

式中

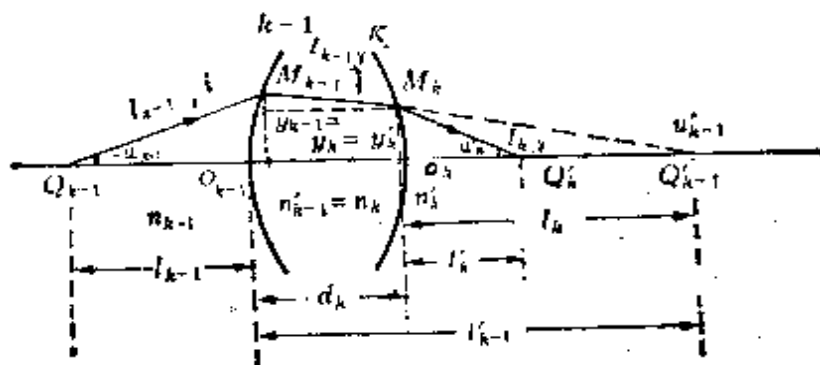


图 1-2-44

$$T_{k, k-1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -d_k/n'_{k-1} & 1 \end{bmatrix} \text{ 称为平移矩阵}$$

$$S = R_k T_{k, k-1} R_{k-1} \text{ 称为系统矩阵}$$

$$S = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - \phi_k d_k/n_k & \phi_{k-1} + \phi_k - \phi_{k-1} \phi_k d_k/n_k \\ -d_k/n_k & -\phi_{k-1} d_k/n_k + 1 \end{bmatrix}$$

对于有 k 个折射面的同轴光组，则有

$$L_{k, r} = R_k T_{k, k-1} R_{k-1} \cdots R_2 T_{2, 1} R_1 L_1 = S L_1$$

利用系统矩阵容易求得光组的基点。

高斯常数 Gauss constants

系统矩阵 S 中的阵元 s_{11} 、 s_{12} 、 s_{21} 、 s_{22} 称为高斯常数，由光组的折射率、厚度和光焦度构成。它们之间有如下关系：

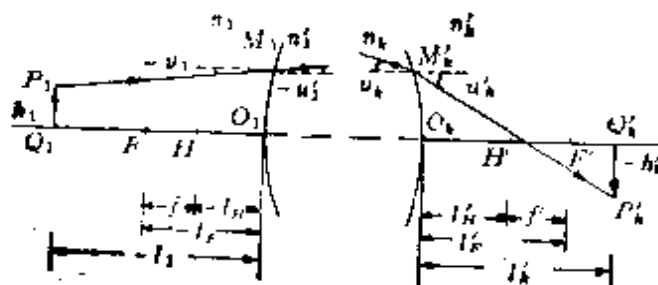


图 1-2-45

$$s_{11}s_{22} - s_{12}s_{21} = 1$$

故只有三个独立常数。 s_{12} 即光组的光焦度

$$s_{12} = \phi = \frac{n_2'}{f'} = -\frac{n_1}{f} = \frac{n_2' s_{22}}{l'_{F'}} = -\frac{n_1 s_{11}}{l_F}$$

l_F 、 $l'_{F'}$ 分别称为物、像方顶焦距。

光组第一折射面顶点到光组第一主平面的距离

$$l_H = \frac{n_1(1 - s_{11})}{s_{12}}$$

光组第 k 个折射面顶点到光组第二主平面距离

$$l'_{H\bar{e}} = \frac{n'_k (s_{22} - 1)}{s_{12}}$$

物像矩阵 object-image matrix

矩阵表示的物像公式为

$$\begin{bmatrix} n'_k u'_k \\ h'_k \end{bmatrix} Q'_k = A_{oeo} \cdot \begin{bmatrix} n_1 u_1 \\ h_1 \end{bmatrix} Q_1$$

式中

$A_{oeo} = T_{O'_k, O_1} S_{1,1} T_{1, O_1}$ 称为物像矩阵, 其中

$$T_{O'_k, O_1} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -l'_k/n'_k & 1 \end{bmatrix}, \quad T_{1, O_1} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l_1/n_1 & 1 \end{bmatrix}$$

欲得清晰的像, h'_k 应与 u_1 无关, A_{oeo} 的左下角阵元必为 0, 则可推得物像位置公式

$$\frac{l'_k}{n'_k} = \frac{s_{21} + \left(\frac{l_1}{n_1}\right)s_{22}}{s_{11} + \left(\frac{l_1}{n_1}\right)s_{12}} \quad \text{和}$$

$$A_{oeo} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\beta} & s_{12} \\ 0 & \beta \end{bmatrix}$$

式中 $\beta = \frac{h'_k}{h_1}$ 为横向放大率, $\beta = s_{22} - \frac{l'_k}{n'_k} s_{12} = \frac{1}{s_{11} + \left(\frac{l_1}{n_1}\right)s_{12}}$ 其中

物像距 l_1 、 l'_k 各以顶点 O_1 、 O'_k 为原点, 故 $l_1 < 0$ 表示实物, $l_1 > 0$ 表示虚物; $l' > 0$ 表示实像, $l' < 0$ 表示虚像。

像差 aberration

实际光学系统为了增大视场和提高像的光照度, 以至近轴条件不能成立, 而且成像光束多系不同波长的光组成, 系统的折射率不为常数, 故实际光学系统的成像相对于近轴成像存在偏离,

即所谓像差。色差可分位置色差和放大率色差两种。在单色像差中有球差、彗差、像散、像场弯曲和畸变五种。轴上像差包括球差和彗差，发生在对轴上和近轴物点粗光束成像的光学系统中；轴外像差则有像散、像场弯曲和畸变，发生在对离轴较远的物体成像的光组中。除平面反射镜外，无像差的光学系统是不存在的。一般根据需要，忽略某些次要像差，仅校正一种或二种主要像差，这是光组像差的容限(tolerance)问题。

球差 spherical aberration

自轴上物点发出的单色光束，经光组后，孔径角不同的光线交光轴于不同位置，因而在理想像平面上得不到点像而代以一圆形弥散斑。近轴光线与边缘光线的像点之间间隔称为光组对该物点的纵向球差

$$LA'_R = l' - l'$$

式中 l' 、 l' 分别为近轴光线与边缘光线像点的后截距。在理想平面上出现的圆形弥散斑之半径表示横向球差 H'_R 。最小模糊圈

(circle of least confu-

sion) 出现在上述两像点之间。球差值随着物点位置不同而有变化。对应于平行于光轴的入射光束的球差值称为球差的主值。空气中凸透镜有正球差，凹透镜有负球差。

任何光组都不能同时对各种孔径角的光线消球差。根据使用要求，可通过改变透镜形状或适当组合正透镜和负透镜、凹球面反射镜和负透镜，对某一孔径角的光线消球差。

彗差 coma

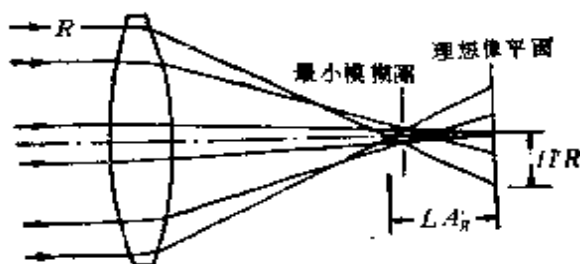


图 1-2-46

近轴的离轴物点发出的大孔径光束经消球差系统后也不成点像，而是在理想像平面上形成一形状象彗星的锥形弥散斑，称为彗差。它造成放大率随孔径变化。图(a)(b)分别表示子午面和像

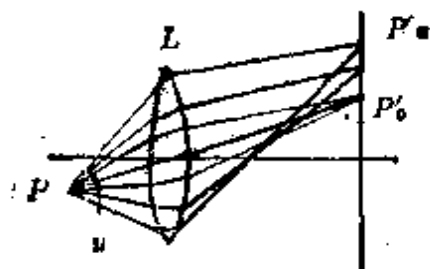


图 1-2-47(a)

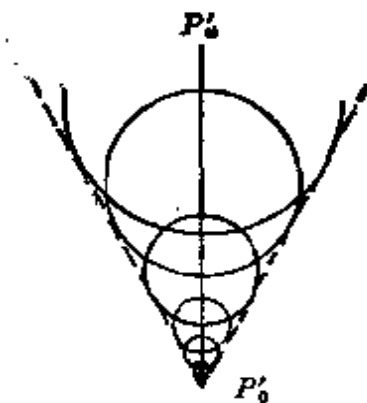


图 1-2-47(b)

面上的彗差。近轴物点 P 在子午面上所成直线像 P'_a, P'_s 表示子午彗差

$$K_T^c = P'_a P'_s$$

若边缘光线的放大率大于近轴光线的放大率，则彗差为正，反之为负。

彗差是因光束斜入射，破坏了光束对光组的对称性所引起。可通过改变透镜形状、光阑位置或用胶合透镜来校正彗差。光组中既无球差、又无彗差的一对共轭点(称为等光程点)，必满足正弦条件

$$nh \sin u = n' h' \sin u'$$

式中 n 和 n' ， u 和 u' 分别为物像方的折射率和孔径角， h 和 h' 分别为物高和像高。对于单球面折射，满足正弦条件的一对共轭点即齐明点，也称为不晕点。

像散和场曲 astigmatism and curvature of field

这两种像差由远离光轴的倾斜细光束引起。透镜对不同方向的光线有不同的会聚能力，轴外物点发出的光束对透镜不是正圆

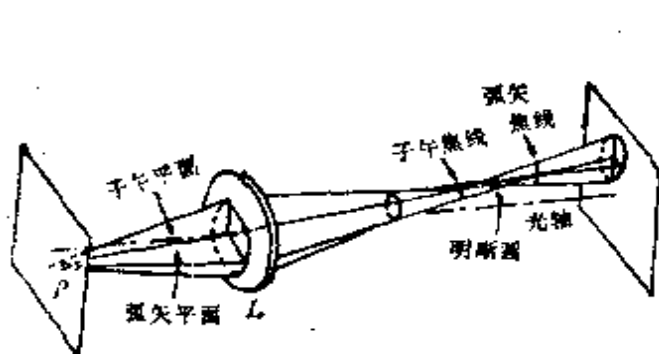


图 1-2-43 像散

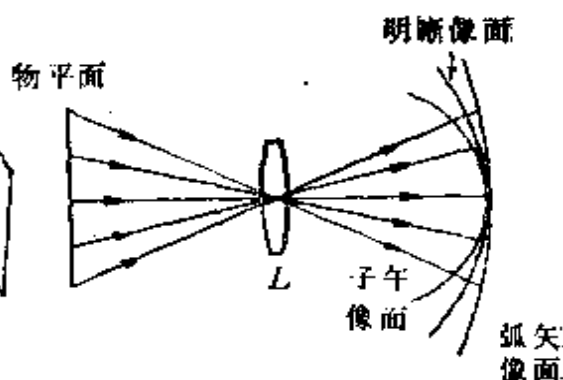


图 1-2-49 场曲

锥形的，对应出射光束不再有对称轴，而只有一个对称面（子午面）。通过主光线与子午面垂直的平面叫弧矢面。透镜对这两个平面内的光线有不同的会聚能力，通过和子午面平行的透镜截面后，光线会聚成与子午面垂直的子午焦线；通过和弧矢面平行的透镜截面后，光线会聚成与弧矢面垂直的弧矢焦线；而在二散焦线之间光束截面呈一系列椭圆和一个圆，该圆称为明晰圆，相应于物点聚焦最清晰的位置。对于垂轴物平面上所有物点，散焦线和明晰圆的轨迹一般是抛物面，这三个面在光轴上彼此相切。这种像面呈曲面的像差叫场曲。子午像面与弧矢像面不重合就叫像散。在一定的像方视场内消场曲和像散的物镜叫平场物镜。

欲校正像散和场曲，需适当组合透镜，选择间隔和光学材料，适当安置光阑。

畸变 distortion

透镜对较大物体成像时，因物点离轴远近不同造成横向放大率不同，产生畸变。

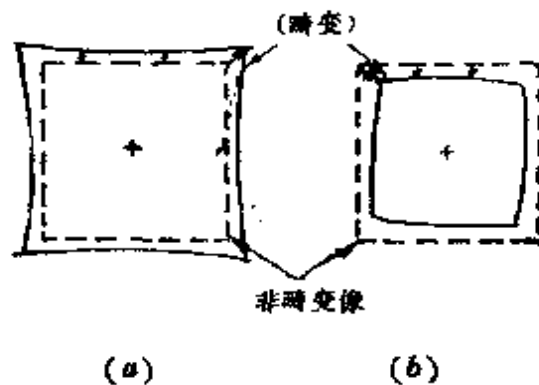


图 1-2-50

畸变与光阑位置关系密切。当光阑置于透镜和像面之间，会呈图1-2-50(a)所示的枕形畸变，这是因为通过孔径光阑中心的主光线与通过透镜光心的中央光线在像面处不重合，离轴越远的物点放大率越大，产生正畸变所致；而当光阑置于物和透镜之间，则呈图(b)所示的桶形畸变，离轴越远的物点放大率越小，产生负畸变。

在对称光组的中心安置光阑，即成无畸变光组。

色差 chromatic aberration

若入射光是复色光，因构成光组的媒质对不同波长的光折射率不同，会产生色差。一般以F谱线(486.1nm)和C谱线(656.3nm)表示可见光谱的蓝色端和红色端。对应于轴上物点Q，蓝光形成像点 Q_F ，红光形成像点 Q_C ，二者位置之差称为轴向色差，也称为位置色差。 Q_F 比 Q_C 离透镜近的称正色差，反之称负色差。

垂轴物体被透镜造成的不同颜色的像不仅位置不同，而且大小也有差别。蓝色像和红色像的高度差称为横向色差，也称为放大率色差。

一般消色差物镜是对F、C谱线校正位置色差，对D光($\lambda = 589.3\text{nm}$)或e光($\lambda = 546.1\text{nm}$)校正球差和彗差的物镜。复消色差物镜则是对C、F、D光校正了位置色差，并对二个波长校正了球差和彗差。

总之，采用反射系统或胶合透镜，选择适当的光学材料和间隔可校正色差。

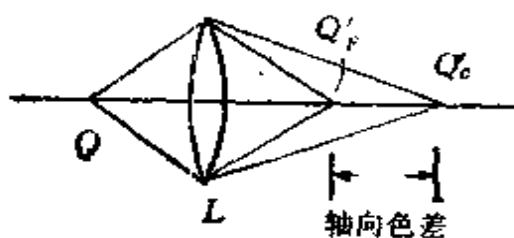


图 1-2-51

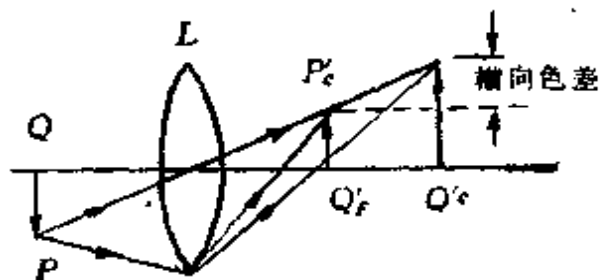


图 1-2-52