激光应用，激光光束，质量控制，M²因子

5 278-283 4 TN24

M^2 因子概念和激光光束质量控制*

吕百达 张 彬 蔡邦维
（四川大学光电科学技术系，成都）

摘要：本文对M^2因子概念的物理意义和在激光光束质量控制中的应用作了详细分析，还就M^2因子概念的推广和某些问题作了讨论。

M^2-factor concept and laser beam quality control

Lü Baida, Zhang Bin, Cai Bangwei
(Dept. of Opto-Elect. Science & Technology, Sichuan University)

Abstract: The physical meaning of M^2-factor concept and its applications in the laser beam quality control are analysed in detail. The generalization and some problems concering the M^2-factor concept are discussed too.

一、引　　言

在激光的实际应用中，除了对输出功率（或能量）效率和稳定性等有要求外，光束质量是一项重要的指标。事实上，研究激光束传输变换规律也是以光束质量控制为主要目的的。在激光发展的历史上，曾针对不同的应用目的提出不同的参数作为衡量光束质量优劣的标准。例如，用远场发散角、聚焦光斑尺寸、可聚焦能量分别作为衡量激光人卫测距仪、激光加工机和激光核聚变驱动器光束质量的主要指标，在大气传输中，则常用斯特列尔(Strehl)比作为标准等等。近年来，随着对激光束变换的深入研究，光束质量及诊断问题引起了新的兴趣，在国际标准化度量局（ISO）的几次会议上，提出了采用M^2因子作为统一的光束质量标准的建议。M^2因子概念的提出基本上克服了以往衡量激光束质量标准不统一、不甚确切的困难，但也有一些问题值得商榷。本文拟对M^2因子概念的物理意义和光束质量控制有关的问题作一分析和讨论，以期深化对激光光束质量的认识。

二、衡量光束质量的M^2因子概念

1. M^2因子的定义和物理意义

M^2因子的定义为[1]

$$M^2\text{因子}=\frac{\text{实际光束的空间和光束宽度的乘积}}{\text{理想高斯光束的空间和光束宽度的乘积}} \tag{1}$$

* 本文部分内容曾在863-410-01专题讨论会（1991年12月，成都）上报告。

亦可等价地表示为

$$M^2\text{因子}=\frac{\text{实际光束的光腰半径和远场发散角的乘积}}{\text{理想高斯光束的光腰半径和远场发散角的乘积}} \tag{2}$$

由此可知：(1)采用M^2因子概念时，作为光束质量统一比较的标准是理想高斯光束，即基模（TEM_{00}模）高斯光束有最好的光束质量$M^2=1$；(2) 当高斯光束通过无象差、衍射效应可忽略的透镜、望运镜系统聚焦或扩束时，虽然光腰尺寸或远场发散角要变化，但作为比较的物理量即光腰半径和发散角之积，当光束一定时是一个不变量。对理想高斯光束有[2]

$$w_0\theta_0=\frac{\lambda}{\pi} \tag{3}$$

（式中，w_0，θ_0分别为光腰半径和远场发散角，λ为激光波长）这是为测不准原理所限的最小值。因此，使用M^2因子比之仅用聚焦光斑尺寸或发散角衡量光束质量更为全面一些。

(1)，(2) 式还表明M^2因子的物理意义为实际光束（例如多模厄米-高斯光束、拉盖尔-高斯光束，“混合模”高斯光束等）的光腰半径和远场发散角的乘积与理想高斯光束对应值之比的倍数，其值一般大于1。M^2因子之值越大，实际光束偏离理想高斯光束越远，其光腰半径和发散角之积越大，光束质量也越差。

在使用 (2) 式时，涉及“光腰半径”（或较一般地“光斑半径”）和“远场发散角”的规定。对理想高斯光束，文献中是较为统一的，光斑半径$w(z)$用光强最大值$1/e^2$处的半宽度来定义，等效地说，在所定义的光斑尺寸内含有高斯光束总功率的86.5%。远场发散角θ_0是用渐近线公式

$$\theta_0=\lim_{z\to\infty}\frac{w(z)}{z}=\frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{4}$$

来定义的。但文献中对多模高斯光束光斑尺寸并无统一标准，例如用外拐点[2]或二阶矩[1]定义等等。ISO有关文件中规定了统一使用二阶矩作为光斑尺寸和角谱定义（容易证明，对高阶高斯光束，远场发散角用渐近线公式和二阶矩定义计算结果是一致的），这一规定的优点是，理论上可由此直接导出实际光束的传输方程，实践上亦便于M^2因子模规的研制和参数检测。

采用二阶矩定义，对厄米-高斯光束经直接的积分计算可求出在x和y方向上的光斑半径$w_m(z)$，$w_n(z)$分别为

$$w_m^2(z)=\frac{4\int_{-\infty}^{+\infty}x^2H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}x\right)e^{-\frac{2x^2}{w^2}}dx}{\int_{-\infty}^{+\infty}H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}x\right)e^{-\frac{2x^2}{w^2}}dx}=(2m+1)w^2(z) \tag{5}$$

$$w_n^2(z)=\frac{4\int_{-\infty}^{+\infty}y^2H_n^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}y\right)e^{-\frac{2y^2}{w^2}}dy}{\int_{-\infty}^{+\infty}H_n^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}y\right)e^{-\frac{2y^2}{w^2}}dy}=(2n+1)w^2(z) \tag{6}$$

式中，H_m，H_n分别为m，n阶厄米多项式。

对拉盖尔-高斯光束（模序数为p，l），稍复杂的积分计算求得其光斑半径$w_{pl}(z)$为

$$w_{pl}^2(z)=\frac{2\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\sqrt{2}}{w}r\right)^{2l}\left[L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2}}\begin{Bmatrix}\cos^2 l\varphi\\ \sin^2 l\varphi\end{Bmatrix} r^3\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi}{\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\sqrt{2}}{w}r\right)^{2l}\left[L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2 e^{-\frac{2r^2}{w^2}}\begin{Bmatrix}\cos^2 l\varphi\\ \sin^2 l\varphi\end{Bmatrix} r\,\mathrm{d}r\,\mathrm{d}\varphi}$$

$$=(2p+l+1)w^2(z) \tag{7}$$

式中，L_p^l 为拉盖尔多项式。

远场发散角分别为

$$\theta_m=\lim_{z\to\infty}\frac{w_m(z)}{z}=\sqrt{2m+1}\lim_{z\to\infty}\frac{w(z)}{z}=\sqrt{2m+1}\,\frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{8}$$

$$\theta_n=\lim_{z\to\infty}\frac{w_n(z)}{z}=\sqrt{2n+1}\lim_{z\to\infty}\frac{w(z)}{z}=\sqrt{2n+1}\,\frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{9}$$

$$\theta_{pl}=\lim_{z\to\infty}\frac{w_{pl}(z)}{z}=\sqrt{2p+l+1}\lim_{z\to\infty}\frac{w(z)}{z}=\sqrt{2p+l+1}\,\frac{\lambda}{\pi w_0} \tag{10}$$

因此，对厄米-高斯光束

$$M_x^2=\frac{w_{0m}\,\theta_m}{w_0\,\theta_0}=\frac{(2m+1)w_0\dfrac{\lambda}{\pi w_0}}{\lambda/\pi}=2m+1 \tag{11}$$

$$M_y^2=\frac{w_{0n}\,\theta_n}{w_0\,\theta_0}=\frac{(2n+1)w_0\dfrac{\lambda}{\pi w_0}}{\lambda/\pi}=2n+1 \tag{12}$$

对拉盖尔-高斯光束

$$M_r^2=\frac{w_{0pl}\theta_{pl}}{w_0\theta_0}=\frac{(2p+l+1)w_0\dfrac{\lambda}{\pi w_0}}{\lambda/\pi}=2p+l+1 \tag{13}$$

式中，w_{0m}，w_{0n}分别为在x，y方向厄米-高斯光束光腰半径，w_{0pl}为拉盖尔-高斯光束光腰半径。由（11）～（13）式知，M^2因子与模序数（m，n，p，l）有关，模序数越高，则M^2因子值越大，光束质量越差。

2. 光斑尺寸内的归一化功率

高阶高斯光束在所定义的光斑尺寸〔(5)～(7)式〕内所占功率百分比T（即归一化功率）也是一个值得注意的问题，文献〔3〕曾对此作过讨论，但其结果疑有误。对厄米-高斯光束，

在矩形域内有

$$T_{mn}=\frac{\int_{-\sqrt{2m+1}w}^{\sqrt{2m+1}w}\int_{-\sqrt{2n+1}w}^{\sqrt{2n+1}w}H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}x\right)H_n^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}y\right)e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2}}dxdy}{\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty}H_m^2\left(\frac{\sqrt{2}}{w}x\right)H_n^2\left(\frac{\sqrt{2}y}{w}\right)e^{-\frac{2(x^2+y^2)}{w^2}}dxdy} \tag{14}$$

我们对前几阶模作了计算结果见表1。在椭圆形域内有

$$T_{mn}=\frac{\int_0^{2\pi}\int_0^{r(\theta)}H_m^2\left(\sqrt{2}r\cos\theta\right)H_n^2\left(\sqrt{2}\,r\sin\theta\right)e^{-2r^2}\,r\,dr\,d\theta}{\int_0^{2\pi}\int_0^{+\infty}H_m^2\left(\sqrt{2}r\cos\theta\right)H_n^2\left(\sqrt{2}r\sin\theta\right)e^{-2r^2}rdrd\theta} \tag{15}$$

式中，

$$r(\theta)=\left(\frac{\cos^2\theta}{2m+1}+\frac{\sin^2\theta}{2n+1}\right)^{-\frac{1}{2}} \tag{16}$$

计算结果总结于表2。对拉盖尔-高斯光束，在圆形域内有

$$T_{pl}=\frac{\int_0^{\sqrt{2p+l+1}\,w}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\sqrt{2}}{w}r\right)^{2l}\left[L_p^l\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2e^{-\frac{2r^2}{w^2}}\left\{\begin{matrix}\cos^2 l\varphi\\ \sin^2 l\varphi\end{matrix}\right.rdrd\varphi}{\int_0^{+\infty}\int_0^{2\pi}\left(\frac{\sqrt{2}}{w}r\right)^{2l}\left[L^l_p\left(\frac{2r^2}{w^2}\right)\right]^2e^{-\frac{2r^2}{w^2}}\left\{\begin{matrix}\cos^2 l\varphi\\ \sin^2 l\varphi\end{matrix}\right.rdrd\varphi} \tag{17}$$

表1　矩形域中厄米-高斯光束光斑尺寸内的归一化功率T_{mn}

$n\backslash m$	0	1	2	3	4
0	0.9110	0.9474	0.9528	0.9540	0.9543
1	0.9474	0.9853	0.9909	0.9922	0.9925
2	0.9528	0.9909	0.9966	0.9978	0.9982
3	0.9540	0.9922	0.9978	0.9991	0.9994
4	0.9543	0.9925	0.9982	0.9994	0.9998

表2　椭圆形域中厄米-高斯光束光斑尺寸内的归一化功率T_{mn}

$n\backslash m$	0	1	2	3	4
0	0.8647	0.8970	0.9035	0.9056	0.9066
1	0.8970	0.9380	0.9477	0.9514	0.9531
2	0.9035	0.9477	0.9588	0.9633	0.9656
3	0.9056	0.9514	0.9633	0.9683	0.9710
4	0.9066	0.9531	0.9656	0.9710	0.9738

表3　圆形域中拉盖尔-高斯光束光斑尺寸的归一化功率T_{pl}

$l\backslash p$	0	1	2	3	4
0	0.8647	0.9083	0.9228	0.9309	0.9364
1	0.9084	0.9218	0.9300	0.9356	0.9398
2	0.9380	0.9367	0.9393	0.9421	0.9446
3	0.9576	0.9499	0.9486	0.9490	0.9500
4	0.9707	0.9609	0.9572	0.9559	0.9557

数值计算结果见表3。由表1～3易知：(1) 高阶高斯光束的激光功率绝大部分都集中于所定义的光斑尺寸之内，且在所计算范围内T随模序数的增加而单调增；(2) 基模高斯光束的T值最小，对圆形域$T_{00}=86.5\%$（因此，二次矩定义下的光斑尺寸，保持了多模和基模光斑尺寸定义的一致性），对矩形域$T_{00}'=91.1\%$，$T_{00}'>T_{00}$这是十分显然的结果。

三、光束质量控制

M^2因子概念的明确提出和M^2因子模规的研制成功，为在实际工作中实施光束质量控制和检测提供了标准和手段。从M^2因子的定义出发并利用激光光学方法，可得到以下重要结论：

1. 激光束通过自由空间（理想情况，不计非线性光学效应）传输和通过无象差(不计衍射效应）光学元件为薄透镜、望远镜系统时，M^2因子之值不变。

2. 合理设计和使用的空间滤波器、高斯光阑或高斯反射镜等光学元件和系统，可减小M^2因子之值，提高光束质量，其物理实质是“滤去”高阶模。

3. 对激光振荡器，提高光束质量的重要措施应是光腔的优化设计。例如对板条固体激光器可采用非轴对称腔、轴对称腔内插非轴对称光学元件(柱透镜等)、离轴腔等多种方案。其作用或者是压缩发散角，或者是减小宽度方向的光斑尺寸，以使厚度和宽度两个方向的M^2因子得以减小。其中，采取有效措施减小宽度方向的M^2因子值尤为必要。

4. 泵浦方案也与光束质量有关。例如二极管激光纵向泵浦或单模激光泵浦的固体激光器的输出光束质量比闪光灯泵浦要好。

5. 由于M^2因子定义式中规定了使用理想高斯光束作为比较标准，在某些实际应用中，例如激光核聚变驱动器采用无规位相板等措施来使光束强度平滑化会导致M^2因子的增大。

四、推广和讨论

1. M^2因子的定义 (1)，(2) 式是比较普遍的关系式，可推广用于讨论其它一些非理想光束的光束质量。例如，对于高斯-谢尔模型光束 (Gaussian Schell-model beams)，使用文献[5]的公式可求出其远场发散角θ'为

$$\theta'=\lim_{z\to\infty}\frac{w(z)}{z}=\frac{\lambda}{\pi w_0'}\sqrt{1+\left(\frac{w_0'}{\sigma_0}\right)^2} \tag{18}$$

式中，w_0'为光腰半径，σ_0为相干长度，是光束相干性的量度，定义

$$\beta=\left[1+\left(\frac{w_0'}{\sigma_0}\right)^2\right]^{-\frac{1}{2}} \tag{19}$$

则（18）式可简写为

$$\theta'=\frac{\lambda}{\pi w_0'\beta} \tag{20}$$

于是

$$w_0'\theta'=\frac{\lambda}{\pi\beta} \tag{21}$$

高斯-谢尔模型光束的M_{G-S}^2因子为

$$M_{G-S}^2=\frac{w_0'\theta'}{w_0\theta_0}=1/\beta \tag{22}$$

对一般情况（部分相干光），σ_0为有限值，由（19），（22）式知 $M_{G-S}^2>1$。相干性越好，σ_0越长，则M_{G-S}^2值越接近1，极限情况下$\sigma_0\to\infty$（理想高斯光束），$M_{G-S}^2=1$。

2．对混合模高斯光束[11]有

$$M_x^2=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(2m+1)\left|C_{mn}\right|^2 \tag{23}$$

$$M_y^2=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty}(2n+1)\left|C_{mn}\right|^2 \tag{24}$$

$$M_r^2=\sum_{p=0}^{\infty}\sum_{l=-p}^{p}(2p+l+1)\left|C_{pl}\right|^2 \tag{25}$$

式中，C_{mn}，C_{pl}为权重因子，且$\Sigma_{mn}|C_{mn}|^2=1$，$\Sigma_{pl}|C_{pl}|^2=1$。从实用角度而言，如何方便地确定权重因子仍是值得考虑的问题。

3．以理想高斯光束作为比较标准的M^2因子定义对所谓非平方可积类光束并不一定是很适用的。典型例为均匀平面波，在无界空间中传输的均匀平面波，类似于（5）等式子的二阶矩定义的积分计算是发散的，为此需要使用“截断光束”的概念（truncated beam），即设平面波受有限几何尺寸的孔径（例如半径为a的圆孔光阑）所限制，注意到平面波圆孔衍射的著名公式

$$a\theta=0.61\lambda \tag{26}$$

（式中，θ为第一衍射角），易求出截断均匀平面波的M_p^2因子为

$$M_p^2=\frac{a\theta}{w_0\theta_0}=2 \tag{27}$$

显然，这样对于追求光束强度剖面均匀化的应用，例如激光核聚变驱动器，某些激光材料加工应用等，并不一定适宜。

综上所述可得结论为：M^2因子概念的明确提出和相关定义的规范化，为较全面和统一描述激光光束质量是有益的。对有关问题的进一步讨论将有助于深化对光束质量的认识以及统一标准的制定、推广和应用。

本工作得到863-410-01的支持。作者吕百达曾就文中有关问题与范滇元研究员、杨成龙副研究员进行多次十分有益的讨论，特此一并致谢！

Nd:YAG激光器，实验，激光器

⑥

双棒串接单级Nd:YAG激光器的实验研究

TN248.13

284-287

曹三松 徐绍林 韩 凯 吴大志 李俊书

（西南技术物理研究所，成都）

摘要：在单级Nd:YAG激光器中，我们采用粘接方法将两根Nd:YAG棒串接起来，使激光器的效率和输出功率得到提高。使用这一方法研制成功的长脉宽脉冲Nd:YAG激光器输出平均功率达到210W。

Experimental investigation of two rods bonding Nd:YAG laser

Cao Sansong, Xu Shaoling, Han Kai, Wu Dazhi, Li Junshu

(Southwest Institute of Technical Physics)

Abstract: We have proposed a method of bonding two Nd:YAG rods together with adhesive in one heal of laser to improve the effectiveness and output power. By using this method, we have developed a long-pulsewidth Nd:YAG laser with output of 210 watts in average.

一、引 言

发展工业应用的高功率固体激光系统是目前研究发展的热点之一，世界各国在发展高平均功率Nd:YAG激光系统上已取得显著进展。据报导，日本住友金属矿山公司已研制成功输

参 考 文 献

〔1〕 Siegman A E. New developments in laser resonatrs. In: Holmes D A ed. Optical resonators, SPIE, Bellingham, 1990, SPIE, 1990: 2～14

〔2〕 Weber H. 激光谐振腔. 武汉：华中工学院出版社，1983：23～24，100～104

〔3〕 Carter W H. Appl Opt, 1980; 19 (7): 1027～1029

〔4〕 吕百达，胡玉芳，季小玲 *et al*. 红外与激光技术，1991；(3)：38～46

〔5〕 Turunen J, Friberg A T. Opt & Laser Tech, 1986; 18 (5): 256～266

* * *

作者简介：吕百达，男，1943年出生。教授，室主任。美国IEEE学会会员。主要研究方向为新型固体激光器件与技术，光腔物理与光束传输变换，非线性光学等。

张 彬，女，1969年9月出生。硕士研究生。从事固体激光器、光束传输变换方面的研究工作。

蔡邦维，请见本刊1987年、第11卷，第5期，第14页。

收稿日期：1992年3月5日。