

第十三章 傅里叶光学基础、全息术

空间频率 spatial frequency

在交流电中，电流、电压都是时间的周期函数，因此，有时间周期、频率的概念，这是大家所熟悉的（通常称为周期、频率）。对单色平面光波来说，它是时间(t)的无限延续、空间(x)无限延伸的波动。单色光波的时间周期性以周期 T 、频率 $\nu = \frac{1}{T}$ 和角频率

$\omega = \frac{2\pi}{T}$ 来描述。与此对应，描述单色光波的空间周期性，通常

以波长 λ 为空间周期，以 $f = \frac{1}{\lambda}$ 为空间频率， $q = 2\pi f$ 为空间角频率。因此空间频率是在空间呈现的正弦(或余弦)分布。

对于干涉场来说，空间周期 λ 就是干涉条纹的间隔，空间频率 f 就是单位长度内的条纹数目。由此可见空间频率比时间频率更直观，但空间是三维波场，所以空间频率就显得更复杂些，一般情况，它的法线具有一定的倾角 θ (如图1-13-1所示)。

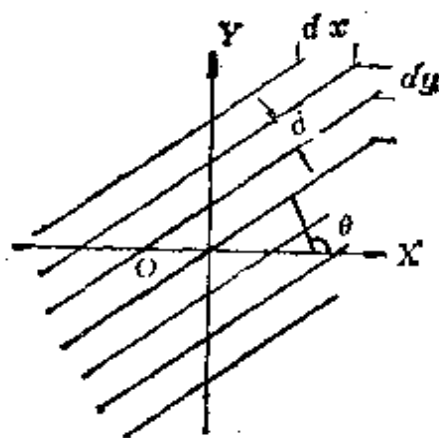


图 1-13-1

它们在 x 、 y 方向的分量为:

$$\text{空间角频率 } q_x = q \cos \theta \quad q_y = q \sin \theta$$

$$\text{空间频率 } f_x = q_x / 2\pi \quad f_y = q_y / 2\pi$$

$$\text{空间周期 } d_x = 2\pi / q_x = 1 / f_x \quad d_y = 2\pi / q_y = 1 / f_y$$

相邻条纹的最小间隔为: $d = 2\pi / \sqrt{q_x^2 + q_y^2} = 2\pi / q$

空间频率是描述波动过程在空间上重复性的物理量, 是傅里叶光学中最基本的概念。

复振幅 complex amplitude

为了运算方便, 通常将单色平面波动方程 $u(x, t) = A_0 \cos(\omega t - kx)$ (式中 k 为波矢, $k = \frac{2\pi}{\lambda}$, λ 为波长) 写为复数式, 并取复数的实部(用 R_0 表示之)

$$u(x, t) = R_0 [A_0 e^{-i(\omega t - kx)}]$$

省去实部, 并将时间、空间的位相因子分开。

$$u(x, t) = A_0 e^{i k x} e^{-i \omega t}$$

$$\text{令 } u(x) = A_0 e^{i k x} \quad \text{则 } u(x, t) = u(x) e^{-i \omega t}$$

我们称振幅 A_0 和空间位相因子 $e^{i k x}$ 的乘积为复振幅。在通常情况下, 单色光的 $e^{-i \omega t}$ 是不变的, 则可用复振幅表示光波, 使计算大为简化, 最后必要时, 可再乘上这个时间因子。以上仅考虑一维情况, 若平面波沿空间任一方向传播时, 相应的复振幅为:

$$u(x, y, z) = A_0 e^{i k \vec{r}}$$

\vec{r} 为平面波面上任一点的位置矢量, 或用方向余弦表示之,

$$u(x, y, z) = A_0 e^{i k (x \cos \alpha + y \cos \beta + z \cos \gamma)}$$

$$\text{或 } u(x, y, z) = A_0 e^{i k x \left(\frac{\cos \alpha}{\lambda} + \frac{y \cos \beta}{\lambda} + \frac{z \cos \gamma}{\lambda} \right)}$$

$$\text{令 } \xi = \frac{\cos \alpha}{\lambda} \quad \eta = \frac{\cos \beta}{\lambda} \quad \tau = \frac{\cos \gamma}{\lambda}$$

$$u(x, y, z) = A_0 e^{i2\pi(\xi x + \eta y + rz)}$$

相应的简谐平面波的波动方程为

$$u(x, y, z, t) = A_0 e^{i2\pi(\xi x + \eta y + rz)} e^{-i\omega t}$$

$$\text{或 } u(x, y, z, t) = R_0 [A_0 e^{i2\pi(\xi x + \eta y + rz)} \cdot e^{-i\omega t}] \\ = A_0 \cos 2\pi[\omega t - (\xi x + \eta y + rz)]$$

正弦光栅 sinusoidal grating

复振幅透射率具有如下函数形式的衍射屏

$$t(x, y) = t_0 + t_1 \cos(q_x x + q_y y + q_z z) \text{ 称正弦光栅。}$$

它与两束相干光的干涉场强度分布函数是很相似的。因此制作一块正弦光栅，就是拍摄一张两束平行光相干条纹的照相底片。实际中为了保证透射率和开始曝光强度的线性，在工艺上是要用所谓“线性冲洗”给以保证。

正弦光栅衍射的特征 character of sinusoidal grating diffraction

从正弦光栅输出的是三列波，其指数是线性的，且都是平面波。理论上正弦光栅应具有无限大的面积(实际上是有限的)，各级衍射斑都有一定的半角宽度为

$$\Delta\theta_0 = \frac{\lambda}{D}, \quad \Delta\theta_{\pm} = \frac{\lambda}{D \cos\theta_{\pm}}$$

其中 θ_{+1} ， θ_{-1} 为衍射波列的方向角， D 为光栅宽。

光学信息为 $U(x) = U_1(x) t(x) = A_1 [t_0 + t_1 \cos(2\pi f x + \phi_0)]$

其中 f 为空间频率， $A_1 t_0$ 为直流成分， $A_1 t_1$ 为交流成分。

正弦光栅夫琅和费衍射特征如表所示：

在数学上处理周期性函数，是将它作傅里叶级数展开。即任何周期函数的信息可展开为一系列不同空间频率的正弦信息之和。因此正弦光栅的衍射是基元函数，所以具有重要的意义。

衍 射 斑			
级	方向角 (θ)	振 幅	半角宽度 ($\Delta\theta$)
0	$\sin\theta_0=0$	$\infty DA_1 t_0$	λ/D
+1	$\sin\theta_{+1}=f\lambda$	$\infty DA_1 t_{1/2}$	$\lambda/D\cos\theta_{+1}$
-1	$\sin\theta_{-1}=-f\lambda$	$\infty DA_1 t_{1/2}$	$\lambda/D\cos\theta_{-1}$

傅里叶频谱面 Fourier frequency plane

在数学上可以将一个复杂的函数作傅里叶展开，同样我们可以认为一张复杂的图片是由许多不同空间频率的单频信息组成，在实际中还需要一些相应的措施。

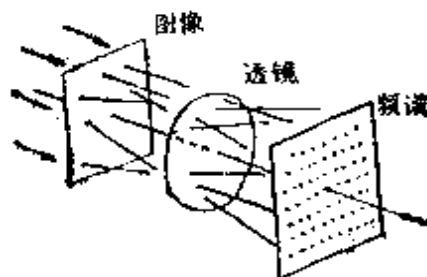


图 1-13-2

实验指出，当单色光正入射在待分析的图像上时，具有一定空间频率的信息，通过夫琅和费衍射，就被一些特定方向的平面衍射波输送出去，这些衍射波在近场区彼此交织在一起，在远场区它们彼此分离，从而起到分频的作用。通常用透镜将不同方向的平面衍射波会聚到后焦面的不同位置上，形成一个个衍射光斑，这里的每一对衍射光斑，代表着原图像中的一种单频成份。其分布规律为，频率越高的成分，则衍射角越大，在后焦面上距中心越远，其衍射光斑的强度正比于傅里叶系数的平方。也就是说，原来图像中的信息，按空间频率的高低有规律地分布在夫琅和费衍射系统的后焦面上。因此，我们认为在这个后焦面上排列着原图像信息的空间频率谱，这个后焦面被称为傅里叶频谱面，或简称傅氏面。因此夫琅和费衍射装置就是傅里叶频谱分析器，这也是现代光

学对夫琅和费衍射的新认识。它给予了光学有力的数学工具，同时也给数学上进行傅里叶变换的运算创立了一门光学计算技术。

透镜的位相变换 lens phase transformation

透镜在成像光学系统中是一个重要元件，它一方面限制波面的光瞳，即仅提供入射光波中央部分进入系统，另一方面它变换波面，把一种波面变换为另一种。过去，我们分别以有限孔径引起的衍射和透镜本身的几何像差来说明以上两种情况。然而，从波动光学的观点出发，透镜的透过率 $t_L(x, y)$ 本身也是一个复函数。

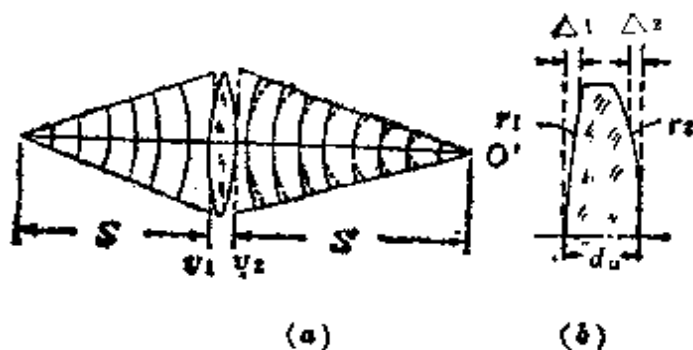


图 1-13-3

设入射波前、透射波前及透过率分别为：

$$U_1(x, y) = A_1(x, y) \exp[i\varphi_1(x, y)]$$

$$U_2(x, y) = A_2(x, y) \exp[i\varphi_2(x, y)]$$

$$t_L(x, y) = \frac{A_2}{A_1} \exp[i(\varphi_2 - \varphi_1)] = \begin{cases} a(x, y) e^{i\varphi(x, y)}, & r < \frac{D}{2} \\ 0 & r > \frac{D}{2} \end{cases}$$

其中 $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ， D 为透镜直径。忽略透镜对入射光的吸收，反射能量的损失，则 $A_2 = A_1$ ，那么 $a(x, y) = A_2(x, y) / A_1(x, y) = 1$ ，在孔径内：

$$t_L(x, y) = \exp[i\varphi_L(x, y)]$$

$$\varphi_L(x, y) = \varphi_2(x, y) - \varphi_1(x, y)$$

称 t_L 为透镜的位相变换函数。当忽略透镜的吸收和反射能量的损失时，透镜的主要作用表现为一个位相变换器，而这个位相变换的作用和光通过透镜两个切平面内所走过的光程有关（如图 b 所示）。严格求透镜的位相变换函数是困难的，下面计算近轴条件下薄透镜的位相变换函数。由于薄透镜很薄，光程可近似沿平行于光轴方向计算。

$$\begin{aligned}\varphi_L(x, y) &= \frac{2\pi}{\lambda} [\Delta_1 + \Delta_2 + nd(x, y)] \\ &= \varphi_0 - \frac{2\pi}{\lambda} (n-1) (\Delta_1 + \Delta_2)\end{aligned}$$

其中 $\varphi_0 = \frac{2\pi}{\lambda} nd_0$ ，是与 x, y 无关的常数，它不影响波前上位相的相对分布，可略去。

$$\Delta_1(x, y) = r_1 - \sqrt{r_1^2 - (x^2 + y^2)} \doteq \frac{x^2 + y^2}{2r_1}$$

$$\Delta_2(x, y) = (-r_2) - \sqrt{(-r_2)^2 - (x^2 + y^2)} \doteq \frac{x^2 + y^2}{2r_2}$$

r_1, r_2 分别为透镜两表面的曲率半径。将以上各量代入 φ_L 中得

$$\varphi_L(x, y) = -\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{n-1}{2} \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) (x^2 + y^2) = -k \frac{x^2 + y^2}{2F}$$

其中 $F = \frac{1}{(n-1) \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$ 正是由几何光学导出的透镜焦距。

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$ 。透镜的位相变换函数为 $t_L(x, y) = \exp \left[-ik \frac{x^2 + y^2}{2F} \right]$

通过对此例的数学分析（其它也类似），可以看出，透镜的透过率本身就是一个二次位相因子。正如几何光学中所知，透镜的作用在于变换球面波的曲率，这就是出现二次位相因子的原因。

傅里叶变换 Fourier transformation

对于任意周期函数，可用傅里叶级数分解为序列谐波的叠加。而对非周期函数，则可分解为连续或不连续的简谐波的总和，这就是傅里叶积分，如任一复函数 $g(x, y)$ 满足连续、可积，即 $\iint_{-\infty}^{\infty} |g(x, y)| dx dy < \infty$ ，则 $g(x, y)$ 可用以下傅里叶解析式表示：

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (1)$$

$$\text{其中 } G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2)$$

则前式称为 $g(x, y)$ 函数的傅里叶积分。

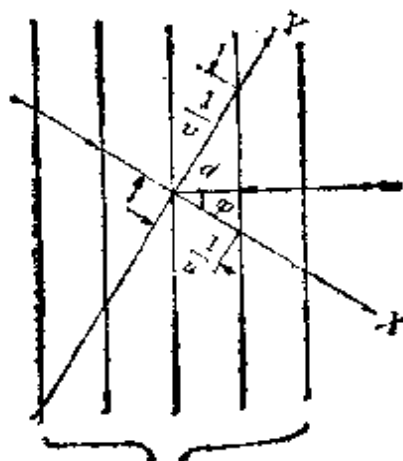
光学系统所传递的空间函数，往往是二维的非周期性的函数，因此不能用傅里叶级数展开，而须用傅里叶积分。如用 $g(x, y)$ 表示平面图形的振幅透过率，则 $g(x, y)$ 为实函数（如光强分布），前式可写为余弦基元形式

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \cdot 2\cos[2\pi(f_x x + f_y y)] df \quad (3)$$

说明变换后的基元函数是一个具有空间周期的余弦函数， $g(x, y)$ 是具有不同空间周期函数的加权线性叠加。当 f_x, f_y 满足 $f_x x + f_y y = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ 使 $\cos 2\pi(f_x x + f_y y) = 1$ ，得到一组如图所示的平行线，它的空间频率为

$$f = \sqrt{f_x^2 + f_y^2}$$

$$\varphi = \text{tg}^{-1} \frac{f_y}{f_x}$$



等位相直线族

图 1-13-4

所以(3)式可以理解为函数 $g(x, y)$ 的傅里叶积分, 就是将 $g(x, y)$ 看成是由无穷多个指向为 φ , 空间频率为 f 的正弦光栅(或余弦)的加权线性叠加。也就是一个含有各种不同空间频率的正弦光栅的复杂光栅。

对于一复函数 $g(x, y)$ 有

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} G(\xi, \eta) \exp[i2\pi(\xi x + \eta y)] d\xi d\eta \quad (4)$$

$$G(\xi, \eta) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-i2\pi(\xi x + \eta y)] dx dy \quad (5)$$

(4)式称为傅里叶变换, $G(\xi, \eta)$ 为 $g(x, y)$ 的频谱函数, (5)式称为傅里叶逆变换。(4)和(5)式叫做傅里叶变换对。

通常又可缩写为: $G(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{g(x, y)\}$,
 $g(x, y) = \mathcal{F}^{-1}\{G(\xi, \eta)\}$ 。

更简单的表示为:

$$g(x, y) \longleftrightarrow G(\xi, \eta)。$$

傅里叶变换式 $G(\xi, \eta)$ 在物理中代表原函数的频谱, 其形式取决于原函数, 反之亦然。傅里叶变换还具有两个特征和一些重要性质(注)。

〔注〕

特征: ① 非周期性函数有连续谱(f 连续取值), 频谱的有效宽度 Δf 与原函数有效宽度 Δx 成反比:

$\Delta f \cdot \Delta x = \text{常数}$, 此常数的数量级为1。即原函数越窄, 则频谱就越宽。

② 频谱 $G(f)$ 一般是复函数, 原函数是 $g(x)$ 是实函数, 故 $G(f)$ 有 $G(-f) = G^*(f)$ 的对称性。频谱的模是 f 的偶函数, 相对 $f=0$ 点左右对称, 辐角是 f 的奇函数, 相对 $f=0$ 点左右反对称。

性质: ① 是线性变换: $af(x) + bh(x) \longleftrightarrow aF(u) + bH(u)$ ② 守恒定理, 说明能量也可以按频谱来计算。③ 尺度缩放定理, $f(ax) \longleftrightarrow \frac{1}{|a|} F(u/a)$ 。④ 相移定理

$f(x \pm x_0) \longleftrightarrow \exp(\pm i2\pi\nu x_0) F(u)$ 反之 $\exp(\pm i2\pi\nu_0 x) f(x) = F(u \pm u_0)$ ⑤ 共轭关系, $f^*(x) \longleftrightarrow F^*(-u)$, $f^*(-x) \longleftrightarrow F^*(u)$

⑥ 微积分运算 $\frac{df(x)}{dx} \longleftrightarrow i2\pi\nu F(\nu)$, $\int f(x) dx = \frac{1}{i2\pi\nu} F(\nu)$

运算操作 $i/dx \longleftrightarrow i2\pi\nu$, $\int dx \longleftrightarrow 1/i2\pi\nu$

卷积 convolution

是一种积分形式,它是利用 δ 函数把输入函数分解为无数点基元的方式。

函数 $g(x)$, $h(x)$ 的卷积定义为

$$\begin{aligned} g(x)*h(x) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(u)h(x-u) du \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} g(x-u)h(u) du = h(x)*g(x) \end{aligned}$$

[*] 表示卷积运算。可见卷积服从交换定律。可以证明,卷积的频谱等于频谱的乘积,反之,乘积的频谱等于频谱的卷积,分别为,

$$\begin{aligned} g(x)*h(x) &\longleftrightarrow G(f)H(f), \\ g(x)h(x) &\longleftrightarrow G(f)*H(f). \end{aligned}$$

卷积的几何解释: $h(x-u)$ 表示函数 $h(u)$ 先绕纵轴翻转 180° , 然后移动 x 距离, 得到函数 $h[-(u-x)]$ 。最后与 $g(u)$ 相乘, 从 $-\infty$ 到 $+\infty$ 积分。积分值就是 $g(x)*h(x)$ 在 x 点的值, 不同的 x 对应不同的卷积, 所以 $g(x)*h(x)$ 是 x 的函数。二函数相乘后的积分值, 等于二函数对应相乘后所得新函数曲线下的面积。

$$\text{例如, 函数 } g(u) = \begin{cases} 1 & -1 \leq u \leq 1 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

$$h(u) = \begin{cases} u & 0 \leq u \leq 2 \\ 0 & \text{其它} \end{cases}$$

求二函数的卷积, 按以上步骤如图所示, 翻转、平移、相乘、积分。最后得到的图即为卷积的函数图形。由此可见二函数 $g(x)*h(x)$ 卷积运算是通过二函数的相对移动(即所谓卷), 并相乘(即所谓积)而得到的。卷积并满足线性运算和位移不变性。

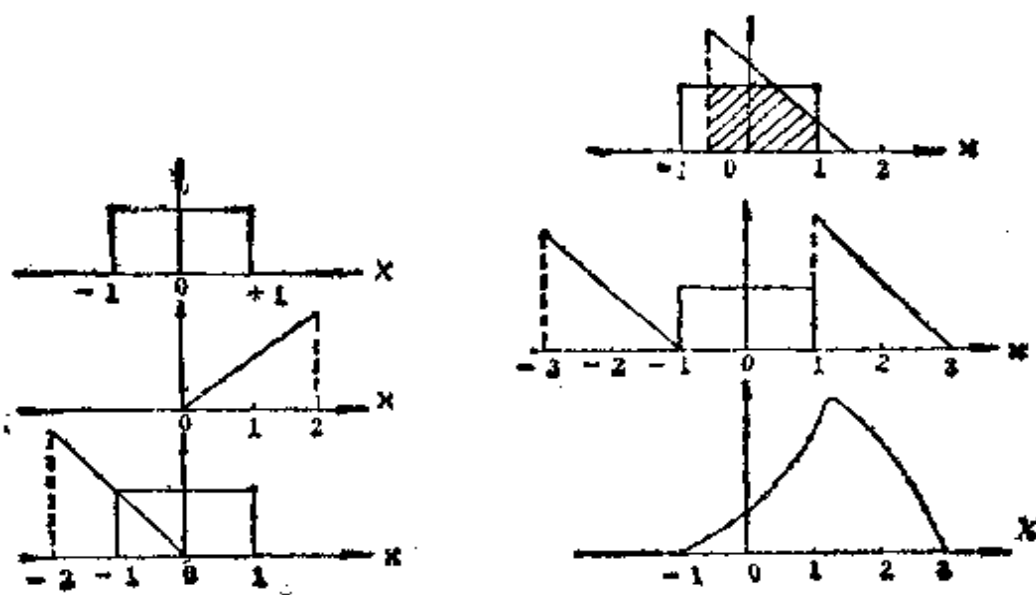


图 1-13-5

相关 correlation

函数的相关是一种重要的运算。在干涉、频谱分析和信息处理中被广泛的应用。函数 $f(x)$, $g(x)$ 的相关函数

定义: $\{f(x) \star g(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(u) g(x+u) du$ 为函数 $f(x)$ 和 $g(x)$ 的(互)相关函数, 并记作

$$\{f(x) \star g(x)\}_x = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(u) g(x+u) du$$

简记作 $f \star g$, 其中 \star 代表相关运算。

当 $f = g$ 时, 为自相关函数。

$$R_{f,f}(x) \{f(x) \star f(x)\} = \int_{-\infty}^{\infty} f^*(u) f(x+u) du$$

很容易看出, 即 $f(x)$ 与 $g(x)$ 的相关函数等于 $f(-x)$ 与 $g(x)$ 的卷积。

即: $f(x) \star g(x) = f^*(-x) * g(x)$

点扩展函数 point-spread function

对于理想成像要求物面和像面点对点，像质的变坏多是由于点物不能成点像引起的，系统对点物的响应由点扩展函数来描述。对于一个线性光学系统 $u_i = Lu_0$ ，其中， L 是光学系统的作用算符， u_i 是像的分布， u_0 是物的分布(注)。将 $u_0(x)$ 按脉冲分解得

$$u_0(x) = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\varepsilon) \delta(x - \varepsilon) d\varepsilon \quad \text{则} \quad u_i(x') = L \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\varepsilon) L \delta(x - \varepsilon) d\varepsilon \\ = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\varepsilon) L \delta(x - \varepsilon) d\varepsilon$$

$L\delta(x - \varepsilon)$ 即在 ε 处点物的像。设

$h(x', \varepsilon) = L\delta(x - \varepsilon)$ 其中 $h(x', \varepsilon)$ 就是点扩展函数。前式又可变为， $u_i(x') = \int_{-\infty}^{\infty} u_0(\varepsilon) h(x', \varepsilon) d\varepsilon$ 这就是线性光学系统的成像公式。如果系统是空不变的，并对像面进行放大率规化，成像公式为

$$u_i(x') = \int h(x' - x) u_0(x) dx = h * u_0$$

即像是物和点扩展函数的卷积。对线性空不变系统，成像过程，实质上进行的是卷积运算。这一结论具有深刻的意义，它为像质评价带来重大的简化。又因卷积运算是可易的，所以，若物和点扩展函数可易，则其像不变。因此，对于一个给定的光学系统，这是一正一反的两个问题，在光学信息处理中，至今仍是一个重大课题。

光学传递函数 optical transfer function

在不相干的线性成像系统中，各物点在像面上造成的强度分布是直接叠加的。物面强度分布 $I_0(x, y)$ 面积元 $dx dy$ ，按点扩展函数的定义，整个物面在像面上造成的强度分布为

$$I_1(x', y') = \iint_{\text{(物面)}} I_0(x, y) h(x, y; x', y') dx dy = I_0 * h$$

(注) 在相干光源情况，它就是复振幅分布，在非相干光情况则是光强分布。

取各量的傅里叶变换式，并化为傅氏变换式的乘积：

$$I_1(f_x, f_y) = H(f_x, f_y)I_0(f_x, f_y)$$

$$H(f_x, f_y) = \frac{I_1(f_x, f_y)}{I_0(f_x, f_y)}$$

其中 $H(f_x, f_y)$ 称为光学传递函数 (OTF)。它是像面强度分布和物面强度分布的频谱比值，它是点扩展函数 $h(x, y)$ 的傅里叶变换式：

$$\begin{aligned} H(f_x, f_y) &= \mathcal{F}\{h(x, y)\} \\ &= \iint h(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \\ &= \iint h(x, y) [\cos 2\pi(f_x x + f_y y) - i \sin 2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \\ &= H_c(f_x, f_y) - i H_s(f_x, f_y) \end{aligned}$$

$$H_c = H_c(f_x, f_y) = \iint h(x, y) \cos[2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1)$$

$$H_s = H_s(f_x, f_y) = \iint h(x, y) \sin[2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (2)$$

$$\begin{cases} H = H(f_x, f_y) = \sqrt{H_c^2 + H_s^2} & (3) \end{cases}$$

$$\begin{cases} \Phi = \Phi(f_x, f_y) = \tan^{-1} \frac{H_s}{H_c} & (4) \end{cases}$$

$H_c = H \cos \Phi$ $H_s = H \sin \Phi$ 如图所示
设物信息是反衬度为 γ_0 的正弦光栅

$$v_I = H \gamma_0$$

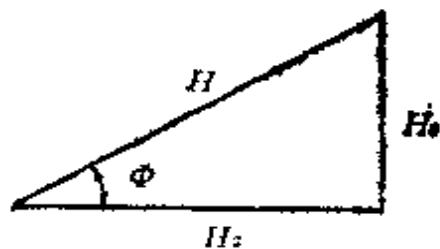


图 1-13-6

由上述(1)，(2)式中看出 H_c ， H_s 是 OTF 的实部和虚部，(3)、(4)中的 H ， Φ 分别为 OTF 的模量和辐角：

$$H(f_x, f_y) = H(f_x, f_y) \exp[-i\Phi(f_x, f_y)]$$

“光学传递函数”是从线性网络理论中移植过来的，当一个单频的简谐讯号输入一个线性的四端网络时，输出的将是同频的简谐讯号，其复电压分别为 $U_{入}(v)$ ， $U_{出}(v)$ ，则它们之比

$$T(\nu) = \frac{U_{\text{出}}(\nu)}{U_{\text{入}}(\nu)}$$

为网络的电压传递系数，它是时间频率的函数。 $T(\nu)$ 是电路的时间频率响应函数。 $H(f_s, f_r)$ 就是光学系统的空间频率响应函数。

阿贝成像原理 Abbe's theory of image formation

1874年，德国人阿贝在研究提高显微镜分辨本领问题时，提出了关于相干成像的新原理。他指出物是一系列不同空间频率信息的集合，相干成像过程分两步完成。第一步是入射光经物平面 (x, y) 发生夫琅和费衍射，在透镜后焦面 f' 上形成一系列衍射斑，即衍射起“分频”的作用；第二步是干涉，各衍射斑发出的球面次级波在像平面 (x', y') 上相干叠加。干涉起到合成的作用，像就是干涉场，这就是阿贝成像原理。如图1-13-7所示。阿贝成像原理的真正价值在于它提供了一种新的以频谱为语言来描述信息。启发人们用改变频谱的手段来改造光学信息。

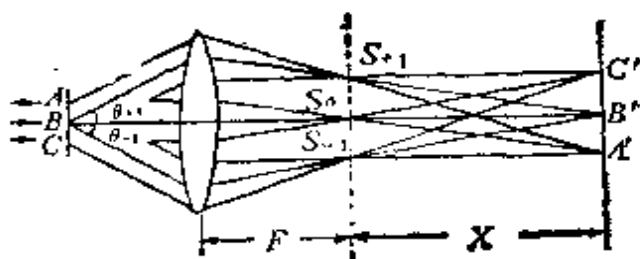


图 1-13-7

空间滤波 spatial filtering

从阿贝成像原理来看成像过程，主要是分频与合成的过程，应尽量使频谱成分不改变，但实际中，由于透镜的孔径总是有限的，频谱中的高频成分因衍射角超过一定限度，而从透镜边缘以外漏掉，所以透镜本身只能通过较低空间频率成分，丢失了高频信息的频谱成分，这样的结果就使图像的细节变得模糊。所以我们说透镜本身就是一个“低通滤波器”。由阿贝成像原理可知，物信

息的空间频谱都展现在透镜的后焦面(傅氏面)上,我们可以在这个平面上放置不同结构的光阑,可以提取(或摒弃)某些频段的物信息,这就是空间滤波的具体实施。以使我们改变频谱,而达到改造图像的目的。实质傅氏面上不同结构的光阑就起着“选频”的作用。

广义地说,凡是能够直接改变光信息空间频谱的器件,通称空间滤波器,或光学滤波器。如图1-13-8所示,为具有不同频率特性的简单空间滤波器。



图 1-13-8

相干光学处理系统 coherent optical processing system

如图所示,根据阿贝成像原理,一束相干平行光,通过复振幅为 $g(x, y)$ 的物进行夫琅和费衍射,在透镜 L_1 的第二焦平面上得到物的衍射图(分频)——物的频谱,可写为

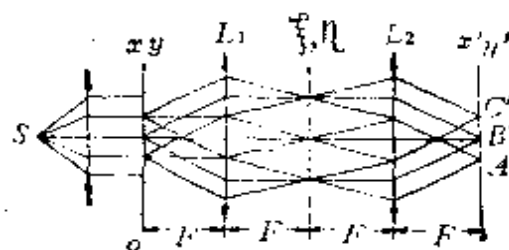


图 1-13-9

$$G(f_x, f_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} g(x, y) \exp[-i2\pi(f_x x + f_y y)] dx dy \quad (1)$$

以此频谱为物,它的夫琅和费衍射图应在无限远,免得空间范围过大,引入透镜 L_2 。则其衍射呈现在 L_2 的第二焦平面上,为

$$g'(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \exp[-i2\pi(f_x x' + f_y y')] df_x df_y \quad (2)$$

由于这个系统的 $F_1' = F_2'$,物 $g(x, y)$ 平面与像平面 $g'(x, y)$ 共轭。所以 $x' = -x, y' = -y$, 代入(2)

$$g'(x', y') = \iint_{-\infty}^{\infty} G(f_x, f_y) \exp[i2\pi(f_x x + f_y y)] df_x df_y \quad (3)$$

此式(3)就是如图所示光学系统对物 $g(x, y)$ 所成的像。由数学上看(3)式是(1)式的傅里叶逆变换。所以这样的光学系统能够完成对输入的二维光场分布的物函数 $g(x, y)$ 的傅里叶变换,对它的频谱的傅里叶逆变换,给出的二维光场像函数 $g'(x', y')$,有计算机的功能,所以称这样的光学系统(图示)为相干光学计算机。 $g(x, y)$ 和 $g'(x', y')$ 分别为计算机的输入数据和输出数据。由于在频谱平面上可以插入不同结构的空问滤波器,从而可以改造、选取或校正输入图像频谱的振幅或位相,达到对原输入函数中某些信息的增强、提取和识别的目的。这就是说,此光学系统有处理输入光学数据的功能,所以又称为相干光学处理系统(或4f系统)。它是光学信息处理技术的基本光学系统之一。

·位相反衬法 phase contrast method

在观察某些透明物体时,只有折射率的不同,而无振幅分布的不同,即它的透过率函数是位相型 $t(x, y)$,用普通的光学仪器是很难看清楚,1935年泽尼克基于阿贝成像原理,提出了位相反衬法,由改变频谱的位相以改善透明物体像的反衬度。实际中的作法是,在玻璃基片的中心处滴一小滴液体,液滴的光程 nh 引起零级相移 $\delta = nh2\pi/\lambda$,即为一块位相板,将其放在显微镜的后焦面 f' 上,作为一个空问滤波器,更确切的说,是一块位相滤波器。

首先分析没加位相板时的光场,在正入射的相干光照射下,物平面光场分布为

$$\begin{aligned} U_0(x, y) &= A_1 t(x, y) = A_1 \exp[i\varphi(x, y)] \\ &= A_1 \left[1 + i\varphi - \frac{1}{2!} \varphi^2 - \frac{i}{3!} \varphi^3 + \dots \right] \end{aligned}$$

第一项是直流成分,为沿光轴传播的平面衍射波,它在傅氏面上是集中于焦点O级衍射斑。式中其它各项代表各复杂的波前,它们的频谱分布在傅氏面上各处。当加上位相板后,则傅氏面上的O

级斑相移 δ ，而其它频谱成分改变不大，可以忽略。所以像面上光场复振幅分布，除了 $\varphi(x, y)$ 变为 $\varphi(x', y')$ 外，仅第一项1改为 $e^{i\delta}$ (注)：

$$U_1(x', y') = A_1 \left[e^{i\delta} + i\varphi - \frac{1}{2!} \varphi^2 - \frac{i}{3!} \varphi^3 + \dots \right]$$

$$= A_1 \{ (e^{i\delta} - 1) + \exp[i\varphi(x', y')] \}$$

像面上光强度分布为

$$I(x', y') = U_1(x', y') \cdot U_1^*(x', y')$$

$$= A_1^2 \{ 3 + 2[\cos(\varphi - \delta) - \cos\varphi - \cos\delta] \}$$

这时像面上不再是一片均匀照明，出现与物的位相信息相关的图像。在 $\varphi(x', y') \ll 1$ 时上式化为

$$I(x', y') = A_1^2 [1 + 2\sin\delta\varphi(x', y')]$$

看出像面上的强度分布与样品位相成线性关系，即由它的位相分布调制了像面上的光强，式中系数 $2\sin\delta$ 反映调制程度。有的书强调 δ 应为 $\pi/2$ ，线性系数可最大。

泽尼克用相衬法改变频谱面上位相分布，而巧妙地实现了强度的位相调制，成为实际应用光学信息处理之先，因此而获得1953年度的诺贝尔物理学奖金。

分色滤波(θ 调制) separation filtration

这是一种用白光照射透明物，而在输出平面上得到彩色图像的有趣实验，透明物的各部分由几块不同取向的光栅组合而成。当一束白光照射到透明物上时，在频谱面上呈现的是沿不同方向分布的彩色光斑。用黑纸或熏黑的玻璃板遮在变换平面上，并在适当的地方开些透明窗口，把所需颜色的 ± 1 级衍射斑提取出来。

(注) 在讨论此问题时，总是设横向放大率为1，主要分析其分布函数及反衬度的改变上。

在输出平面上得到的就是符合我们期望的彩色图像(如图1-13-10所示)。

利用 θ 调制技术,我们不仅可以实现分色滤波,得到彩色的输出图像。在用单色光照明时,还可以

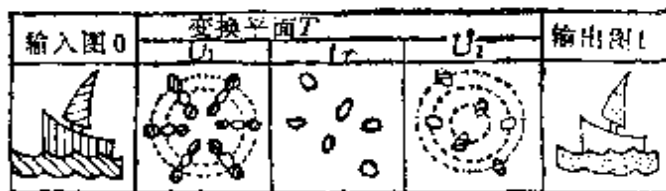


图 1-13-10

使输入图像变成按一定角度 θ , 强度被调制的输出图像。如滤波器的透过率是方位角 θ 的非线性函数。则输出像与输入像在振幅分布上也存在非线性关系。

图像加减法 addition and subtraction of image

利用光学处理实现图像相加或相减的方法很多, 这里仅以正弦光栅作为滤波器的实例说明。如图1-13-11所示, 将光栅插在频谱面处, 在物平面O处放一待处理的图像A, 和开孔B。



图 1-13-11

在像平面上呈现出A、B

在0级和 ± 1 级各自的三个像点 $(A_0, A_{\pm 1})$ 、 $(B_0, B_{\pm 1})$ 。

当光栅位移 $\Delta x = \frac{d}{4}$ (d 为光栅常数)时, 相移值 $\Delta\varphi = n\frac{\pi}{2}$;

当光栅位移 $\Delta x = \frac{d}{2}$ 时, 相移 $\Delta\varphi = n\pi$, 这正是我们实现图像反

衬度完全反转及加减的基础。如图所示, 当调节物面上A、B的距离, 可使像平面上的像 A_{+1} 和 B_{-1} 重合, 如二者之间没有位相差, 即实现了二图像的相加。若二者之间有位相差 π , 则可实现图像的相减。这可通过正弦光栅平移来实现, 当光栅平移 $\frac{d}{4}$ 时, 使 A_{+1}

和 B_{-1} 分别产生 $\pm \frac{\pi}{2}$ 的相移, 则二者位相差为 π , 振幅相减。

除法滤波器 dividing filter

一张照片可能由于各种原因(镜头不好、拍照时的运动、没调好距离等)而模糊不清。把模糊照片做成透明板, 它的频谱为

$$F'(u) = H_s(u) F(u)$$

其中 $F(u)$ 为被摄物的理想频谱, $H_s(u)$ 为引起模糊因素的传递函数。因此, 如能做出一个空间滤波器 $T(u) = \frac{1}{H_s(u)}$, 并将它放在相干光学处理系统的频谱面上, 则 $T(u)F'(u) = H_s(u)$

$F(u) \frac{1}{H_s(u)} = F(u)$ 这样, 经过系统中 L_2 的傅里叶逆变换所得的像 $f'(x')$ 就是被摄物体的清晰像, 这个过程在数学上叫消卷积。具有上述性能的滤波器叫除法滤波器或逆转滤波器。这种滤波器可用全息照相术来制作, 也可以用数字计算机制作。

所谓计算机全息除法滤波器, 就是让电子数字计算机绘出函数 $H_s(u)$ 的倒数图形, 然后用光学方法制成滤波板。这是制造空间滤波器很有发展前途的新方法, 它的特点是不论 $H_s(u)$ 是否物理地存在, 只要能给出 $H_s(u)$ 的函数形式就可以, 在这一点上, 它是任何物理方法无可比的, 所以它是非常有发展前途的。

全息照相原理 holographic image principle

在1948年, 由伦敦大学的丹尼斯·伽柏 (D·Gabor) 首先提出的一种不用透镜的三维照相术。1960激光产生以后, 它才得到实现。全息照相既能记录光波振幅、又能记录光波位相信息。它的基本原理, 如图 1-13-12 所示, 将一束相干光(激光)垂直地照射在两条平行的狭缝 S_1, S_2 上, 则由二狭缝发出的二束光在屏 D 上叠加成干涉条纹。如果将 S_2 看作物体, S_1 作为参考光, 则屏 D 上

的干涉条纹就是物体 S_2 的全息图，用照相底片记录下来，就得到一张狭缝的全息照片（它是明暗相间的条纹，其强度按正弦规律分布的光栅）。要想得到 S_2 的再现像，只要用参考光 S_1 去照射上述全息照片 D （即正弦光栅），由于衍射，在光栅后面会出现一系列的衍射光波，其中之一与原物发出的光波完全一样，则 S_2 处形成一个虚像。另外在全息照片后面还有一个和它共轭的实像 S_2' ，如图1-13-12(b)。

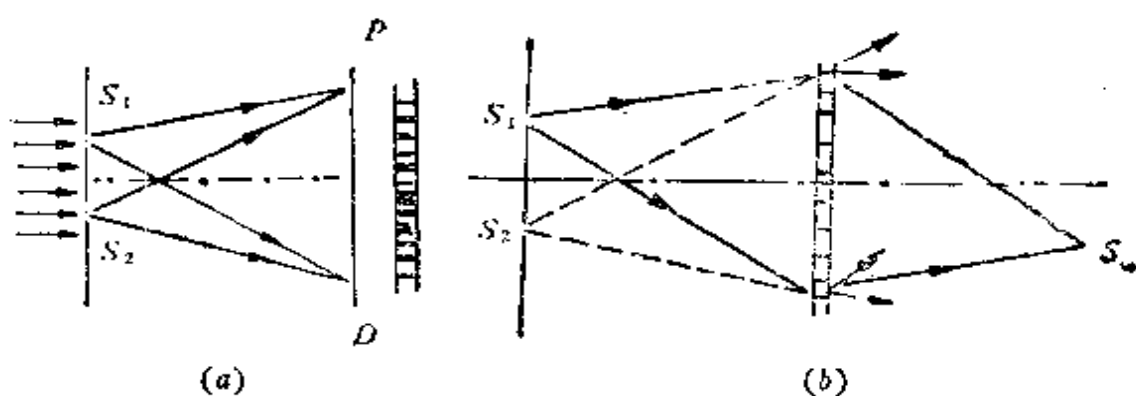


图 1-13-12

如果在 S_2 处用某一物体代替，仍用一束相干光照射，则由物体表面反射的光波与参考光波 S_1 发出的光在屏 D 上干涉，形成更复杂的干涉全息图形；由上述方法，同样得到物体的再现的像。如原物是立体的，再现的像也是立体的，所谓立体，即物体上的每一点，在三维空间中有不同的位置。当从不同点反射出来的光传到底片上，由于光程的不同，位相就有差别，再现时，把这些点的位相差别全部呈现出来，也就反映出各点在空间的不同位置，这就是全息照相的基本原理。

全息照相的记录、再现和特点 recording reconstruction and character of holography

用一束足够强的相干光分成两束，一束照射物体，从物体上

反射的光波(物光)射向感光胶片；另一束相干光(参考光)直接照射在感光胶片上，则二束相干光在胶片上形成极为复杂的干涉图样，这时的感光胶片就成了一张全息“照片”。

此时干涉图样的形状记录了物光与参考光间的位相关系，而其明暗对比程度(反差)则反映了光束强度(振幅)关系。光束越强，反差越大，并把物光波的全部信息都记录下来，如图 1-13-13 (a) 所示。

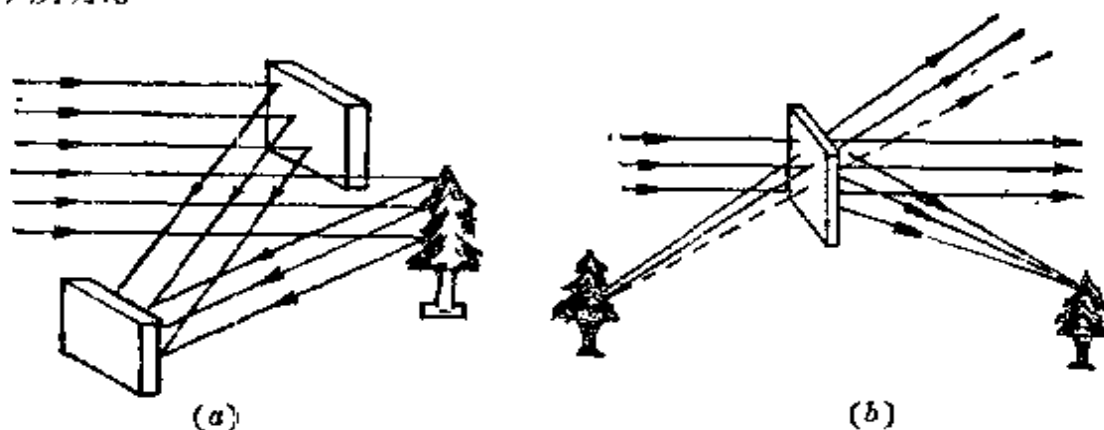


图 1-13-13

再现过程如图1-13-13 (b) 所示，当同一束相干光在与拍摄时的参考光束具有相同的角度照射到全息照片上时，光被干涉图样所衍射(复杂光栅的衍射)。在其后出现了一系列零级、一、二级等衍射波，零级波为衰减后的入射光束，其中一列一级衍射波和物体在原位置发出的光波完全一样，构成物体的虚像；另一列一级衍射波虽然也是物体波的复制，但它的曲率与原物体波的曲率相反，就形成了前后倒置的物体实像，可以用感光片拍下来。全息照相的特点：

1. 具有十分逼真的立体像，它与观察实物完全一样，具有相同的视觉效果；
2. 把全息片分成若干小块，每一块都可再现原物完整的像；
3. 同一张底片上，经过多次曝光后，可以重叠许多像，不受干扰而单独地显示出来；
4. 易于复制，仍保持和原来的像完全一样。

虽然，在目前的技术条件下，制作全息照片比普通照片要复杂和困难得多，但由于它有着很多极为重要的特点，应用潜力很大，因而使人们十分重视。



体积全息 volume hologram

通常全息图是落在某种记录介质上，全息图中的干涉条纹具有一定的间隔 d ，并且介质的感光层有一定厚度 l 。当 $d \gg l$ 时，介质很薄，在厚度方向没有条纹，这就是平面全息图。而当 $d \ll l$ 时，则在介质厚度方向也分布有干涉条纹，就形成一幅体积全息图。体积全息图的衍射，如同一块三维光栅的作用。只有满足布喇格公式 $2d \sin \theta = k\lambda$ 时才会有再现的像；也就是说，当用单色光照射时，只有在某些特定的角度才能观察到再现的像；当在某固定方向观察时，只有某些特定波长才会观察到再现的像。这就是体积全息图所具有的角度选择性和波长选择性的特点。

全息干涉计量术 holographic interferometry

利用二次曝光或连续曝光全息图将物体变化形状记录在同一张全息照片上，可对物体的微小形变、振动、高速运动等情况的研究。再现时将得到相互交叠的像，这两个或多个光波就会发生干涉，由干涉条纹的分析中就可以得知物体的变化情况。这方面的研究与发展就是全息干涉计量术。它与普通干涉计量术相比，不仅具有精度高的优点，而且还有一些普通干涉计量不能比拟的特点。它可对各种材料进行无损检验、非抛光表面和复杂形状表面的检测以及研究物体的微小变形、振动，封闭容器内爆炸过程等；也可以对凝聚物、岩石样品、金属物件，电子元件以及在风洞中的冲击波和流线等高速运动现象进行干涉计量研究。

全息显微术 holographic microscopy

它是全息与显微的结合技术，主要有三方面的功能：1.改变记录与再现的波长；2.改变记录、再现波面的曲率半径；3.对全息图进行放大。如用波长为 0.5nm 的x射线激光器记录全息图，用可见光再现，就能直接得到一千倍的放大率。又如，记录时用无透镜傅里叶变换全息图，用大球面光波再现，就可以达到放大的目的。另外更重要的是存贮标本整体，对于一些活的生物标本，可以用脉冲激光把标本的整体“冻结”起来，能随时进行研究，无需制作切片。又如在某些实验中要测量浮动粒子的大小、分布等，由于粒子的不停地运动，观测时根本来不及将显微镜调焦，一般是无法直接测量，只能用统计的方法进行推算。应用全息照相，就比较方便。用短脉冲激光来照明样品，拍摄一定体积内粒子运动状况，再现时就可以将粒子的大小、分布用显微镜层层聚焦，逐个观察。这方面的研究和发展就是全息显微术。

全息信息存储 holographic information storage

存储器是电子计算机中的重要部件，起记忆作用，目前运算速度已达到 10^8 次/秒，容量也很大，这就要求有高速度，大容量而且可靠性高的存储器来配合。全息存储器是很有希望的。如体全息有很大的存储量，在一张全息图上可以并存许多全息图，利用体全息的角度的选择性，依次可以读出不同信息。目前已制出的全息存储器可在一平方厘米的胶片上存 10^7 个信息。比目前使用的其他存储器高出一至二个数量级，而且可靠性高。一般用准傅里叶变换全息图，每个全息图的面积小，在一张底片上，组成一个全息图的列阵，如每一个小全息图的直径是1.2毫米，在 6×6 平方厘米的底片上就可以记录 $40 \times 40 = 1600$ 个全息图的列阵，若一个全息图记录一页书，一张 6×6 平方厘米的全息照片就可以将《毛泽东选集》四卷全部存储在里面，如是体全息图，还可以改变参考光的入射角，以便进行多次记录，同时也不会因为记录物质

有微小的缺陷或部分损伤而引起图像的破损。

全息透镜 holographic lens

一个点光源的全息图就相当于一张菲涅耳波带片（见物理光学），它具有透镜成像的特性，故称为全息透镜。它易于制成较大尺寸，重量轻，所以在某些场合它有独特的用途。如图1-13-14。

全息透镜可用折射率很高($n > 100$)、表面曲率很小的透镜来模拟，称为等效透镜。全息透镜的空间频率和等效透镜的厚度之间的关系，由斯涅耳定律及光栅方程可以推出

$$(n-1) \frac{dt}{dr} = m\lambda f \quad n \gg 1, m = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$$

f 全息透镜的空间频率， t 等效厚度， r 透镜孔径坐标， dt/dr 等效透镜表面斜率。

全息透镜可以用计算机编码进行设计。

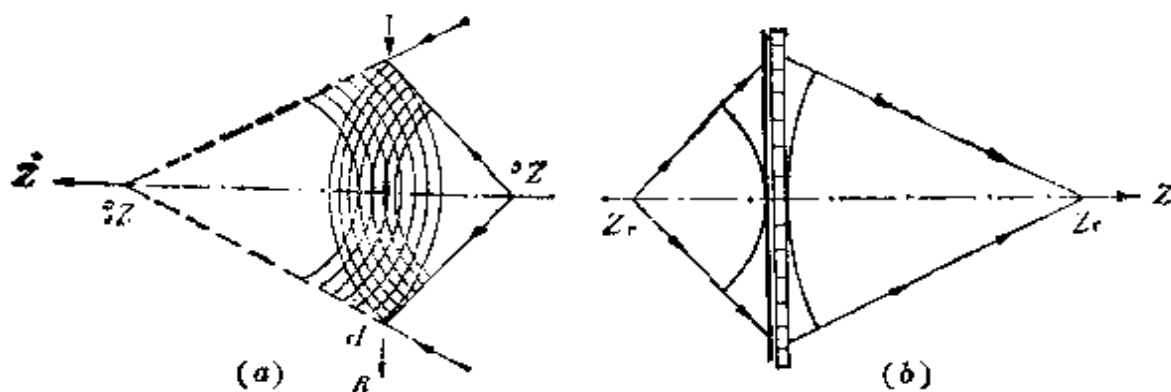


图 1-13-14

全息光栅 holographic grating

平面全息光栅是由二平面波相干制成的全息图。全息光栅不存在刻画光栅固有的周期误差，因而不存在罗兰鬼线。同时生产周期短，杂散光少，光谱的适用范围宽。基于以上优点，当前发

展很快。国际上1970年开始有全息光栅的商品。1969年西德制出长达一米的全息光栅，用于天文观测。

全息光栅的制作光路如图所示，在光学平面玻璃P上(平面性 $\lambda/10$)涂有光敏材料，用两平行光束在光敏层上产生干涉条纹，设两平面波的夹角 θ ，光栅间距 $d = \lambda/2\sin\theta$ (也就是干涉条纹间距)，由上式看出 θ 最大值为 90° ，由此可见，最小间距是 $d = \lambda/2$ ，使用更短的波长可以获得更小的间距。但由于受到光敏材料分辨率的限制，而影响条纹数的增加。全息光栅槽形一般是正弦波和方波之间，由于它的不定向，得不到最大的衍射效率。用全息法来制作闪耀光栅已成为近年来研究的课题。

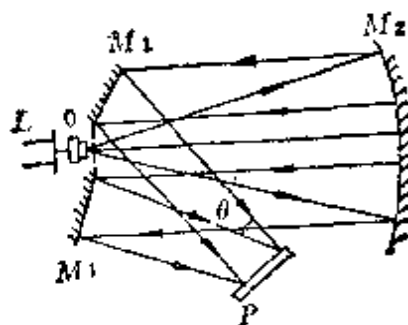


图 1-13-15

复合全息 composite hologram

复合全息是将一系列二维平面全息像合成为空间三维像。它是在全息胶片上记录一系列单元全息图，单元全息图通常是长条形沿垂直方向连续分布的，每一幅单元全息图都存储了各自不同的成像信息。如图所示是复合全息图的水平截面，每一个单元全息图再现了物体的不同侧面的二维像。观察者的眼睛在E处，当观察者在水平方向移动眼睛时，依次可以看到每个单元全息图各自的再现像。当双眼观察时，由于体视和视觉暂留效应就会感觉所观察的物体是三维的。

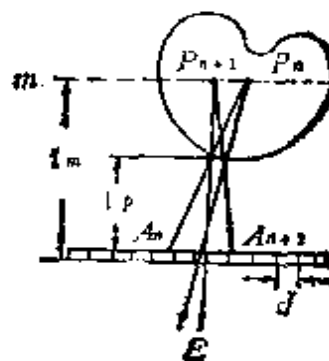


图 1-13-16

在记录中，有一个重要的参量，即各单元全息图的取样宽度 d 的大小问题。如图中所示，物体中心平面 m ，离开平面 m 为某一

距离的物点 P ，由两幅相邻的单元全息图再现在 m 平面上的不同点为 P_n, P_{n+1} 。如果这两点的夹角相当大，观察起来就会感到不连续或跳跃。即感到 P_n 和 P_{n+1} 是两个分离点。但是在摄制中为了节省时间，在满足要求的情况下应尽量减少取样。因此需要求出临界取样间隔。另一方面，如取样间隔过窄，由于边缘的衍射，再现时将使像的品质下降。因此单元全息图的间隔选择是直接影响成像的品质。由理论的推导得知单元全息图间隔为

$$d \leq \frac{1.22\lambda}{a} \left| \left(\frac{1}{l_n} - \frac{1}{l_{n+1}} \right)^{-1} \right|$$

其中 a 为观察者的直径， l_n 为全息图到物点的垂直距离， l_{n+1} 全息图到物中心平面的垂直距离。

复合全息的记录过程基本和普通全息相似，摄制时光波要通过一个窄缝光阑对胶片曝光。全息胶片应有机械装置带动，每拍完一次就前进一个单元全息宽度。也可以用这种方法拍摄活动的全息图，如 360° 全息图。当这种全息图转动起来就可以看到连续不断的动作。

傅里叶全息图 Fourier hologram

一个物体或图像的光学信息既直接表现在它的波前函数上，也包含在它的频谱中，对物光的波前的全息记录和再现手段，同样可以用来记录和再现物光波的频谱，这就是傅里叶变换全息图。

如图所示，将透射物置于透镜的前焦面上，以垂直入射的平行光照射。由于透镜的傅里叶变换功能，在后焦面上获得物频谱。在透射物所在平面内设置一个参考点光源，提供一个平面参考光，在底片 H 上与物频谱相干，则形成物频谱的全息记录。经线性冲洗，即得到一张该物的傅里叶变换全息图。有的书也叫全息空间

滤波器或全息模板。

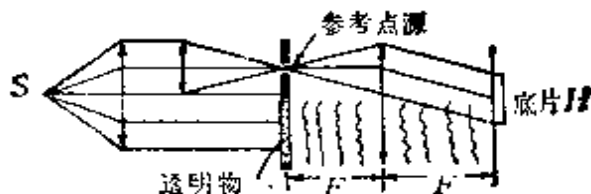


图 1-13-17

匹配滤波器 matched filter

所谓匹配滤波器是指一个滤波器的振幅透射率与输入信号的频谱函数共轭，即 $H(x,y) = G^*(x,y)$ 或 $H^*(x,y) = G(x,y)$ 。这种滤波器在输出平面上得到最大的信噪比。

当采用匹配滤波器时，通过滤波器的光场分布正比于 GG^* 或 HH^* 。这个量完全是一个实数，这就意味着光场的位相分布是常数，透过滤波器的光场分布是一列平面波，(滤波器的作用结果)它通过最后透镜的作用在输出面 P_2 上会聚成一亮斑。

如图所示，可清楚的说明匹配滤波器的这种作用；当一平面波通过输入平面 P_1 后位相受到输入信号的调制，产生波面变形，如果信号函数的共轭变换(傅里叶频谱)已被记录在 P_2 面上，它的位相与输入到 P_2 面上信号函数频谱位相相等但符号相反，则形变的波面经匹配滤波器后刚好得到补偿。经 P_2 后波前又变为平面波，则经最后透镜的变换，在后焦面上产生一亮斑。对此还可作如下理解：在进行识别时，如用原来物的频谱光波照射全息图，准确的再现参考光束，其为一列平面波，经透镜在后焦面上得到一个亮斑。如果不

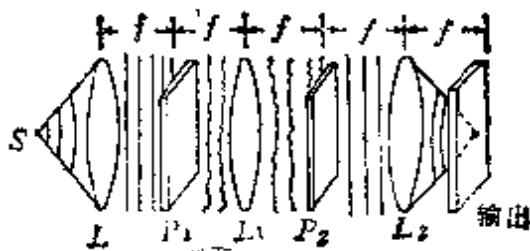


图 1-13-18

是匹配情况，则产生一离散的像斑，光强显著下降。

特征识别 character recognition

所谓特征识别就是从大量的信息中检测某一特定信息的有无和它所在的位置。如对一张印有许多字母的照片，检测其中有无“A”这个字母，并指出它在照片中的位置。

我们首先制备这个特征信息(字A)的傅里叶全息图，并将它插入4F系统的变换平面上，作滤波(匹配)器使用，待识别的图像置于4F系统输入平面，经系统信息处理，在输出平面上除了几何光学像和一些杂乱的斑块外，还在输出平面上存在“A”的部位出现一些亮斑。利用这个原理可以从飞机或卫星拍摄的照片中检查有无特定的目标，从很多指纹中检测出有无属于某人的，等等。

特征字符识别原理：如匹配滤波器的透过率为 t_A ，在制备A字符频谱的参考点源坐标 $(d, 0)$ 。字符信息 $a(x, y)$ ，它们的频谱分别为

$$\delta(x-d, y) \longleftrightarrow \exp(-i2\pi f_x d)$$

$$a(x, y) \longleftrightarrow A(f_x, f_y)$$

$$\text{其中 } (f_x, f_y) = (x', y') / \lambda F$$

后焦面上的记录介质经线性冲后，其透过率函数 $t_A(x', y')$ 与干涉强度 $I(x', y')$ 成正比。

$$t_A(x', y') \propto I(x', y')$$

$$= [\exp(-i2\pi f_x d) + A(f_x, f_y)] [\exp(i2\pi f_x d) + A^*(f_x, f_y)]$$

$$= 1 + AA^* + A \exp(i2\pi f_x d) + A^* \exp(-i2\pi f_x d)$$

将此全息图置于4F系统的变换面上，输入图像的复振幅分布 $g_0(x, y)$ ，入射在变换面上的衍射场 $G_1(\xi, \eta) = \mathcal{F}\{g(x, y)\}$ 经匹配滤波器后透射波前为：

$$G_2(\xi, \eta) = G_1(\xi, \eta) t_A(\xi, \eta) \\ = G_1(\xi, \eta) [1 + AA^* + A \exp(i2\pi f_s d) + A^* \exp(-i2\pi f_s d)]. \quad \text{〔注〕}$$

散斑 speckle

当用相干性很强的光(如激光)照射物体表面时,由于物面的粗糙(与光波尺度相比)而形成漫反射,这些光犹如无数个小的相干点光源,彼此相干,在物体表面或前边的空间形成了无数随机分布的亮斑或暗斑,这些斑点即称为散斑。由于散斑的存在,使全息再现质量降低,过去曾想方设法消除它。

但19世纪60年代后期,人们开始将散斑技术应用于微小位移和形变测量、光学图像处理、表面粗糙度的测量,在天文学等领

〔注〕

最后我们求4F系统像面上的输出,这就是上式的傅里叶变换。这里我们利用傅里叶变换的卷积定理和相关定理,上式各项傅氏逆变换为

$$\mathcal{F}^{-1}\{G_1(\xi, \eta)\} = g_0(x, y) \quad (1)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{G_1(\xi, \eta) AA^*\} = g_0(x, y) * a(x, y) \star a(x, y) \quad (2)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{G_1(\xi, \eta) A \exp(i2\pi f_s d)\} = g_0(x, y) * a(x, y) * \delta(x+d) \\ = g_0(x, y) * a(x+d, y) \quad (3)$$

$$\mathcal{F}^{-1}\{G_1(\xi, \eta) A^* \exp(-i2\pi f_s d)\} = \mathcal{F}^{-1}\{G_1(\xi, \eta) [A \exp(i2\pi f_s d)]^*\} \\ = \{a(x, y) * \delta(x+d)\} \star g_0(x, y) \\ = a(x+d, y) \star g_0(x, y) \quad (4)$$

其中(1)式反映在输出面上就是几何光学的像,(2)式给出一些杂散分布,不是我们需要的,(3)式给出的是 a 和 g 的卷积,相当于用翻转字符去“搜索”,没能给出强烈的信号输出,(4)式是 a 和 g 的互相关函数,在特征识别中,正是这一项是我们感兴趣的,它给出反映特征字符的位置亮斑。一般地说,相关函数是两个函数相似程度的描述,或两个图形重叠程度的描述,在完全重合时,相关有一个极大值,相关函数 $a \star g$ 的意义相当于用 a 在 g 中去“搜索”,凡遇到与自身相同的信息之处就记录下一个信号峰,在输出面上给出一个亮斑。如果从许多指纹中找出是否有某人的指纹,就可把某人的指纹片和点参考光源拍照一张傅里叶变换全息图作为滤波器,然后分别用许多指纹的图片照明,如果在输出面上出现一个亮斑,就说明在这许多指纹中有我们要寻找的某人的指纹存在,并且在特定的位置处给出亮斑,从而达到检测某种信息的有无和确定位置的目的。

域的应用也取得了新的突破和令人鼓舞的结果。

散斑的形成 speckle formation

通常视为两种类型:

菲涅耳散斑(客观散斑) 当激光照射到物体表面时,由于物体表面的粗糙,可以看成是一些独立的散射基元组成,这些基元的散射光是相干的,且位相是随机分布的。故空间任一点,都能接收到来自物体上各点的光。这些光干涉的结果,就形成随机分布的明暗相间的斑纹。记录这类斑纹称为菲涅耳散斑(如图1-13-19)。

夫琅和费散斑(主观散斑) 当激光为物光光源,透镜成像时。像上的每一点都可看为物上一些散射点的点扩展函数的叠加结果。这些点扩展函数的位相不同(物面是粗糙的),则像面上形成许多随机分布的明暗相间的斑纹,这就是夫琅和费散斑(如图1-13-20)。

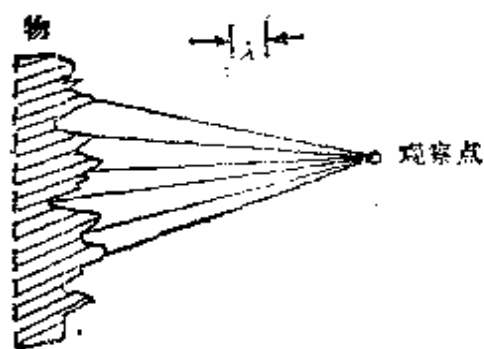


图 1-13-19

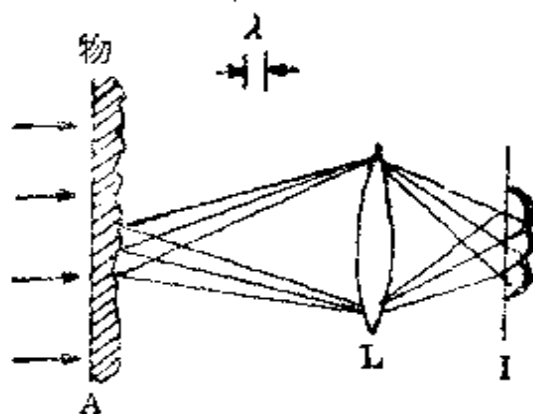


图 1-13-20

激光散斑的统计性质 statistical property of laser speckle

通常认为散斑满足三个基本假设条件为前提的统计性质:

1. 单色偏振光照射下,任一散射基元振幅、位相统计上相

互独立，并且所有其它基元振幅、位相也是独立的。

2. 散射基元有无限多个。

3. 散射基元的位相在主区间 $(-\pi, \pi)$ 上均匀分布。

散斑的统计性质为

(1) 强度服从负指数统计分布，几率密度为

$$P(I) = \exp\left(-\frac{I}{\langle I \rangle}\right) \text{ (如图所示)}$$

(2) 散斑衬度为 1。

横向尺寸的估计式 $D \approx \lambda/Q$;

纵向尺寸的估计式 $L \approx \lambda/2Q$ 。 Q 为光瞳直径对观察点的张角。

(3) 散斑光场的实部、虚部不相关，平均值为零，随机变量为高斯分布。

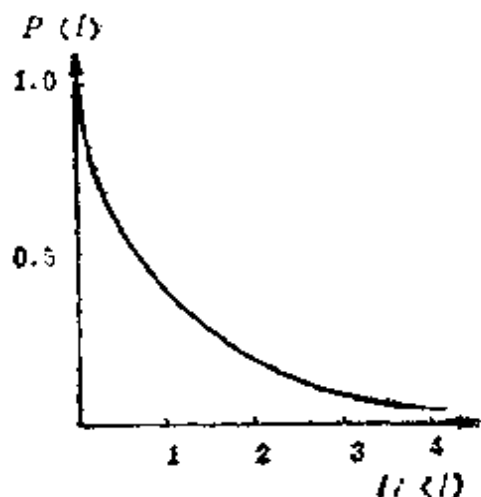


图 1-13-21

散斑照相术 speckle photography

记录在高分辨率照相底片上的散斑图样，起着普通漫射体的作用。大部分应用就是由这些漫射体产生的干涉现象得到的。散斑照相通常分横向位移和纵向位移两类。

横向位移照相(干涉效应为杨氏条纹)，如图1-13-22所示，激光照射漫射体G，与其相距 l 处放一干板H，干板作一横向微量位移，相对应曝光两次，经处理后，得到负片放置如图(1-13-23)所示的位置H，即在傅氏透镜L的前焦面上，并用准直激光照射，在透镜后焦面F上，得到的是散斑的背景被杨氏条纹所调制。当两次曝光时间相等时，杨氏条纹有最大的对比度。从理论上讲，曝光次数 N 很大时，干涉条纹亮线变细，暗区变宽；当 $N+1=7$ 时条纹暗区已经很宽了。

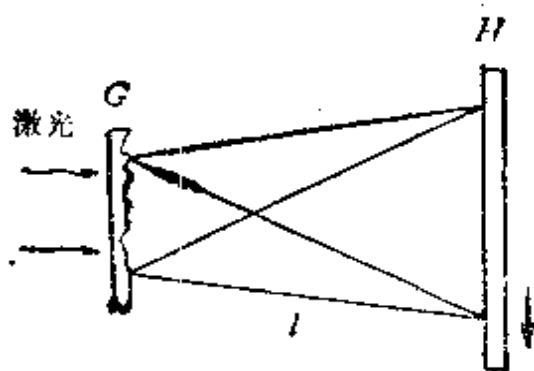


图 1-13-22

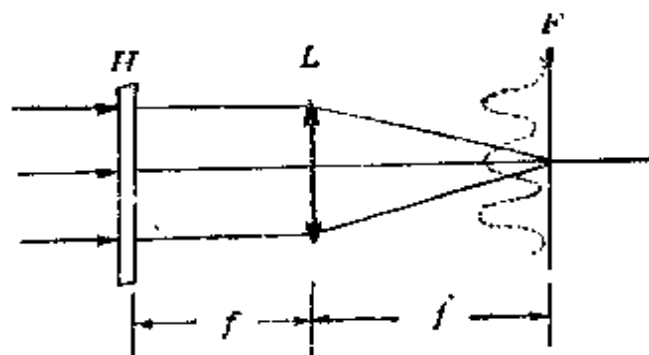


图 1-13-23

纵向移动照相（干涉效应为环状条纹）如图1-13-24所示，激光照射毛玻璃G产生斑纹，底片在 H_1 处第一次曝光，底片沿法线方向平移 e （至 H_2 处），作第二次曝光。显影后，从显微镜中观察到，当 e 足够小时，第一次曝光中记录的每一个斑纹元，都向第二次曝光时所占有的位置作径向位移， H_1 、 H_2 之间存在简单的放大效应。通常如图1-13-25所示观察到负片所产生的衍射为环状图样。又可将漫射体G纵向移动代替H的移动，所得干涉环，可用于检测G的位移。

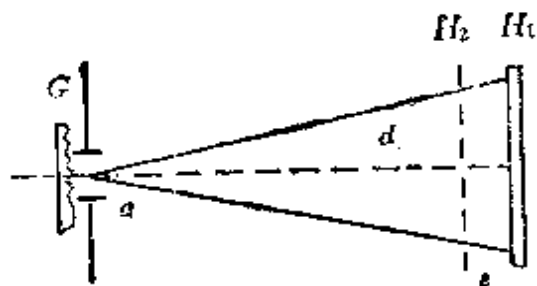


图 1-13-24

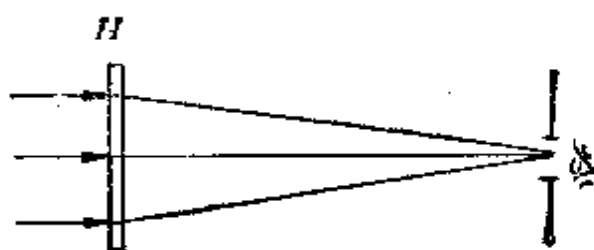


图 1-13-25

散斑术的应用 application of speckle technique

1. 测量表面的粗糙度。

测量表面的粗糙度的一般方法有：

根据条纹对比度测粗糙度

如图 1-13-26 所示，用激光束照射金属表面 G ，在 H 处作散斑记录。再使入射光改变 $\Delta\theta$ ，作二次曝光记录。由于表面的粗糙度的影响，则两散斑的相关性降低。如 σ 表示粗糙面的平均偏离，条纹对比度 γ 与 σ 之间有以下关系：

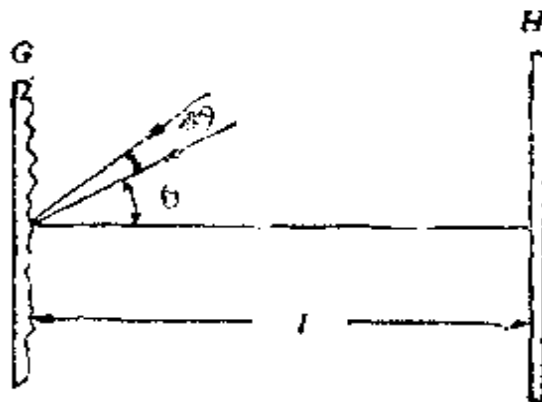


图 1-13-26

$$\gamma = \exp \left[- \left(\frac{2\pi\sigma}{\lambda} \sin\theta \cdot \Delta\theta \right)^2 \right]$$

此外，利用实时法、部分相干光照明法，也可确定表面粗糙度。

2. 测量微小位移和微小形变。

如图1-13-27所示， O 物放在输入平面上，通过成像透镜 L ，在共轭面上放置全息干板 H ，得到像面散斑。在同一干板上作物体移动前后的两次记录，则在负片上就记录了物体位移或形变的信息，再通过所谓逐点法和全场显示法检测位移或形变量（如图 1-13-28）。逐点法是用一束细而强的激光垂直入射到负片上，在衍射屏上得到夫琅和费衍射，我们可以观察到平行的、明暗相间

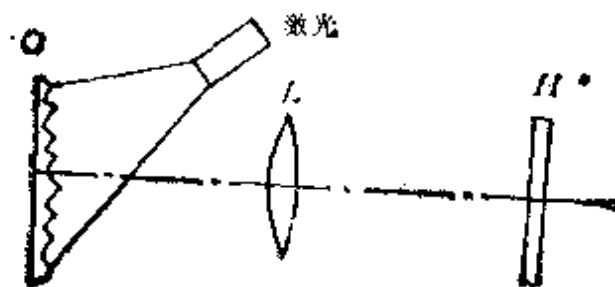


图 1-13-27

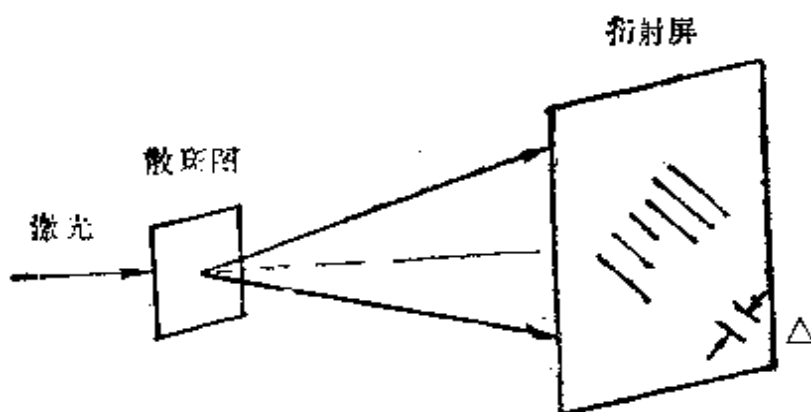


图 1-13-28

的条纹，这是由散斑移动后形成的杨氏条纹。位移越大，条纹越密。位移 δ 的绝对值由下式给出：

$$|\delta| = \frac{\lambda L}{M\Delta}, \text{ 其中 } L \text{ 为散斑图到屏的距离, } M \text{ 为散斑照相的放大倍数, } \Delta \text{ 为衍射屏上条纹间距, } \lambda \text{ 是激光波长。位移方向与条纹方向垂直。}$$

3. 全场分析法。

如图 1-13-29 所示， L_1 ， L_2 分别为透镜，在其对应的前后焦面上为散斑图、频谱图和像面。图中透镜对二次曝光散斑图进行

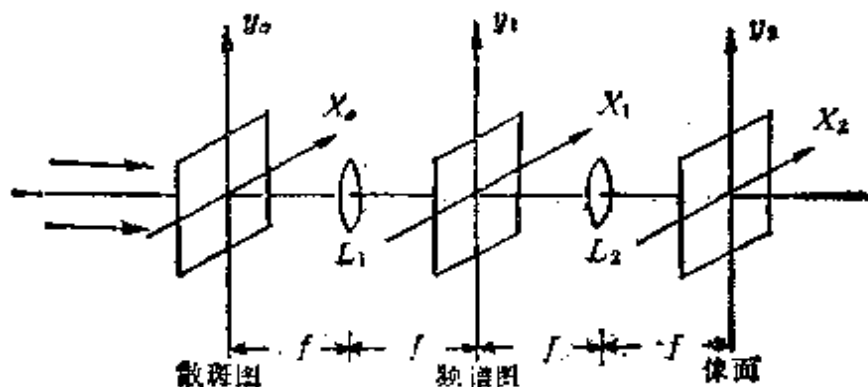


图 1-13-29

傅里叶变换，在谱面上开一小孔，进行光学滤波后，可以得到全场位移条纹。位移量可由下式给出：

$$|\delta| = \begin{cases} \frac{2(n^2+1)\lambda f}{2M|r|} & \text{暗条} \\ \frac{n\lambda f}{M|r|} & \text{明条} \end{cases}$$

r 为滤波孔的位置矢量， θ 为 δ ， ν 夹角， λ 激光波长， $n=0, \pm 1, \pm 2, \dots$ f 是透镜焦距， M 是散斑照相放大倍数。

逐点分析法精度较高，多用于对一点处的位移作精确的定量测量。

4. 散斑术用于光学图像处理

利用散斑术，采用多次曝光技术或定向散斑图的手段，可以实现多通道图像。

根据散斑术的加减原理，可用来提取图像的差异，进行图像密码、破译、改变反差等多种处理。

散斑术的应用今天日趋广泛，如在天文学领域、在光学系统测试图样、测量照相乳胶的调制传递函数，检验眼睛的折射状态等。