

## 第二章 球面和球面系统

§ 2-1 概念与符号规则

§ 2-3 反射球面

§ 2-2 折射球面

§ 2-4 共轴球面系统

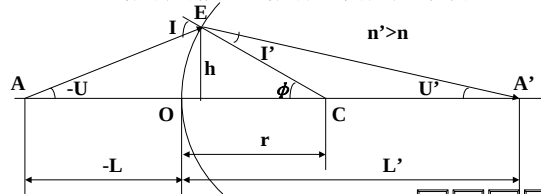
### § 2-1 概念与符号规则

#### 一、概念

①子午平面——包含光轴的平面

②截距：物方截距——物方光线与光轴的交点到顶点的距离  
像方截距——像方光线与光轴的交点到顶点的距离

③倾斜角：物方倾斜角——物方光线与光轴的夹角  
像方倾斜角——像方光线与光轴的夹角



分界面有左右，球面有凹凸，光轴有上方下方，区别？

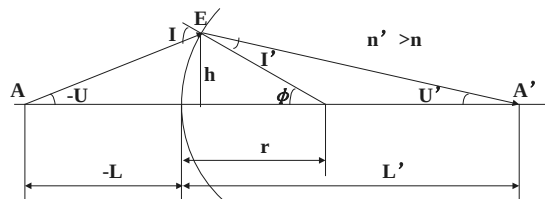
#### 二、符号规则：规定

a. 光线传播方向：从左向右

b. 线段：沿轴线段( $L, L', r$ )以顶点O为基准，左负右正  
垂轴线段( $h$ )以光轴为准，上正下负  
间隔d ( $O_1O_2=d$ )以前一个面为基准，左负右正

c. 角度：光轴与光线组成角度( $U, U'$ )  
光轴以锐角方向转到光线，顺时针正逆时针负  
光线与法线组成角度( $I, I'$ )  
光线以锐角方向转到法线，顺正逆负  
光轴与法线组成角度( $\phi$ )  
光轴以锐角方向转到法线，顺正逆负

### § 2-2 折射球面



#### 一、由折射球面的入射光线求出射光线

即已知： $r, n, n', L, U$  求： $L', U'$

利用三角形相似、折射定律及 $U+I=U'+I'=\phi$  得

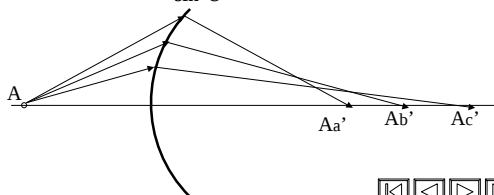
$$\sin I = \frac{L-r}{r} \sin U$$

$$\sin I' = \frac{n}{n'} \sin I$$

$$U' = U + I - I'$$

$$L' = r + r \frac{\sin I'}{\sin U'}$$

可见， $L'=f(U)$   
不同U的光线经折射后不能相交于一点——斑，不完善成像



#### 二、近轴光线经折射球面折射并成像

1. 近轴光线：与光轴很靠近的光线，即-U很小，

$\sin(-U) \approx -U$ ，此时用小写：

$$\sin(-U) = -u \quad \sin I = i \quad L = l$$

近轴光线所在的区域叫近轴区

对近轴光，已知入射光线求折射球面的出射光线：即由 $l, u \rightarrow l', u'$ ，以上公式组变为：

$$i = \frac{l-r}{r} u$$

$$i' = \frac{n}{n'} i$$

$$u' = u + i - i'$$

$$l' = r + r \frac{i'}{u'}$$

当u改变时，I'不变！  
点——》点，完善成像

此时A, A'互为物像，称共轭点

近轴光所成像称为高斯像  
仅考虑近轴光的光学叫高斯光学

## 2. 近轴光线经折射球面计算的其他形式

(为计算方便, 根据不同情况可使用不同公式)

利用  $lu = h = l'u'$

$$\phi = h/r = u + i = u' + i'$$

$$ni = n'i'$$

可导出

$$n\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l}\right) = n'\left(\frac{1}{r} - \frac{1}{l'}\right) = Q$$

阿贝不变量

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r}$$

光线经折射球面时的  $u, u'$  关系

$$n'u' - nu = \frac{n' - n}{r} h$$

## 3. (近轴区) 折射球面的光焦度, 焦点和焦距

可见, 当  $(n' - n)/r$  一定时,  $f'$  仅与  $l$  有关。

正负含义?

$$\phi = \frac{n' - n}{r}$$

光焦度  
(折射面偏折光线的能力)

$$f' = l' \rightarrow \infty = \frac{n'}{n' - n} r$$

$$f = l \rightarrow \infty = -\frac{n}{n' - n} r$$

由上三式得

$$\phi = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f}$$

普适于任何  
光学系统

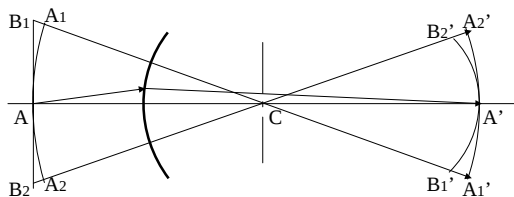
$$\frac{f'}{l'} + \frac{f}{l} = 1$$

$$\frac{f'}{f} = -\frac{n'}{n}$$

$$f' + f = r$$

## 三、物平面以细光束经折射球面成像

### 1. 物平面以细光束成像



细光束,  $A \rightarrow A'$  完善成像

同心球面  $A_1AA_2 \rightarrow$  曲面  $A_1'A_2'$  完善成像

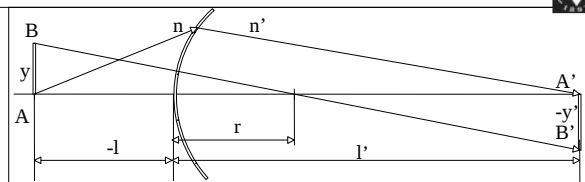
由公式,  $l$  变小,  $l'$  也变小, 平面  $B_1AB_2 \rightarrow$  曲面  $B_1'A_2'B_2'$

不再是平面: 像面弯曲

### 2. 细小平面以细光束经折射球面成像:

平面物  $\rightarrow$  平面像, 完善成像

## 3. 细小平面以细光束成像的三种放大率与拉氏不变量



### ① 横向放大率 (垂轴放大率) $\beta$

$$\beta = \frac{y'}{y} = \frac{n'l'}{n'l} = \frac{nu'}{nu}$$

(利用三角形相似和阿贝不变量)

### ② 轴向 (沿轴) 放大率 $\alpha$

$$\alpha = \frac{dl'}{dl} = \frac{n'l'^2}{n'l^2} = \frac{n'}{n} \beta^2$$

描述光轴上一对共轭点沿轴

移动量之间的关系

### ③ 角度放大率 $\gamma$

$$\gamma = \frac{u'}{u} = \frac{l}{l'} = \frac{n}{n'} \frac{1}{\beta}$$

描述折射前后一对光线与光轴夹角之间的关系

## 讨论:

$$\beta = \frac{n'l'}{n'l}$$

当  $n, n'$  一定,  $l$  不同, 则  $\beta$  不同

当  $l$  一定 ( $l'$  一定) 时,  $\beta$  为常量。

垂轴物像  
相似

$$\beta = \frac{y'}{y}$$

$\beta > 0$  时,  $y, y'$  同号, 成正像, 否则成倒像

$|\beta| > 1$  时,  $|y'| > |y|$ , 成放大像, 否则成缩小像

$$\alpha = \frac{n'}{n} \beta^2$$

$\alpha > 0$ , 像移动方向与物移动方向相同

一般  $\alpha \neq \beta$ , 立体物与像不再相似

$$\alpha\gamma = \beta$$

$\beta, \alpha, \gamma$  之间的关系

$$\text{由 } \frac{y'}{y} = \beta = \frac{nu}{n'u'} \text{ 得 } nyu = n'y'u' = j$$

$j$  为拉氏不变量,  
它是表征光学系统  
性能的重要参数

## § 2-3 反射球面——球面镜

### 一、物像公式

$$\frac{n'}{l'} - \frac{n}{l} = \frac{n' - n}{r} \xrightarrow{n' = -n} \frac{1}{l'} + \frac{1}{l} = \frac{2}{r} \Rightarrow \phi = -\frac{2n}{r}$$

$r < 0, \phi > 0$  会聚  
 $r > 0, \phi < 0$  发散

### 二、焦距

$$f' = f = \frac{r}{2}$$

$f', f$  与  $r$  同号

$f' < 0$  为实焦点

$f' > 0$  为虚焦点

### 三、放大率与拉氏不变量

$$\beta = -\frac{l'}{l}$$

$$\alpha = -\beta^2$$

$$\gamma = -\frac{1}{\beta}$$

(物像反向移动)

$$j = nyu = n'y'u'$$

$$\therefore yu = -y'u'$$

### § 2-4 共轴球面系统

已知：1、各球面曲率半径  $r_1, r_2, \dots, r_k$   
 2、各表面顶点的间隔  $d_1, d_2, \dots, d_{k-1}$   
 3、折射率  $n_1, n_2, \dots, n_{k+1}$

讨论经共轴球面系统成像的几个光路计算问题。

### 一、由入射光线求出射光线

对一个面的操作 + 过渡

过渡公式：

$$n_i' = n_{i+1}, (i = 1, 2, \dots, k)$$

$$y_i' = y_{i+1}, (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

$$u_i' = u_{i+1}, (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

$$l_{i+1} = l_i' - d_i, (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

$$h_{i+1} = h_i - d_i u_i', (i = 1, 2, \dots, k-1)$$

则由  $l_1, u_1 \rightarrow l_1', u_1' \rightarrow l_2, u_2 \rightarrow \dots \rightarrow l_k', u_k'$   
 或  $h_1, u_1 \rightarrow u_1' \rightarrow h_2, u_2 \rightarrow \dots \rightarrow h_k, u_k'$  可求解

### 二、共轴光学系统的放大率

$$\beta = \beta_1 \beta_2 \dots \beta_k \quad \text{且有} \quad \beta = \frac{n_1}{n_k'} \cdot \frac{l_1' l_2' \dots l_k'}{l_1 l_2 \dots l_k} = \frac{n_1 u_1}{n_k' u_k'}$$

$$\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \dots \alpha_k \quad \text{且有} \quad \alpha = \frac{n_k'}{n_1} \beta_2$$

$$\gamma = \gamma_1 \gamma_2 \dots \gamma_k$$

并对整个系统有

$$\gamma = \frac{n_1}{n_k'} \frac{1}{\beta}$$

$$\alpha \gamma = \beta$$

### 三、光学系统的拉氏不变量

由一个面的拉氏不变量  $j = n y u = n' y' u'$

根据过渡公式得  $j_1 = j_2 = \dots = j_k = j$

——整个系统的拉氏不变量

J表征了这个光学系统的性能，即能以多高的物、多大孔径角的光线入射成像。J值大，表明系统能对物体成像的范围大，成像的孔径角大，传输光能多。同时，孔径角还与光学系统分辨微细结构的能力有关。

J值大的光学系统具有更高的性能

### 本章小结

符号规则，在计算与有关推导中必须严格遵守  
 近轴光线经单个折（反）射球面的计算问题  
 单个折（反）射球面只对细小平面以细光束才能完善成像  
 焦距、光焦度、物距、像距、三种放大率  
 阿贝不变量，拉氏不变量（含义）

### 与本章内容有关的一些问题

精密球面形测量，光学车间检验方法