

# 目 录

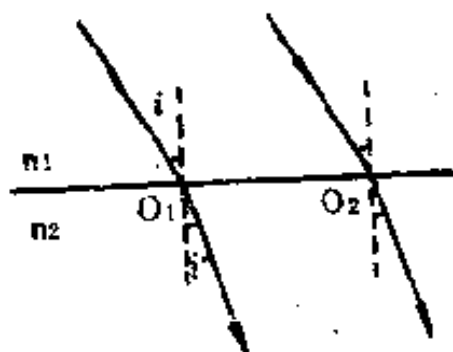
超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

- 一、几何光学的基本原理及傍轴成象理论( 1—53) ..... ( 1 )
- 二、光阑、象差和光学仪器原理(54—73) ..... ( 38 )
- 三、光度学和辐射度学 ( 74—88 ) ..... ( 53 )
- 四、光波及其在各向同性介质界面的反射和折射 ( 89—115 )  
..... ( 62 )
- 五、光的干涉 ( 116—163 ) ..... ( 78 )
- 六、光的衍射 ( 164—211 ) .....(115)
- 七、傅里叶光学的基本原理 ( 212—224 ) .....(147)
- 八、光在晶体中的传播 ( 225—269 ) .....(162)
- 九、光的吸收、色散和散射 ( 270—282 ) .....(190)
- 十、光的量子性 ( 283—300 ) .....(197)

# 一、几何光学的基本原理 及傍轴成象理论

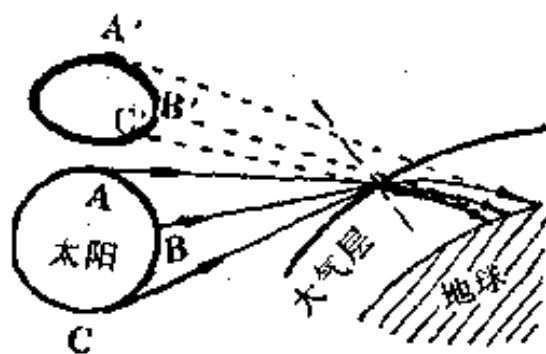
1. 当一束光从空气进入水中时，光束的截面积发生怎样的变化？

答：一束光线从空气射入水中， $n_1 < n_2$ 。由折射定律  $n_1 \sin i = n_2 \sin i'$ ，应有  $i' < i$ 。如图，光束在空气中横截面积为  $\pi (O_1 O_2 \cos i / 2)^2$ ，在水中为  $\pi (O_1 O_2 \cos i' / 2)^2$ 。因为  $i' < i$ ，于是  $\cos i' > \cos i$ ，所以光束在水中的截面积将大于在空气中的截面积。



2. 为什么日出或日落时太阳看起来是扁的？

答：日出或日落时，太阳位于地平线附近，来自太阳顶部、中部和底部的光线射向地球大气层的入射角依次增大



(如图)。同时，大气层密度不均匀，折射率  $n$  随接近地面而逐渐增大。

当光线穿过大气层射向地面时，由于  $n$  逐渐增大，使其折射角逐渐减小，光线

的传播路径就发生了弯曲。我们沿着光线看去，看到的发光点位置就会比其实际位置抬高。另一方面，折射光线的弯曲程度还与入射角有关。入射角越大的光线，弯曲越厉害，视觉位置就被抬得更高。因为从太阳上部到下部发出的光线，入射角依次增大，下部的视觉位置就依次比上部抬高得更多。所以，日出和日落时太阳看起来呈扁椭圆形。

**3. 一束在空气中波长为 $5893\text{\AA}$ 的钠黄光，从空气进入水中时，它的波长将变为多少？在水中观察这束光时，其颜色会改变吗？**

答：根据光在媒质中的波长 $\lambda' = \lambda/n$ ，水的折射率 $n = 4/3$ ，则钠黄光在水中的波长为 $\lambda' = \frac{5893\text{\AA}}{4/3} = 4420\text{\AA}$ ；光的颜色是由光波的频率决定，在不同媒质中，光的频率是不变的。所以在水中观察这束光，其颜色不变，仍为黄色。

**4. 同一物体经针孔或平面镜所成的象有何不同？**

答：由反射定律可知，平面镜的物象之间是关于镜面对称的。例如右旋坐标系经平面镜成的象为左旋坐标系，因此象同物左右互易而上下并不颠倒。即物体经平面镜生成等大、正立的虚象。

物体经针孔成象时，物点和象点之间相对于针孔对称。例如右旋坐标系经针孔所成的象仍为右旋坐标系，因此象同物的上下左右都是互易的，而且成象的大小与针孔到接收屏的距离有关。即物体经针孔生成倒立实象。

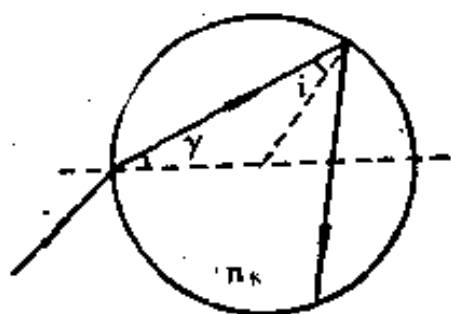
**5. 在夜晚的江面上，为什么路灯生成的倒影是拉得很长的一条光带？**

答：江面上荡漾的水波相当于若干互成微小角度的平面

镜。路灯在这无数平面镜上分别生成一个个虚象，连串起来，就是一条很长的光带。

6. 下雨后，树叶上的水珠为什么显得很亮？要使光线在水珠内作全反射，问水珠内的入射光线和通过入射点的直径之间的夹角不能小于多少度？

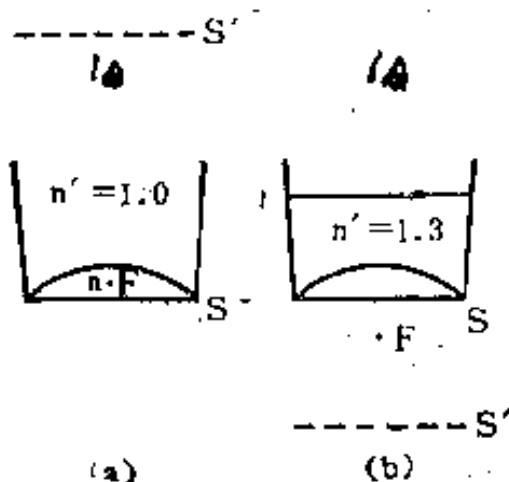
答：雨后树叶上的水珠之所以显得很亮，是因为光线在水珠内发生了全反射。要使光线在水珠内发生全反射，则应使光线从水珠内射向空气的入射角  $i$  大于其全反射临界角  $i_c$ 。如图，光线从水珠内射向空气的入射角  $i$ ，正是水珠内入射光线与通过入射点的



直径间的夹角  $\gamma$ 。因此  $\gamma = i_c = \sin^{-1} \frac{n_2}{n_1} = \sin^{-1} \frac{4/3}{1} = 48.5^\circ$ 。

7. 有一玻璃酒杯，杯底呈凸形球面，球面下嵌有一画，空杯看去，与普通酒杯无异，注入酒后杯底呈现出美丽的画面，这是为什么？试解释之。

答：这种玻璃酒杯的凸形底面相当于一个单折射球面，



它的下面本来就嵌有图画  $S$ ，如图(a)。未盛酒时，对这个单折射球面有： $r < 0, n > n' = 1.0$ ，则单球面的物方焦距  $f = \frac{-n}{n' - n} r < 0$ 。

选择适当的球面曲率半径  $r$ ，使  $|f| < |s|$ ，这时图画  $S$  在

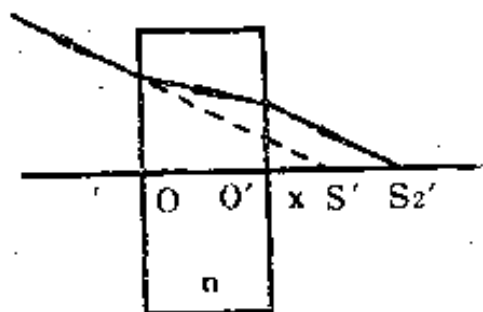
物方焦点F外侧。由  $s' = \frac{s+f'}{sf'}$  可知，将生成一倒立放大实象  $S'$  在杯上方远处。人眼靠近杯看时，它是人眼的虚物，故看不见。倒入酒后，如图(b)， $n > n' = 1.3$ ，由于  $n'$  增大，单球面的焦距  $|f|$  会变大，使得  $|f| > |s|$ ，即画图  $S$  位于  $F$  内侧。由  $s' = \frac{s+f'}{sf'}$  可知，将在单球面下方生成一个放大虚象  $S'$ ，这时人眼就能看见酒面了。

8. 晴天时，利用日光和一块凹面镜就能点火，利用凸面镜能点火吗？

答：不能。因光线经凸面镜反射后，必然成为发散的反射光线，不可能有交点。发散光线的反向延长线的交点为凸面镜的虚焦点，它位于凸面镜后方。由于虚焦点不是实际光线的会聚点，故凸面镜不能将日光会聚点火。

9. 实物点  $S$  经薄透镜  $L$  成一实象点  $S'$ 。若将一表面平行的玻璃板垂直于光轴插入自透镜出射的光路中，问象点  $S$  将怎样变动？

答：象点将远离透镜，即  $S_2' > S'$ ，如图。从透镜出射的会聚光线经玻璃板折射后方向不变，但有一个侧向位移，因而使象点变远。



10. 薄透镜的焦距与它所在媒质是否有关？凸透镜一定是会聚透镜吗？凹透镜一定是发散透镜吗？

答：由薄透镜焦距公式： $f = -n / \left( \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \right)$

和  $f' = n' / \left( \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \right)$  可见,  $f$  及  $f'$  与组成透镜的

两个单球面曲率半径  $r_1$ 、 $r_2$  有关, 与透镜材料折射率  $n$  有关, 还与它所在的物方和象方的折射率  $n_0$  和  $n'$  有关。当  $f' > 0$  (或  $\Phi > 0$ ) 时, 是会聚透镜; 当  $f' < 0$  (或  $\Phi < 0$ ) 时, 是发散透镜。凸透镜或凹透镜究竟属于哪种, 主要由其焦距  $f'$  (或光焦度  $\Phi$ ) 的正负决定, 亦即由上述几个因素决定。例如, 一个凸透镜 ( $r_1 > 0, r_2 < 0$ ) 在空气中 ( $n_0 > n = n' = 1$ ) 是会聚透镜; 当把它置于某媒质中, 使  $n_0 < n = n'$  时, 它的象方焦距  $f'$  将为负值, 成为一个发散透镜。因此, 并非凸透镜就一定是会聚透镜、凹透镜一定是发散透镜。

11. 水中的球形空气泡能起透镜的作用, 它是会聚透镜还是发散透镜? 其焦距和气泡半径的关系如何?

答: 水中球形空气泡是会聚厚透镜。

因厚透镜的光焦度  $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - \frac{d}{n_0} \Phi_1 \Phi_2$ , 对水中球形气泡, 有  $n_1 = n_2' = 1$ ,  $n_1' = n_2 = n_0$ ,  $r_1 = R$ ,  $r_2 = -R$ , 代入光焦度公式即

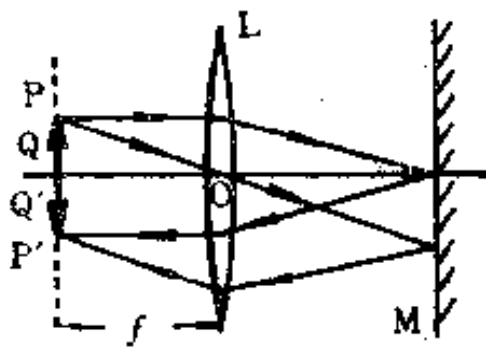
$$\begin{aligned} \Phi &= \frac{n_0 - 1}{R} + \frac{1 - n_0}{-R} - \frac{2R}{n_0} \left( \frac{n_0 - 1}{R} \right)^2 \\ &= \frac{2(n_0 - 1)}{n_0 R} \end{aligned}$$

所以  $f' = \frac{1}{\Phi} = n_0 R / 2(n_0 - 1)$ , 这就是水中球形气泡的焦距与其半径的关系。

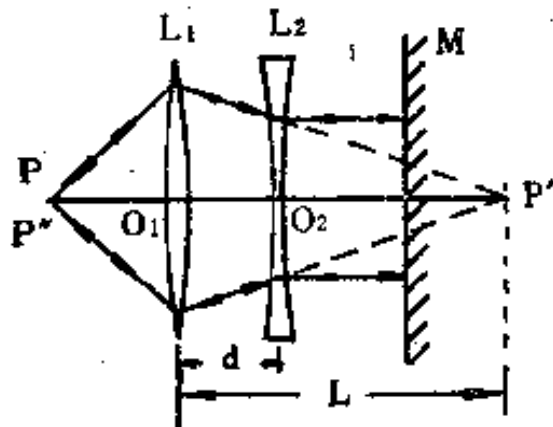
12. 你能用些什么方法去测量薄凸透镜和薄凹透镜的焦距?

答：测量薄透镜的方法很多，如自聚焦法、共轭点法等。而用自聚焦法测薄透镜的焦距，是最简易可行的方法。现分别说明如下：

(1) 测凸透镜焦距。如图(a)，调节物体PQ的位置



(a)



(b)

置，当物体置于透镜L的前焦面上时，从物体发出的光线经L变为平行光束，再经平面镜M反射，将在L的前焦面上生成与物体等大倒立的实象P'Q'。测出物距，则该物距就是透镜L的焦距，即 $S = f$ 。该装置中，平面镜的位置对测量结果无影响，因进入M的是平行光束。

(2) 测凹透镜焦距。如图(b)，先将物点P置于主光轴上，测出P经一凸透镜L<sub>1</sub>所成象点P'的象距 $O_1P' = L$ ，再在L<sub>1</sub>之后放上待测凹透镜L<sub>2</sub>和平面镜M，移动L<sub>2</sub>使最后成象点P''与物点P重合。测出此时两透镜之间距 $O_1O_2 = d$ ，则待测凹透镜焦距为 $|f_2| = L - d$ 。此时P'点就是凹透镜的物方焦点，过P'的光线经L<sub>2</sub>平行出射，再经M沿原路返回交于P''。

13. (1) 置于空气中的两个光焦度大于零的薄透镜，可否组成一个光焦度小于零的共轴球面系统？(2) 平行于

光轴的入射光通过一个光焦度 $\Phi < 0$ 的共轴球面系统后，能否在轴上得到亮实象？

答：（1）空气中的两个薄透镜组成一个共轴球面系统，其总光焦度 $\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2$ 。已知 $\Phi_1 > 0$ ， $\Phi_2 > 0$ ，若要 $\Phi < 0$ ，则应有 $\Phi_1 + \Phi_2 < d\Phi_1\Phi_2$ ，即使 $d > \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{\Phi_1\Phi_2}$ ，这是可以实现的。因此空气中两个光焦度大

于零的薄透镜，可以组成一个光焦度小于零的共轴球面系统。

（2）因为 $\Phi < 0$ 的共轴球面系统是一个发散系统，以平行于主光轴的光入射，经该系统后出射光线是发散的，不可能得到亮实象。

14. “根据光的可逆性，系统基点的位置与入射光是自左向右还是自右向左传播无关”。这种说法对吗？

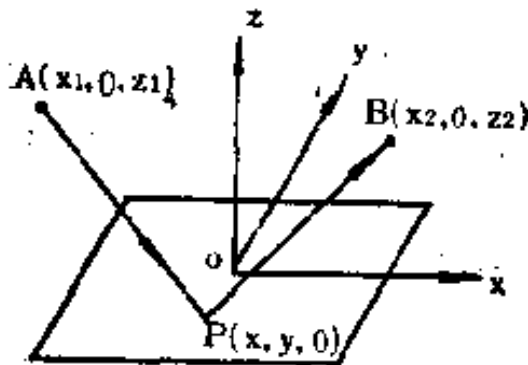
答：不对。光的可逆性指的是：“当光线沿着和原来相反的方向传播时，其路径不变”。例如，以平行于主光轴的入射光线自左向右传播时，经透镜后它将在象方焦点 $F'$ 上会聚；反过来，从象方焦点 $F'$ 上发出的自右向左传播的光线，经透镜后将成为平行于主光轴的平行光。这就是光的可逆性。

而系统的基点一分为物方和象方基点，是反映系统成象规律的一些特殊点。它们的位置是根据符号规则及有关成象公式而确定的。而符号规则和成象公式的前提就是：假设光线自左向右传播。在这个前提下，才定出物方基点和象方基点位置。如果入射光线方向变了，相应的物方量和象方量（包括物象双方基点的位置）都应对调。所以系统基点的位

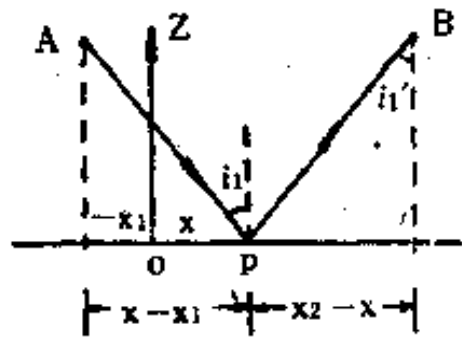
置与入射光传播方向有关。

15. 试由费马原理导出光的反射定律。

解：如图 (a)，A 为点光源  $(x_1, 0, z_1)$ ；B 为接收器  $(x_2, 0, z_2)$ ；P 为光线入射点  $(x, y, 0)$ 。光线 AP 和 PB 的光程为



(a)



(b)

$$[AP] = nl_1 = n\sqrt{z_1^2 + (x - x_1)^2 + y^2} \quad (1)$$

$$[PB] = nl_2 = n\sqrt{z_2^2 + (x - x_2)^2 + y^2} \quad (2)$$

上式中  $n$  为光线所在空间的折射率， $l_1$ 、 $l_2$  分别为 AP、PB 的长度。

由费马原理，P 点的位置应使光程  $[l_1 + l_2]$  为极值，即应令

$$\frac{\partial}{\partial y} n(l_1 + l_2) = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial x} n(l_1 + l_2) = 0 \quad (4)$$

将 (1)、(2) 代入 (3) 式得

$$\frac{\partial}{\partial y} n(l_1 + l_2) = n \left( \frac{y}{l_1} + \frac{y}{l_2} \right) = 0$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

仅当  $y = 0$  时，上式才为零。即入射线、法线及反射线必须在垂直反射面的平面、即入射面内。

将 (1)、(2) 代入 (4) 式得

$$\frac{\partial}{\partial x} n(l_1 + l_2) = n \left( \frac{x - x_1}{l_1} + \frac{x - x_2}{l_2} \right) = 0$$

由图 (b) 可知

$$\frac{x - x_1}{l_1} = \sin i_1, \quad \frac{x_2 - x}{l_2} = \sin i_1'$$

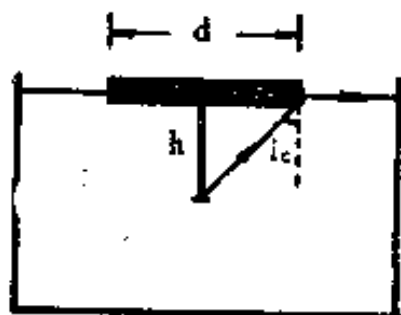
仅当  $i_1 = i_1'$  时， $\frac{\partial}{\partial x} n(l_1 + l_2)$  才为零。所以反射角等于入射角。

16. 在圆柱形木塞的圆心，垂直于圆平面插入一根大头针，然后把木塞倒放浮在水面，调节针插入木塞的深度，使观察者在水面上方不论什么位置都刚好看不到水下的大头针。如果测得大头针露出来的长度为  $h$ ，木塞直径为  $d$ ，求水的折射率。

解：如图。若观察者在水面上方不论什么位置都刚好看不到水下的大头针，则需满足全反射条件。由全反射临界

角  $i_c = \sin^{-1} \frac{1}{n}$  得

$$\begin{aligned} n &= \frac{1}{\sin i_c} = \frac{\sqrt{h^2 + (d/2)^2}}{(d/2)} \\ &= \sqrt{\frac{4h^2 + d^2}{d^2}} \end{aligned}$$



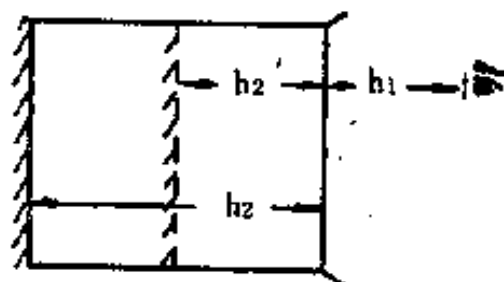
17. 在充满水的容器底部放一平面反射镜，人在水面上正视镜子看自己的象。若眼睛高出水面  $h_1 = 5.00\text{cm}$ ，水深  $h_2 = 8.00\text{cm}$ ，求眼睛的象和眼睛相距多远？象的大小如何？设水的折射率  $n = 1.33$ 。

解：如图，人见水中镜离自己的距离为

$$h_1 + h_2' = h_1 + \frac{h_2}{n}$$

所以镜中眼距人眼的距离为

$$2 \left( h_1 + \frac{h_2}{n} \right) = 2 \left( 5.00 + \frac{8.00}{1.33} \right) = 22.03 \text{ (cm)}$$



18. 一平行平面玻璃板的折射率为  $n = 1.5$ ，厚为  $d$ 。一会聚光束入射到玻璃板上，如图。其顶点  $M$  距玻璃板前表面  $6\text{cm}$ ，此光束沿玻璃板所成的象  $M'$  与  $M$  相距  $\frac{1}{8}\text{cm}$ ，求玻璃板的厚度  $d$ 。

解：将本题视为一虚物经两个折射平面成像，如图所示。

对第一平面折射成像。已知  $s_1 = 6\text{cm}$ ， $r_1 = \infty$ ， $n_1 = 1$ ， $n' = 1.5$

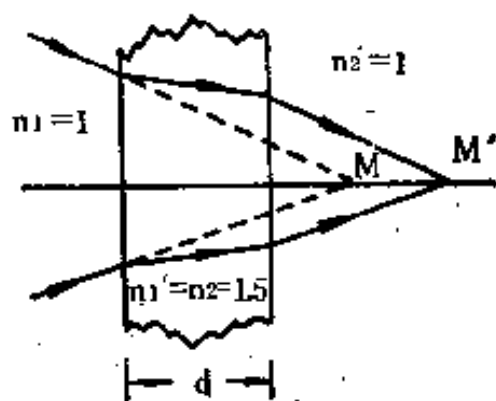
由  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0$

得  $s_1' = 9\text{ (cm)}$

对第二平面折射成像。

已知  $s_2 = s_1' - d = 9 - d$ ，

$n_2 = 1.5$ ， $n_2' = 1$ ， $r_2 = \infty$



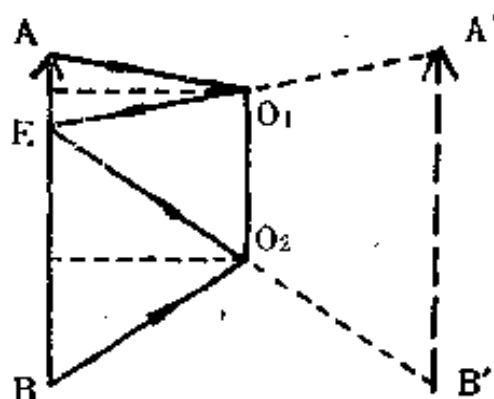
由  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = 0$

得  $d = \frac{3}{8} = 0.375 \text{ (cm)}$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

19. 试用作图法证明，人通过一个平面镜看到自己的全身，则平面镜的长度至少要有身高之半。

解：由反射定律，从人两端A、B两点发出的光线应都到达人眼E处。在镜上两个反射点之间

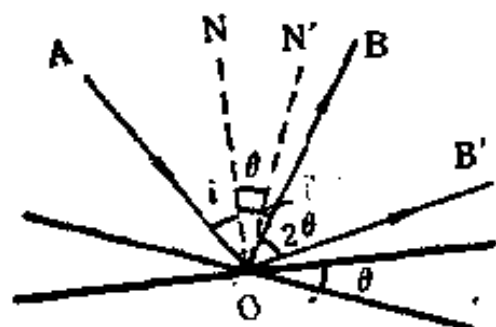


$$\overline{O_1O_2} = \frac{1}{2} \overline{AE} + \frac{1}{2} \overline{EB} = \frac{1}{2} \overline{AB}$$

即镜长至少为人身高的一半，如图。

20. 试证：当平面镜的法线以入射点为心，在入射面内转过  $\theta$  角时，反射光线将改变  $2\theta$  角。

证：因为入射光线方向不变，平面镜转过  $\theta$  后，法线也转过  $\theta$  至  $ON'$  位置。此时，入射角  $\angle AON' = i + \theta$ ，反射角



$\angle B'ON' = i' + \theta = i + \theta$ ，所以，反射线转过的角度

$$\begin{aligned} \angle BOB' &= \angle AOB' - \angle AOB \\ &= 2(i + \theta) - 2i \\ &= 2\theta \end{aligned}$$

21. 如图所示，一光线射入折射率为  $n$  的一球形水滴，求：(1) 此光线在水滴内球面另一侧的入射角  $\alpha$ ，这条光

线是被全反射还是部分反射？(2) 偏向角（出射光线与入射光线之间的夹角） $\delta$ 的表示式。(3) 偏向角 $\delta$ 为最小时，入射角 $i_1$ 应为多少？

解：(1) 设在A点的入射角为 $i_1$ ，折射角为 $i_2$ ；在C点的入射角为 $i_2$ ，折射角为 $i_1$ ，由折射定律 $\sin i_1 = n \sin i_2$ 得

$$i_2 = \sin^{-1} \left( \frac{1}{n} \sin i_1 \right)$$

由图可知， $\alpha = i_2$ 。在B点由全反射角 $i_c = \sin^{-1} \frac{1}{n}$ 可知，

$\alpha < i_c$ ，即在B点处该光线是部分反射。

(2) 出射光线CE与入射光线SA两延长线间夹角 $\delta$ 即偏向角，由图可见

$$\delta = \pi - 2\beta \quad (1)$$

由 $\triangle ABD$ 可知， $i_2 = (i_1 - i_2) + \beta$ ，故

$$\beta = 2i_2 - i_1$$

将 $\beta$ 代入 $\delta$ 表示式(1)得

$$\delta = \pi - 4i_2 + 2i_1$$

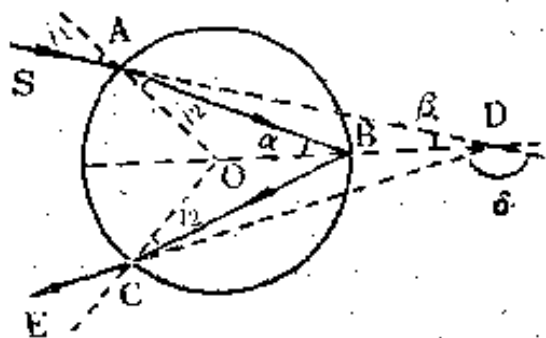
$$= \pi + 2i_1 - 4 \sin^{-1} \left( \frac{1}{n} \sin i_1 \right) \quad (2)$$

(3) 将(2)式对 $i_1$ 求导数，并令之为零得

$$\frac{d\delta}{di_1} = 2 - \frac{4 \cos i_1}{(n^2 - \sin^2 i_1)^{1/2}} = 0$$

$$\text{即 } \cos i_1 = \pm \sqrt{\frac{n^2 - 1}{3}}$$

式中 $i_1$ 即为最小偏向角对应的入射角。



22. 一个顶角为 $60^\circ$ 的冕玻璃棱镜，对钠黄光的折射率为1.62。已知光线在棱镜第一面上的入射角 $i_1 = 70^\circ$ ，求：  
 (1) 在第一面上的偏向角；(2) 在第二面上的偏向角；  
 (3) 总偏向角。

解：由图可知

$$i_2 = \sin^{-1} \left( \frac{1}{n} \sin i_1 \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1}{1.62} \sin 70^\circ \right) = 35^\circ 28'$$

$$i_1' = \alpha - i_2 = 60^\circ - 35^\circ 28' = 24^\circ 32'$$

$$i_2' = \sin^{-1} (n \sin i_1') = \sin^{-1} (1.62 \sin 24^\circ 32') \\ = 42^\circ 27'$$

因此，在第一、二面上的偏向角分别为

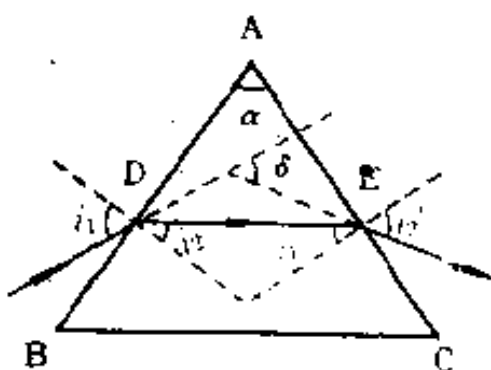
$$\delta_1 = i_1 - i_2 = 34^\circ 32'$$

$$\delta_2 = i_2' - i_1' = 17^\circ 55'$$

总偏向角为

$$\delta = \delta_1 + \delta_2 = 52^\circ 17'$$

23. 在单球面折射系统中，除球心而外尚有一对共轭点 P 和 P' 可用宽光束严格成象，如图。



这一对共轭点称为齐明点或不叠点。试证齐明点的物距、象距分别满足下列关系：

$$s = \left( 1 + \frac{n'}{n} \right) r; \quad s' = \left( 1 + \frac{n}{n'} \right) r$$

解：如图，设物点为 P，象点为 P'，物距 $(-s) = \overline{OP}$ ，象距 $(-s') = \overline{OP'}$ 。令 $\overline{CP} = (-s_0)$ ， $\overline{CP'} = (-s_0')$ ，由图可见， $(-s) = (-s_0) + (-r)$ ，即 $s = s_0 + r$ ； $(-s') = (-s_0') + (-r)$ ，即 $s_0' = s' + r$ ；在 $\triangle CMP$ 和

$\triangle CMP'$  中, 由正弦定理有

$$\frac{\sin u}{\sin i} = \frac{-r}{-s_0} = \frac{-r}{(-s) + r}$$

$$\frac{\sin u'}{\sin i'} = \frac{-r}{-s_0'} = \frac{-r}{(-s') + r}$$

解得

$$s_0 = r \frac{\sin i}{\sin u} \quad (1)$$

$$s_0' = r \frac{\sin i'}{\sin u'} \quad (2)$$

将折射定律  $n \sin i = n' \sin i'$  及  $u = u' + (i' - i)$  关系代入 (1)、(2) 式, 分别得到

$$s_0 = \frac{n'}{n} \frac{\sin i'}{\sin u} r \quad (3)$$

$$s_0' = r \frac{\sin i'}{\sin (u + i - i')} \quad (4)$$

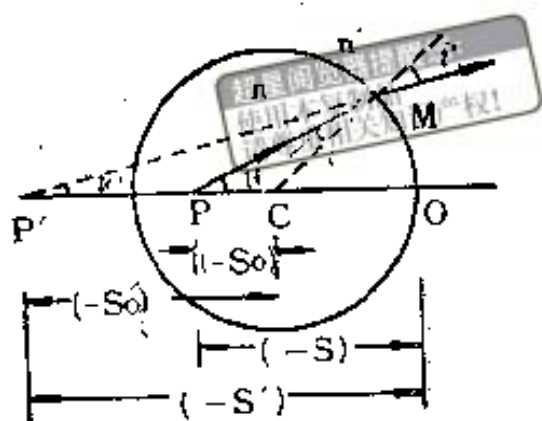
从 (3) 得  $\sin i' = \frac{n}{n'} \frac{\sin u}{r} s_0$ , 代入 (4) 式得

$$s_0' = \frac{n}{n'} \frac{\sin u}{\sin (u + i - i')} s_0 \quad (5)$$

从 (3) 和 (5) 式可见, 一般情况下,  $P'$  是  $P$  点位置  $s_0$  和出射角  $u$  的复杂函数, 只有在  $u = i'$  的特殊条件下, 才有

$s_0 = \frac{n'}{n} r$  及  $s_0' = \frac{n}{n'} r$ 。此时,  $P'$  位置与出射角  $u$  无关, 使  $P$ 、

$P'$  成为一对无球差的共轭点。

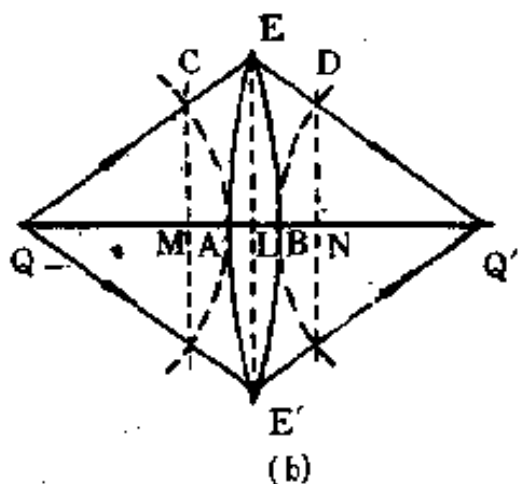
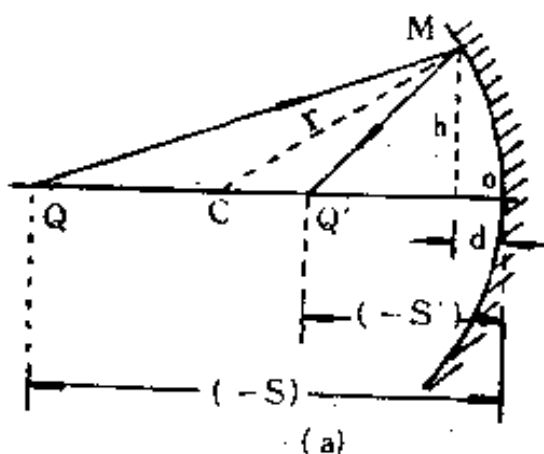


同时，这对共轭点也满足正弦条件。将  $u = i'$  及  $u' = i$  代入正弦条件关系式有  $\frac{y'}{y} = \frac{n \sin u}{n' \sin u'} = \frac{n \sin i'}{n' \sin i} = \left( \frac{n}{n'} \right)^2 = \text{常数}$ ，即使  $y' n' \sin u' = y n \sin u = \text{常数}$ 。可见，P、P' 是一对无球差并满足正弦条件的共轭点，是一对齐明点，其物距、象距分别为  $s = \left( 1 + \frac{n'}{n} \right) r$  和  $s' = \left( 1 + \frac{n}{n'} \right) r$ 。

24. 试由费马原理导出球面镜、薄透镜的物象公式。

解：(1) 对球面镜：如图 (a)，设球心为 C，球面曲率半径为  $\overline{OC} = -r$ ，物点为 Q，象点为 Q'，物距  $(-s) = \overline{OQ}$ ，象距  $(-s') = \overline{OQ'}$ 。由几何关系有

$$h^2 = (-r)^2 - [(-r) - d]^2 = -d^2 - 2dr$$



及  $\overline{QM} = \left\{ [(-s) - d]^2 + h^2 \right\}^{1/2}$

$$= (-s) \sqrt{1 + \frac{2d(s-r)}{(-s)^2}} \approx (-s) + \frac{d(s-r)}{(-s)}$$

$$\overline{MQ'} = \left\{ [(-s') - d]^2 + h^2 \right\}^{1/2}$$

$$= (-s') \sqrt{1 + \frac{2d(s'-r)}{(-s')^2}} \approx (-s') + \frac{d(s'-r)}{(-s')}$$

而光程

$$[QMQ'] = n\overline{QM} + n\overline{MQ'} = -ns + \frac{nd(s-r)}{(-s)} - ns' + \frac{nd(s'-r)}{(-s')}$$

$$[QOQ'] = n(-s) + n(-s')$$

由物象间的等光程性可知,  $[QMQ'] = [QOQ']$ , 即

$$-ns + \frac{nd(s-r)}{-s} - ns' + \frac{nd(s'-r)}{-s'} = n(-s) + n(-s')$$

由此可得

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$$

(2) 对薄透镜: 如图(b), 设薄透镜两球面曲率半径分别为  $r_1$  和  $r_2$ , 折射率为  $n_0$ ,  $Q$ 、 $Q'$  分别为物点、象点。由费马原理的物象等光程性, 有

$$[QEQ'] = [QQ']$$

以  $Q$  为圆心,  $QA$  为半径画圆弧, 以  $Q'$  为圆心,  $Q'B$  为半径画圆弧, 则上式可写为

$$[CED] = [AB] \quad (1)$$

由近轴条件, 即有

$$CED \approx MN$$

则(1)式可写为

$$MN = n_0 \cdot AB$$

亦即

$$AM + BN = (n_0 - 1)(AL + LB) \quad (2)$$

式中L为E点在主光轴上投影。对于薄透镜，近似有

$$AL = (EL)^2 / 2r_1; LB = -(EL)^2 / 2r_2$$

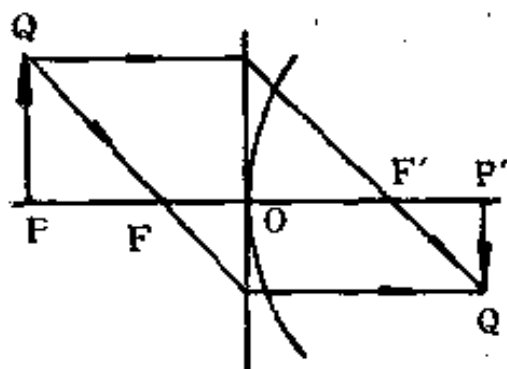
及

$$AM = -(EL)^2 / 2s; BN = (EL)^2 / 2s'$$

式中s = QA为物距，s' = Q'M为象距。将以上两组结果代入(2)式，得

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = (n_0 - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

25. 一根长玻璃棒的折射率为1.6350，将它的左端研磨并抛光成半径为2.50cm的凸球面。在空气中有一小物体位于光轴上距球面顶点9.0cm处。求：(1) 球面的物方焦距和象方焦距；(2) 光焦度；(3) 象距；(4) 垂轴放大率；(5) 用作图法求象。



解：已知 $n = 1$ ， $n' = 1.6350$ ， $r = 2.50\text{cm}$ ， $s = -9.0\text{cm}$

$$(1) \quad f = -\frac{n}{n' - n} r = \frac{-2.50}{1.6350 - 1} = -3.94(\text{cm})$$

$$f' = \frac{n'}{n' - n} r = \frac{1.6350 \times 2.50}{1.6350 - 1} = 6.44(\text{cm})$$

$$(2) \quad \Phi = \frac{n' - n}{r} = \frac{1.6350 - 1}{2.50 \times 10^{-2}} = 25.4(\text{D})$$

$$(3) \quad \text{由} \frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r} \text{得}$$

$$s' = n' / \left( \frac{n' - n}{r} + \frac{n}{s} \right)$$

$$= 1.6350 / \left( \frac{1.6350 - 1}{2.50} + \frac{1}{-9.0} \right)$$

$$= 11.40 \text{ (cm)}$$

$$(4) \quad \beta = \frac{ns'}{n's} = \frac{1}{1.6350} \times \frac{11.40}{(-9.0)} = -0.777$$

(5) 作图，如图。

26. 将一根40cm长的透明棒的一端切平，另一端磨成半径为12cm的半球面。有一小物体沿棒轴嵌在棒内，并与棒的两端等距。当从棒的平端看去时，物的表观深度为12.5cm。问从半球端看去时，它的表观深度为多少？

解：已知 $s_1 = s_2 = 20\text{cm}$ ， $r = 12\text{cm}$ ， $s_1' = 12.5\text{cm}$ ，由平面折射得 $s_1' = \frac{s_1}{n} = 12.5\text{cm}$ ，而由球面折射公式

$$\frac{1}{s_2'} - \frac{n}{s_2} = \frac{1-n}{r}$$

代入数据，得

$$s_2' = 33.33 \text{ (cm)}$$

27. 一透明玻璃小球的半径为1.50 cm，折射率为1.720，将它浸没在折射率为1.360的透明液体中。若液体中有一束平行光入射到小球上，求这束平行光将向球的另一侧何处聚焦？

解：平行光经玻璃球的折射，可视为在两个球面的相继折射。

对第一球面，由 $n_1 = 1.360$ ， $n_1' = 1.720$ ， $r_1 = 1.50$ ，得



$$f_1' = \frac{n_1'}{n_1' - n_1} r_1 = \frac{1.720}{1.720 - 1.360} \times 1.50 = 7.17 (\text{cm})$$

对第二球面，由  $n_2 = 1.720$ ,  $n_2' = 1.360$ ,  $r_2 = -1.50$ ,  
得

$$f_2' = \frac{n_2'}{n_2' - n_2} r_2 = \frac{1.360}{1.360 - 1.720} \times (-1.50) \\ = 5.67 (\text{cm})$$

$$f_2 = \frac{-n_2}{n_2' - n_2} r_2 = -7.17 (\text{cm})$$

现将第一球面象方焦点作为第二球面的物点，求象。因为  $s_2 = (7.17 - 3.0) = 4.17 \text{cm}$ ，由高斯公式可得

$$s_2' = f_2' / \left( 1 - \frac{f_2}{s_2} \right) = 5.67 / \left[ 1 - \left( \frac{-7.17}{4.17} \right) \right] \\ = 2.08 (\text{cm})$$

即在球面另一侧  $2.08 \text{cm}$  处聚焦。

28. 一玻璃空盒的两端是共轴球面，一端是半径  $r_1 = -1.65 \text{cm}$  的凹面，另一端是半径  $r_2 = 1.650 \text{cm}$  的凹面，两顶点之间的距离为  $1.850 \text{cm}$ 。将盒在空气中密封后放入水中。一高为  $1 \text{cm}$  的物体距前凹球面的顶点  $10 \text{cm}$ 。求物体经玻璃盒所成的象。（假设玻璃的厚度可以略去不计。）

解：首先求物经前凹面所成的象。将  $n_1 = 1.330$ ,  $n_1' = 1$ ,  $r_1 = -1.65 \text{cm}$ ,  $s_1 = -10 \text{cm}$ ,  $y_1 = 1 \text{cm}$  代入折射成像公式得

$$s_1' = n_1' / \left( \frac{n_1' - n_1}{r_1} + \frac{n_1}{s_1} \right) = 1 / \left( \frac{1 - 1.33}{-1.65} + \frac{1.33}{-10} \right) \\ = 14.9 (\text{cm})$$

$$\beta_1 = \frac{n_1 s_1}{n_1' s_1'} = \frac{1.33}{1} \times \frac{14.9}{(-10)} = -1.98$$

然后以  $y_1'$  为物，求经后凹面折射所成的象。由  $n_2 = 1$ ,  $n_2' = 1.33$ ,  $r_2 = 1.65\text{cm}$ ,  $s_2 = 14.9 - 1.85 = 13.1\text{cm}$  得

$$s_2' = n_2' / \left( \frac{n_2' - n_2}{r_2} + \frac{n_2}{s_2} \right) = 1.33 / \left( \frac{1.33 - 1}{1.65} + \frac{1}{13.1} \right)$$

$$= 4.80 (\text{cm})$$

$$\beta_2 = \frac{n_2 s_2'}{n_2' s_2} = \frac{1}{1.33} \times \frac{4.8}{13.1} = 0.28$$

故  $y_2 = \beta_1 \cdot \beta_2 \cdot y_1 = (-1.98) \times 0.28 \times 1 = -0.55 (\text{cm})$

即在后凹面右侧  $4.80\text{cm}$  处生成高为  $0.55\text{cm}$  的缩小倒立虚象。

29. 在一个直径为  $30\text{cm}$  的球形玻璃鱼缸中盛满水，鱼缸中心处有一尾小鱼。若鱼缸薄壁的影响可以忽略不计，求缸外面的观察者所看到的鱼的表现位置及垂轴放大率。

解：已知  $s = r$ ，由  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$  得

$$s' = r = -15\text{cm}$$

故 
$$\beta = \frac{ns'}{n's} = \frac{n}{n'} = 1.33$$

此式表明，缸外观察者将看到仍在中心处生成的鱼的正立放大虚象。

30. 为了把仪器刻度放大 2 倍，在它上面置一平凸透镜，并让透镜的平面与刻度紧贴。假设刻度和球面顶点距离为  $30\text{mm}$ ，玻璃的折射率为 1.5，求凸面的半径应为多少？

解：已知  $s = 30\text{mm}$ ,  $n = 1.5$ ,  $n' = 1$ ,  $\beta = 2$ ，由  $\beta = \frac{ns'}{n's}$

得

$$s' = \frac{n'}{n} \beta = \frac{1 \times 30}{1.5} \times 2 = 40 \text{ (mm)}$$

再由  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{r}$  得

$$r = 20 \text{ (mm)}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

31. 在半径为20cm的凸面镜右侧距顶点5cm处，有一高为2cm的虚物，试求象的位置和大小，并作图。虚物的位置应在什么范围内才能形成实象？

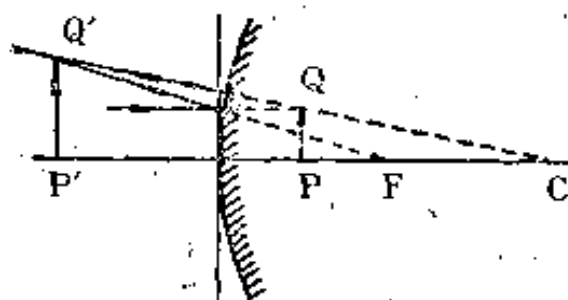
解：已知  $s = 5 \text{ cm}$ ,  $r = 20 \text{ cm}$ ,  $y = 2 \text{ cm}$ , 由  $\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{r}$

得

$$s' = -10 \text{ (cm)}$$

再由  $\beta = \frac{y'}{y} = -\frac{s'}{s}$ , 得

$$y' = 4 \text{ (cm)}$$



由公式可见，仅当  $0 < s < r/2$

时，即虚物位于顶点和焦点之间时，才能生成实象，如图。

32. 如图所示，L为以两个完全相同的表壳玻璃胶合在一起的透镜。表壳玻璃表面为球面，厚度的影响可忽略不计，其一侧镀银，P为白屏。利用自聚焦法，当  $l = 20 \text{ cm}$  时，屏上得到灯泡的清晰象。求当L内的空间充满  $n = \frac{4}{3}$  的水时，

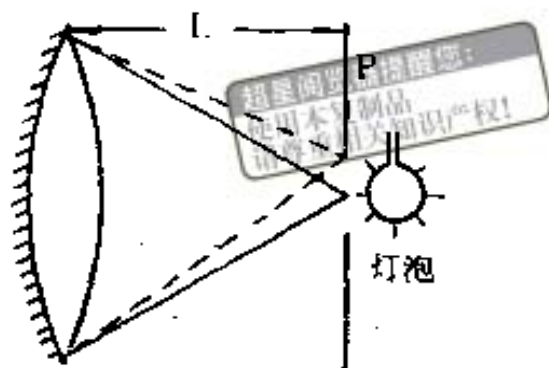
P距L多远可以得到灯泡清晰的象点。

解：自聚焦法即物点与象点重合： $s' = s$ 。光线经该装

置成象等效于光经单球面折射，再经球面镜反射，最后经单球面折射返回。因此系统的总光焦度为

$$\begin{aligned}\Phi &= \frac{(n' - n)}{r} + \frac{2n'}{r} + \frac{(n - n')}{-r} \\ &= \frac{4n' - 2n}{r}\end{aligned}$$

其中  $n'$  为表壳内介质折射率， $n$  为物、象点所在空间折射率。

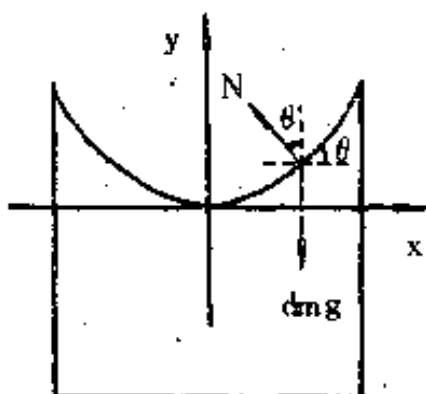


当表壳内是空气时，有  $n' = n = 1$ ，则  $\Phi_1 = \frac{4n' - 2n}{r} = \frac{2}{r}$ ，由反射公式： $\frac{1}{s_1'} + \frac{1}{s_1} = \Phi$  并将  $s_1 = s_1' = -20\text{cm}$ ， $\Phi_1 = \frac{2}{r}$  代入得： $r = -20(\text{cm})$ 。

当表壳内是水时，有  $n' = \frac{4}{3}$ ， $n = 1$ ，则  $\Phi_2 = \frac{4n' - 2n}{r} = \frac{4 \times \frac{4}{3} - 2 \times 1}{-20} = -0.166$ ，将  $s_2 = s_2'$ ， $\Phi_2 = -0.166$  代入

反射公式，可得： $s_2' = -12(\text{cm})$ ，即在 P 点距 L 12cm 处，可得灯泡清晰象点。

33. 盛有水银的容器以角速度  $\omega$  绕竖直轴匀速旋转，水银表面成为抛物面反射镜，求此镜的焦距。



解：如图。任取一质量元  $dm$ ，它受重力  $dmg$ ，由牛顿第二定律，可得

$$N \sin \theta = dm \cdot x \omega^2$$

$$N \cos \theta - dm g = 0$$

两式相除，得： $\operatorname{tg} \theta = \frac{\omega^2 x}{g}$

又因  $\operatorname{tg} \theta = \frac{dy}{dx}$ ，所以  $\frac{dy}{dx} = \frac{\omega^2 x}{g}$

于是  $y = \int_0^y dy = \int_0^x \frac{\omega^2 x}{g} dx = \frac{\omega^2 x^2}{2g}$ ，即得

$$x^2 = 2 \frac{g}{\omega^2} y$$

其中令  $\frac{g}{\omega^2} = p$ ，故其焦点为  $(0, \frac{p}{2})$ ，其焦距为

$$f = \frac{1}{2} p = \frac{g}{2\omega^2}$$

34. 一烧杯内水深 4 cm，杯底有一枚硬币，在水面上方置一焦距为 30 cm 的薄透镜，硬币中心位于透镜光轴上，若透镜上方的观察者通过透镜观察到硬币的象就在原处，求透镜应置于距水面多高的位置。

解：先经平面折射：由  $s_1 = -4 \text{ cm}$ ，得  $s_1' = \frac{s_1}{n}$   
 $= \frac{-4}{4/3} = -3 \text{ cm}$ ；再经透镜折射：设透镜距水面  $x \text{ cm}$ ，  
 则  $s_2 = -(s_1' + x) = -(3 + x) \text{ cm}$ ， $s_2' = -(s_1 + x)$   
 $= -(4 + x) \text{ cm}$ ， $f' = 30 \text{ cm}$ ，故由公式  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  可得

$$x_1 = +2 \text{ (cm)}, x_2 = -9 \text{ (cm)} \text{ (舍去)}$$

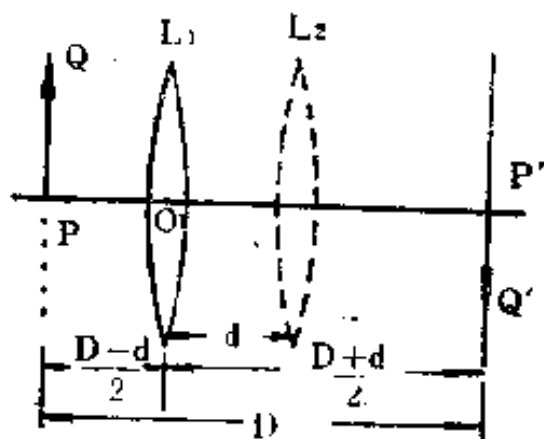
即透镜距水面 2 cm。

35. 一薄凸透镜使物体在屏上成象。象高为  $a$ ，若屏和

物体不动，将透镜向屏移动，使屏上第二次清晰成象时，象高为 $b$ 。求物体的高度。

解：透镜在 $L_1$ 处时， $s_1 = \overline{O_1P}$ ， $s_1' = \overline{O_1P'}$ ，象高 $y_1' = a$ （如图）；若要 $D$ 不变，移动透镜后，仍在屏上成象，

即使使 $s_2 = s_1' = \overline{O_1P'}$ ，则根据光路可逆原理，象距必然等于刚才的物距



$$s_2' = s_1 = \overline{O_1P}$$

透镜移动前

$$s_1 = \overline{O_1P} = \frac{D-d}{2}, \quad s_1' = \overline{O_1P'} = \frac{D+d}{2};$$

透镜移动后

$$s_2 = s_1' = \frac{D+d}{2}, \quad s_2' = s_1 = \frac{D-d}{2}$$

令物高 $y_1 = h$ ，由 $\beta = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1}$

$$\text{得} \quad \frac{a}{h} = \frac{(D+d)/2}{(D-d)/2} \quad (1)$$

$$\text{由} \quad \frac{y_2'}{y_2} = \frac{s_2'}{s_2}$$

$$\text{得} \quad \frac{b}{h} = \frac{(D-d)/2}{(D+d)/2} \quad (2)$$

(1)、(2)式相乘得

$$h = \sqrt{ab}$$

36. 折射率  $n = 1.53$  的薄透镜放入二氧化碳 ( $n = 1.63$ ) 中, 其焦距较之在空气中如何改变?

解: 此透镜在空气中时,  $n' = 1.53$ ,  $n = 1$ , 代入折射成象公式有

$$\frac{1.53 - 1}{r_1} + \frac{1 - 1.53}{-r_2} = \frac{1}{f_1'}$$

得 
$$f_1' = \frac{r_1 r_2}{0.53(r_1 + r_2)} \quad (1)$$

此透镜在  $\text{CS}_2$  中时,  $n' = 1.53$ ,  $n = 1.63$ , 于是

$$\frac{1.53 - 1.63}{r_1} + \frac{1.63 - 1.53}{-r_2} = \frac{1.63}{f_2'}$$

得 
$$f_2' = \frac{1.63 r_1 r_2}{0.10(r_1 + r_2)} \quad (2)$$

由 (1)、(2) 之比可得

$$f_2' = -8.64 f_1'$$

即在  $\text{CS}_2$  中的焦距比在空气中的焦距增大 8.64 倍, 而透镜的正负性恰与在空气中相反。

37. 折射率  $n = 1.50$  的薄透镜使物体在其后 10cm 处成实象。不改变物体和透镜之间的距离, 将它们沉浸在水中, 则物体在镜后 60cm 处成象, 求透镜的焦距。

解: 由薄透镜成象公式  $\frac{n'}{s'} - \frac{n}{s} = (n_0 - n) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$ ,

在空气中时,  $n = n' = 1$ ,  $s' = 10\text{cm}$ ,  $n_0 = 1.5$ , 代入上式, 得

$$\frac{1}{10} - \frac{1}{s} = (1.5 - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (1)$$

在水中时,  $n = n' = 1.33$ ,  $s' = 60\text{cm}$ ,  $n_0 = 1.5$ , 代入成像公式, 得

$$\frac{1}{60} - \frac{1}{s} = (1.5 - 1.33) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad (2)$$

由(1)、(2)式可得  $\left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = 0.224/\text{cm}$

于是

$$\Phi = (n_0 - n) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (1.5 - 1) \times 0.224 = 0.112(\text{cm})$$

故透镜的焦距为

$$f' = \frac{n'}{\Phi} = \frac{1}{0.112} = 9(\text{cm})$$

38. 一双凸透镜的球面半径为20cm, 透镜材料的折射率为1.5, 一面浸在水中, 另一面置于空气中, 试求透镜的物方焦距和象方焦距。

解: 由  $f' = n' / \left( \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \right)$  及  $f = -n / \left( \frac{n_0 - n}{r_1} + \frac{n' - n_0}{r_2} \right)$ , 并将  $r_1 = 20\text{cm}$ ,  $r_2 = -20\text{cm}$ ,  $n_0 = 1.5$ ,  $n = \frac{4}{3}$ ,

$n' = 1$  代入, 得

$$f' = 1 / \left( \frac{1.5 - 4/3}{20} + \frac{1 - 1.5}{-20} \right) = 30(\text{cm})$$

$$f = -\frac{4}{3} / \left( \frac{1.5 - 4/3}{20} + \frac{1 - 1.5}{-20} \right) = -40(\text{cm})$$

39. 用一薄凸透镜  $L_1$  在屏上生成物体的清晰象, 然后将另一个焦距为10cm的薄凸透镜  $L_2$  放入会聚光束中距屏

30cm处。问现在应将屏移至距 $L_2$ 多远的地方，才能在屏上生成物体的清晰象？

解： $L_1$ 在屏上生成灯丝的清晰象后，将 $L_2$ 插入会聚光束中，则 $L_1$ 的象成为 $L_2$ 的虚物。已知 $s = 30\text{cm}$ ,  $f' = 10\text{cm}$ ,

由公式  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  得

$$s' = \left( \frac{1}{f'} + \frac{1}{s} \right)^{-1} = 7.5 (\text{cm})$$

即应将屏移至距 $L_2$  7.5cm处。

40. 两薄透镜的焦距为 $f_1' = 5.0\text{cm}$ 和 $f_2' = 10.0\text{cm}$ ，相距5.0cm，若一高为2.50cm的物体位于第一透镜前15.0cm处，求最后所成象的位置和大小，并作出成象的光路图。

解：首先求物经 $L_1$ 所成的象。已知 $s_1 = -15\text{cm}$ ,  $f_1' = 5.0\text{cm}$ ，由公式  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$  及  $\beta = \frac{s'}{s}$  可得

$$s_1' = \left( \frac{1}{f_1'} + \frac{1}{s_1} \right)^{-1} = 7.5 (\text{cm})$$

$$\beta_1 = \frac{7.5}{-15} = -\frac{1}{2}$$

即物在 $L_1$ 右端7.5cm处生成缩小实象。

然后将经 $L_1$ 所成的象作为 $L_2$ 的虚物求象。已知 $s_2 = 2.50\text{cm}$ ,  $f_2' = 10.0\text{cm}$ ,  $y_1 = 2.50\text{cm}$ ，则

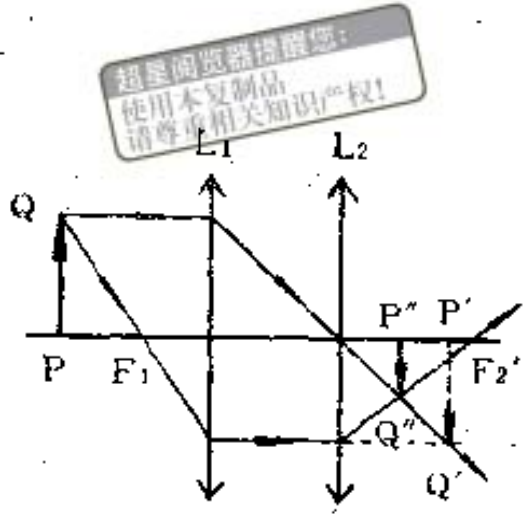
$$s_2' = \left( \frac{1}{f_2'} + \frac{1}{s_2} \right)^{-1} = \left( \frac{1}{10.0} + \frac{1}{2.50} \right)^{-1} = 2 (\text{cm})$$

$$\beta_2 = \frac{2}{2.5} = \frac{4}{5}$$

则  $\beta = \beta_1 \cdot \beta_2 = -\frac{4}{10} = -\frac{2}{5}$

故  $y_2' = \beta \cdot y_1 = (-\frac{2}{5}) \times 2.5$   
 $= -1 \text{ (cm)}$

即物体最后在 $L_2$ 右侧2 cm处生成高1 cm的倒象。其光路图如图。



41. 透镜 $L_1$ 和 $L_2$ 的象方焦距分别为-2.40cm和+5.0cm, 两透镜中心相距1.50cm。若在 $L_1$ 前8.0cm处置一高为2.50cm的物体, 求最后象的位置和大小, 并作出光路图。

解: 先对 $L_1$ 成象。已知 $s_1 = -8 \text{ cm}$ ,  $f_1' = -2.40 \text{ cm}$ ,  $y_1 = 2.50 \text{ cm}$ , 由公式 $\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{s_1} = \frac{1}{f_1'}$ 及 $\beta = \frac{y_1'}{y_1} = \frac{s_1'}{s_1}$ 可得

$$s_1' = \frac{s_1 f_1'}{s_1 + f_1'} = \frac{(-8.0) \times (-2.40)}{(-8.0) - 2.40} = -1.85 \text{ (cm)}$$

$$y_1' = \frac{s_1'}{s_1} y_1 = \frac{-1.85}{-8.0} \times 2.50 = 0.58 \text{ (cm)}$$

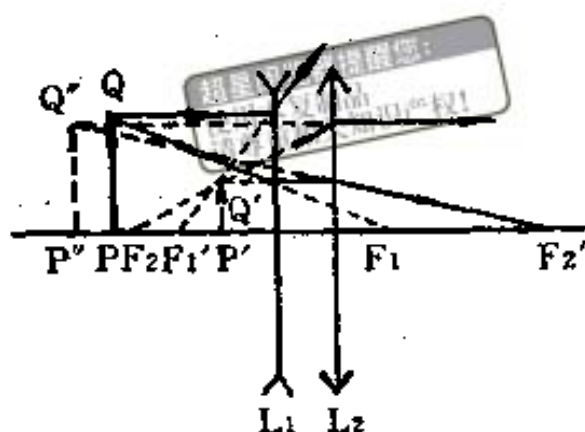
再对 $L_2$ 成象。已知 $s_2 = -(1.85 + 1.50) = -3.35 \text{ cm}$ ,

$f_2' = 5.0 \text{ cm}$ , 代入折射成象及放大率公式, 得

$$s_2' = \frac{s_2 f_2'}{s_2 + f_2'} = \frac{(-3.35) \times (5.0)}{(-3.35) + 5.0} = -10.2 \text{ (cm)}$$

$$y_2' = \frac{s_2'}{s_2} y_2 = \frac{-10.2}{-3.35} \times 0.58 = 1.77 \text{ (cm)}$$

即在 $L_2$ 左侧10.2cm处生成高为1.77cm的正立虚象。光路图如图所示。



42. 一平凸透镜焦距为 $f'$ ，平面镀银，在其前 $2f'$ 处放一物体，高度为 $h$ ，求物体所成的最后象，并作图。

解：整个成象过程分为三步。第一，经薄透镜折射：由 $\frac{1}{s_1'} - \frac{1}{(-2f')} = \frac{1}{f'}$ 及 $\beta_1 = \frac{y_1'}{h} = \frac{s_1'}{s_1}$ 可得

$$s_1' = 2f', y_1' = -h$$

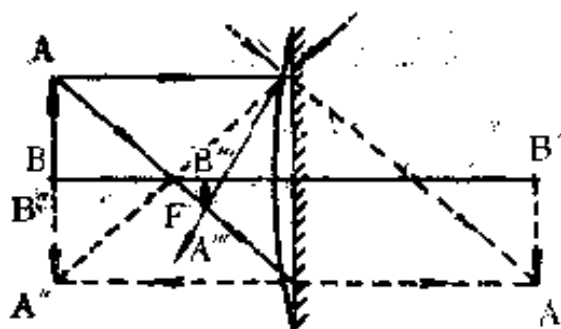
第二，经平面镜反射可得其象位于镜之左侧即

$$s_2' = -2f', y_2' = -h$$

第三，再经透镜折射，此时光线是由右向左，由 $\frac{1}{s_3'} -$

$$\frac{1}{+2f'} = \frac{1}{f'} \text{ 及 } \beta_3 = \frac{y_3'}{y_2'} = \frac{s_3'}{s_2'} \text{ 可得}$$

$$s_3' = \frac{2}{3}f', y_3' = -\frac{1}{3}h$$



即最后象位于透镜左侧 $\frac{2}{3}f'$

处，为倒立缩小实象。其光路图如图所示。

43. 将一曲率半径分别为 $r_1 = -30\text{cm}$ 和 $r_2 = -60\text{cm}$ ，折射率为1.50的弯月形薄凹透镜凹面向上水平放置，然后用折射率为1.6的透明油填满该凹面。若上述系统放在空气

中，在透镜前100cm处有一小物体，求：(1)系统的焦距；(2)物体经系统所成的最后象。

解：(1)系统可视为两个空气中的密接透镜，其光焦度分别为

$$\Phi_1 = \frac{1.60 - 1}{\infty} + \frac{1 - 1.60}{-r_1} = 2 \text{ D} \quad \text{及} \quad \Phi_2 = \frac{1.50 - 1}{-r_1} + \frac{1 - 1.50}{-r_2} = -0.83 \text{ D}$$

故  $\Phi_{\text{密}} = \Phi_1 + \Phi_2 = 2 + (-0.83) = 1.17 \text{ D}$

$$f' = \frac{1}{\Phi_{\text{密}}} = \frac{1}{1.17} = 0.854 \text{ (m)} = 85.4 \text{ (cm)}$$

(2) 由  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \Phi_{\text{密}}$  即  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{(-1)} = 1.17$  得

$$s' = \frac{1}{1.17 - 1} = 6 \text{ (m)}$$

$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{6}{1} = 6$$

44. 将焦距  $f' = -10 \text{ cm}$  的平凹薄透镜 ( $n = 1.57$ ) 水平放置，凹面向上并注水。试求此系统的光焦度。

解：这可视为空气中的两个密接透镜。对玻璃透镜，有

$$\frac{1.57 - 1}{r} + \frac{1 - 1.57}{\infty} = \frac{1}{f'}$$

得  $r = 0.57f' = 0.57 \times (-10) = -5.7 \text{ (cm)}$

$$\Phi_1 = \frac{n}{f'} = \frac{1}{(-0.1)} = -10 \text{ D}$$

对水透镜，有

$$\frac{1.33-1}{\infty} + \frac{1-1.33}{-0.057} = \Phi_2$$

超星浏览器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

得  $\Phi_2 = 5.79D$

故  $\Phi_{总} = \Phi_1 + \Phi_2 = (-10) + 5.79 = -4.21(D)$

45. 共心透镜两球面的曲率半径分别为  $r_1$  和  $r_2$ ，其曲率中心在  $C$  点重合，透镜材料的折射率为  $n$ ，厚度为  $d$ 。试求透镜两主点的位置。

解：因为  $f_1 = \frac{-r_1}{n-1}$ ,  $f_1' = \frac{nr_1}{n-1}$ ;  $f_2 = \frac{-nr_2}{1-n}$ ,  $f_2' = \frac{r_2}{1-n}$ ;

而  $\Delta = d - f_1' + f_2 = d - \frac{nr_1}{n-1} - \frac{nr_2}{1-n} = \frac{d(1-n) + n(r_1+r_2)}{(1-n)}$

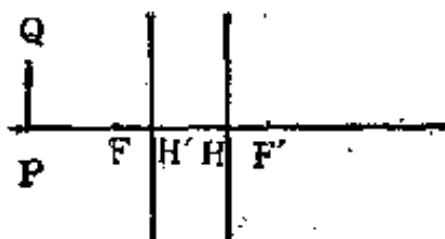
将  $(r_1 - r_2) = d$  代入可得  $\Delta = \frac{d}{1-n}$

故  $x_H = f_1 \frac{d}{\Delta} = \left(\frac{-r_1}{n-1}\right) \times \frac{(1-n)d}{d} = r_1$

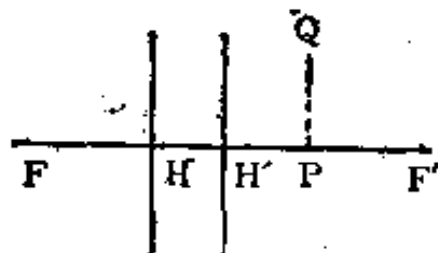
$x_H' = f_2' \frac{d}{\Delta} = \left(\frac{r_2}{1-n}\right) \frac{(1-n)d}{d} = r_2$

即 二主点均位于球心  $C$  点。

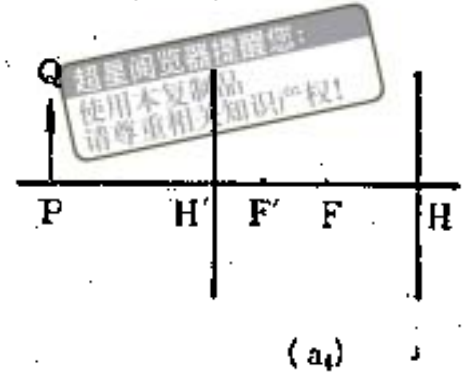
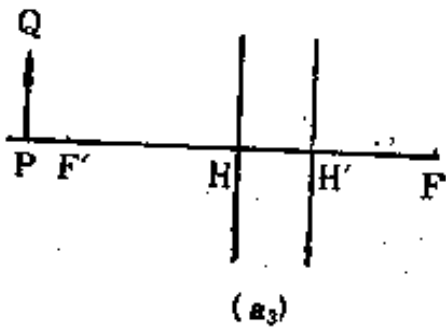
46. 在图 (a<sub>1</sub>) 至 (a<sub>4</sub>) 所示各共轴球面系统中，用作图法求物体  $PQ$  的象。



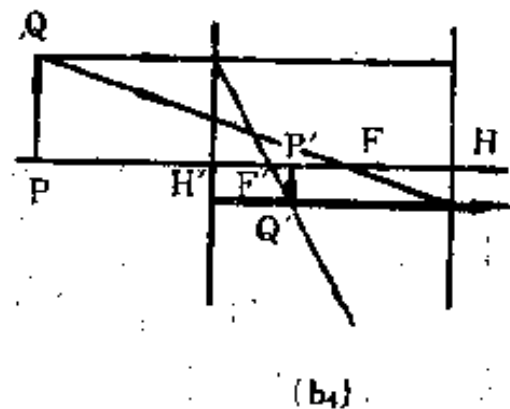
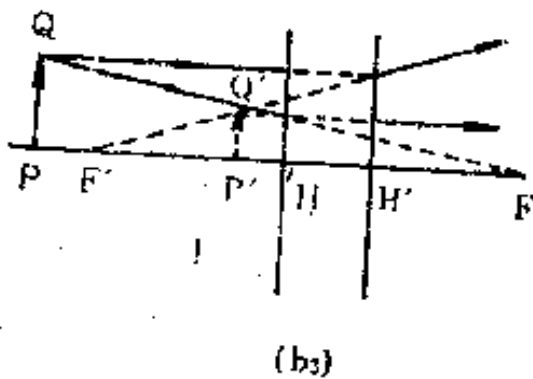
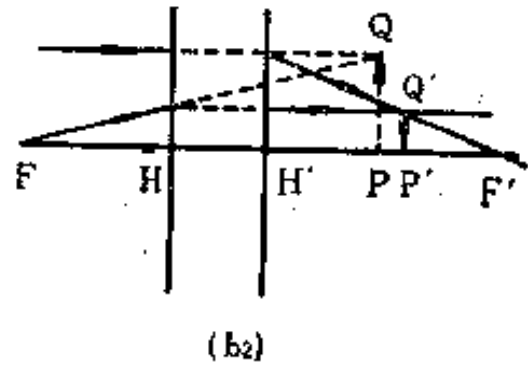
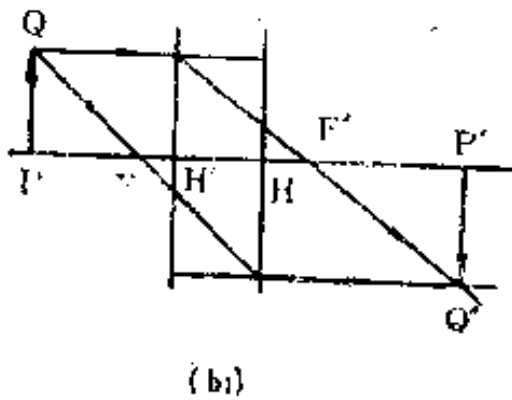
(a<sub>1</sub>)



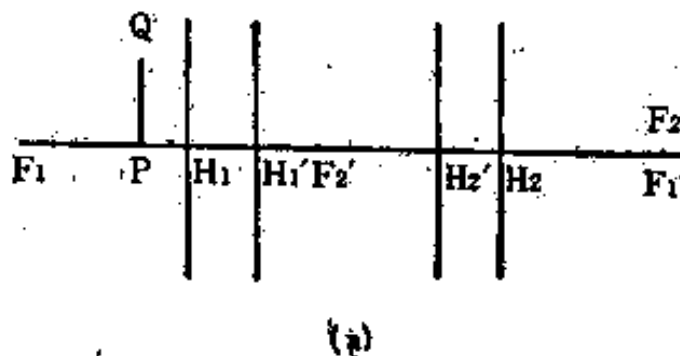
(a<sub>2</sub>)

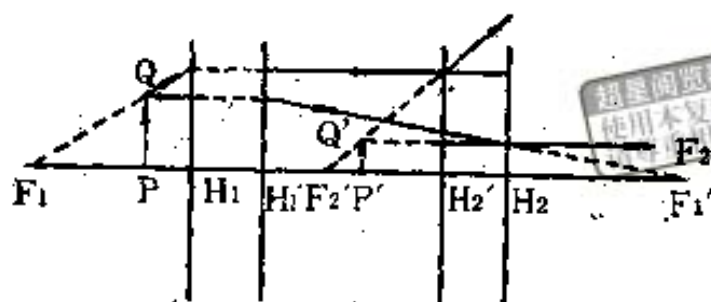


解：各象对应如图(b<sub>1</sub>)至(b<sub>4</sub>)：



47. 试用作图法求物体PQ经如图(a)所示系统所成之象。



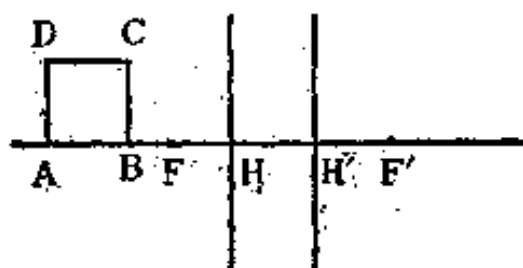


(b)

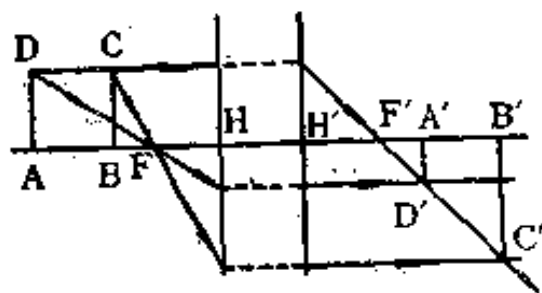
解：其象如图(b)。

48. 用作图法求正方形ABCD的象如图(a)。

解：其象如图(b)。



(a)



(b)

49. 一厚透镜两球面的光焦度分别为  $5D$  和  $8D$ ,  $n = 1.50$ , 中心厚度为  $18.75\text{cm}$ 。用矩阵法求此厚透镜主点的位置。

解：其系统矩阵为

$$\begin{aligned}
 S &= \begin{pmatrix} 1 & 8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{0.1875}{1.50} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 5 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\
 &= \begin{pmatrix} 0 & 8 \\ -0.125 & 0.375 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

验证  $\det S = 0 \times 0.375 - (-0.125 \times 8) = 1$

故 其主点为

$$l_H = \overline{OH} = \frac{n_1(1 - S_{11})}{S_{12}} = \frac{1 \times (1 - 0)}{8} = 0.125(\text{m})$$

$$= 12.5(\text{cm})$$

$$l_H' = \overline{O_N H'} = \frac{n_N'(S_{22} - 1)}{S_{12}} = \frac{1 \times (0.375 - 1)}{8}$$

$$= -0.078(\text{m}) = -7.8(\text{cm})$$

50. 两薄透镜相距80cm, 它们的光焦度分别为6D和-8D, 用矩阵法求组合系统的光焦度及焦点和主点的位置。

解: 已知 $d = 80\text{cm} = 0.8\text{m}$ ,  $\Phi_1 = 6\text{D}$ ,  $\Phi_2 = -8\text{D}$ ,  $n_0 = 1$ , 则其系统矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} 1 & -8 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -0.8 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 6 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 7.4 & 36.4 \\ -0.8 & -3.8 \end{pmatrix}$$

验证  $\det S = 7.4 \times (-3.8) - (-0.8) \times 36.4 = 1$

系统的光焦度为

$$\Phi = S_{12} = 36.4(\text{D})$$

焦点为  $f' = -f = \frac{1}{S_{12}} = 0.0275 = 2.75(\text{cm})$

主点为  $l_H = \frac{n_1(1 - S_{11})}{S_{12}} = \frac{1 - 7.4}{3.6} = 17.6(\text{cm})$

$$l_H' = \frac{n_N'(S_{22} - 1)}{S_{12}} = \frac{(-3.8) - 1}{36.4} = -13.2(\text{cm})$$

51. 惠更斯目镜由两个薄凸透镜 $L_1$ 、 $L_2$ 组成, 其焦距分别为 $f_1' = 3a$ ,  $f_2' = a$ , 两透镜相距 $d = 2a$ 。试用矩阵法求此目镜系统的主点位置和焦距。

解: 其系统矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2a}{1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{3a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 & \frac{2}{3a} \\ -2a & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

验证  $\det S = (-1) \times \frac{1}{3} - (-2a) \times \frac{2}{3a} = 1$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

则  $l_H = \frac{n_1(1 - S_{11})}{S_{12}} = \frac{1 - (-1)}{2/3a} = 3a = O_1H$

$l_{H'} = \frac{n'_1(S_{22} - 1)}{S_{12}} = \frac{(\frac{1}{3} - 1)}{2/3a} = -a = O_2H'$

$f = -\frac{n}{S_{12}} = -\frac{1}{2/3a} = -\frac{3}{2}a$

$f' = \frac{n'}{S_{12}} = \frac{1}{2/3a} = \frac{3}{2}a$

52. 冉斯登目镜由两个相同材料的平凸薄透镜组成，其一种结构形式为  $f_1' = f_2' = a$ ， $d = \frac{2}{3}a$ 。试求此目镜系统的主点位置和焦距。

解：其系统矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{2a}{3} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{a} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{3} & \frac{4}{3a} \\ -\frac{2a}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

验证  $\det S = \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} - \frac{4}{3a} \times (-\frac{2a}{3}) = 1$

则  $l_H = \frac{n_1(1 - S_{11})}{S_{12}} = \frac{1 - \frac{1}{3}}{4/3a} = \frac{a}{2}$

$$l_H' = \frac{n_N'(S_{22} - 1)}{S_{12}} = \frac{(\frac{1}{3} - 1)}{4/3a}$$

超星阅读器提醒您：  
 任何书籍均享有版权！  
 请尊重知识产权！

$$f = -\frac{n}{S_{12}} = \frac{-1}{4/3a} = -\frac{3}{4}a$$

$$f' = \frac{n'}{S_{12}} = \frac{1}{4/3a} = \frac{3}{4}a$$

53. 设有置于空气中的两薄透镜 $L_1$ 和 $L_2$ ，凸透镜 $L_1$ 的焦距为12cm，凹透镜 $L_2$ 的焦距为8cm，它们相距16cm。一高为3cm的物体PQ位于 $L_1$ 前30cm处。试用矩阵法求。  
 (1) 系统的主点和焦点；(2) 物体经系统所成的象。

解：(1) 已知 $f_1' = 12\text{cm}$ ， $f_2' = -8\text{cm}$ ， $d = 16\text{cm} = 0.16\text{m}$ ，则 $\Phi_1 = \frac{1}{0.12}$ ， $\Phi_2 = -\frac{1}{0.08}$ ，其系统矩阵为

$$S = \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{-0.08} \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{0.16}{1} & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & \frac{1}{0.12} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 3 & \frac{1}{0.08} \\ -0.16 & -\frac{1}{3} \end{pmatrix}$$

验证  $\det S = 3 \times (-\frac{1}{3}) - (-0.16) \times \frac{1}{0.08} = 1$

则  $l_H = \frac{n_1(1 - S_{11})}{S_{12}} = \frac{1 - 3}{1/0.08} = -0.16(\text{m}) = -16(\text{cm})$

$$l_H' = \frac{n_N'(S_{22} - 1)}{S_{12}} = \frac{(-1/3) - 1}{1/0.08} = -\frac{0.32}{3}(\text{m})$$

$$= \frac{-32}{3} \text{ (cm)}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

$$f = -\frac{n}{S_{12}} = \frac{-1}{1/0.08} = -0.08 \text{ (m)} = -8 \text{ (cm)}$$

$$f' = \frac{n'}{S_{12}} = \frac{1}{1/0.08} = 0.08 \text{ (m)} = 8 \text{ (cm)}$$

(2) 已知  $y = 3 \text{ cm}$ ,  $S_1 = -30 \text{ cm}$ , 即  $y = 0.03 \text{ m}$ ,  
 $l = -0.3 \text{ m}$

$$l' = \frac{S_{21} + lS_{22}}{S_{11} + lS_{12}} = \frac{-0.16 + (-0.3) \times (-\frac{1}{3})}{3 + (-0.3) \times \frac{1}{0.08}} = 0.08 \text{ (m)}$$
$$= 8 \text{ (cm)}$$

$$\beta = \frac{1}{S_{11} + lS_{12}} = \frac{1}{3 + (-0.3) \times \frac{1}{0.08}} = -\frac{4}{3}$$

则  $y' = \beta y = (-\frac{4}{3}) \times 0.03 = -0.04 \text{ (m)} = -4 \text{ (cm)}$

超星阅读器提醒您：  
使用本文制品  
请尊重相关知识产权！

## 二、光阑、象差和光学仪器原理

54. 光学系统的孔径光阑和视场光阑两者能否合一？

答：两者不能合一。因为这两种光阑起着完全不同的作用。孔径光阑的作用是限制成象光束口径的大小，而视场光阑的作用却是限制成象空间范围的大小。

55. 放大镜通光口径的大小是限制被观察物面的大小，还是控制到达象面各点光束的大小？

答：就单透镜的放大镜而言，其通光口径的大小是控制到达象面各点光束的大小，它只起着孔径光阑的作用。

56. 为什么在汽车上和十字路口安装的都是凸球面反射镜而不是平面反射镜？

答：因为凸球面反射镜总是成一正立缩小的虚象，而平面镜是成正立等大的虚象。故汽车上或十字路口总是安装凸球面反射镜来增大视场角，使司机能有更大的视场看清汽车后面或前面拐弯处的整个景物。

57. 鱼缸盛满了水，当观赏其中的鱼时，只有在几乎和鱼缸玻璃壁垂直的方向观察才能看得清楚。为什么以倾斜角度去看，鱼就显得模糊？当鱼看你时，也有同样的问题吗？

答：在几乎和鱼缸玻璃壁垂直的方向上观赏鱼时，入射角和折射角近似为零，此时几乎不产生象差及色散现象，可以很清楚地观赏鱼。而以倾斜角度观察时，由于象差及色散，鱼就显得模糊。当鱼看你时，也存在同样的问题。

58. 反射镜是否会产生色差？通过一个凸透镜观察物体的虚象时，能否看到透镜产生的色差？

答：反射镜不会产生色差。因为不同波长的光线以相同的角度入射在反射镜上时，它们的反射角均相同。

凸透镜无论对物体是成一实象还是成一虚象，都是光线通过透镜折射而产生。由于通常情况下透镜的折射率是波长的函数，来自同一物体的不同波长的光线通过透镜折射后会产生色差，而单透镜又是无法消色差的，故通过一个凸透镜观察物体的虚象如同观察其实象一样，能够看到透镜所产生的色差。

59. 用红、绿、蓝三块滤色玻璃分别盖住三个幻灯机的镜头，如果将这三个幻灯机照射屏幕上同一位置，屏幕上被照明处呈何色？如果将这三块玻璃同时盖住一个幻灯机的镜头，从它射出的光又呈何色？

答：第一种情形为红、绿、蓝三种具有一定谱线宽度的准单色光照射在屏上同一位置并呈现灰白色，这是由于三色光相加的结果。灰白色的色度值（描写灰白程度的物理量）取决于三色光的数量比。如果将这三块滤色玻璃同时盖住一个幻灯机的镜头，此时由于各色光均被滤色片互相吸收，故没有光射出，屏上呈黑色。

60. 凹透镜可否单独用作放大镜？

答：若凹透镜可单独用作放大镜，这就意味着它的视角放大率大于1。但凹透镜对实物只能生成一缩小的虚象，人眼通过凹透镜观察物体时，人眼对缩小的虚象的视角总是小于（最多等于）不用凹透镜时直接观察物体的视角（这时人眼须紧贴凹透镜），故凹透镜的视角放大率不可能大于1。所

以凹透镜不可单独用作放大镜。

61. 用一具已正常调节的望远镜观察地面上的建筑物，问应怎样调节镜筒的长度？

答：一具已正常调节的望远镜是用来观察极远的物体。对物镜来说，物距接近无穷远，其象距就是物镜的焦距；而对目镜而言，目镜的物距就是它的焦距，目镜的象距为无穷远。所以此时镜筒的长度等于两透镜焦距之和。当用它来观察地面上的建筑物时，此时物距从无穷远移向有限距离，象距也就从焦点移向焦点以外，所以必须拉长镜筒才能使物镜所成之象落在目镜的物方焦平面上。

62. 远视眼和近视眼的观众，用伽利略望远镜看戏时，各自对镜筒应怎样调节？

答：用伽利略望远镜看戏时，物体为有限远，望远镜不处于正常调节状态，此时它已不再是无焦系统，因此望远镜系统的组合焦距为  $f' = -f_{物}' \cdot f_{目}' / \Delta$ 。其中物镜的焦距  $f_{物}' > 0$ ，目镜的焦距  $f_{目}' < 0$ ，光学间隔  $\Delta = d - (f_{物}' + f_{目}')$ ， $d$  为镜筒的长度。由此可知，当  $\Delta > 0$  即  $d > |f_{物}' + f_{目}'|$  时， $f' > 0$ ；当  $\Delta < 0$  即  $d < |f_{物}' + f_{目}'|$  时， $f' < 0$ 。故对于远视眼的观众，须配以  $f' > 0$  的光学系统才能使象成在视网膜上，故须伸长伽利略望远镜的镜筒的长度；反之，对于近视眼的观众，须配以  $f' < 0$  的光学系统，故须缩短伽利略望远镜镜筒的长度。

63. 目镜实质上就是放大镜，为什么惠更斯目镜不能单独用作放大镜？它和冉斯登目镜的主要区别是什么？

答：惠更斯目镜不能单独用作放大镜，它只能用来观察由物镜所生成的中间象。这是因为惠更斯目镜的物方焦点位

于它的场镜和接目镜之间，若要将其作为放大镜，则必须将物放在它的物方焦点以内，而这点是不太容易做到的。另外，若单独使用接目镜还会破坏消放大率色差的条件，因此它只能配合物镜使用，使物体通过物镜成象于物方焦点以内而观察之。而冉斯登目镜的物方焦点位于场镜外侧，它可以单独用作放大镜观察实物。它们的另一区别是，惠更斯目镜满足消色差条件，而冉斯登目镜的某种结构形式却不满足消色差条件。

64. 两个薄凸透镜 $L_1$ 和 $L_2$ 的口径均为4 cm， $L_1$ 的焦距为8 cm， $L_2$ 的焦距为3 cm， $L_2$ 在 $L_1$ 之后5 cm，对于平行于光轴入射的光线，求系统的孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳。

解：（1）求孔径光阑： $L_1$ 对其前面的光学系统成象就是本身。设 $L_2$ 对其前面的光学系统 $L_1$ 成象为 $L_2'$ 。由高斯公式

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'}$$

将  $s = -5\text{cm}$ ， $f' = f_1' = 8\text{cm}$ 代入上式，得

$$s' = -\frac{40}{3} \approx -13.3(\text{cm})$$

即  $L_2'$ 位于 $L_1$ 右边约13.3cm处。

因为  $\beta = \frac{y'}{y} = \frac{s'}{s}$

所以  $2y' = \frac{s'}{s} \cdot 2y = \frac{40}{3 \times 5} \times 4 = \frac{32}{3} \approx 10.7(\text{cm})$

由于物点位于无穷远，且 $L_2'$ 的口径(10.7cm)大于 $L_1$ 的口径(4 cm)，故 $L_1$ 对入射光束口径限制最大，即 $L_1$ 为孔径光阑。

(2) 求入瞳：因为孔径光阑对其前面的光学系统成象为入瞳，所以， $L_1$  又为入射光瞳。

(3) 求出射光瞳：因为出射光瞳为孔径光阑对其后面的光学系统所成之象，即求  $L_1$  对  $L_2$  所成之象。将  $s = -5 \text{ cm}$ ， $f' = f_2' = 3 \text{ cm}$  代入高斯公式，得

$$s' = \frac{f's}{s+f'} = \frac{3 \times (-5)}{(-5) + 3} = 7.5 \text{ (cm)}$$

$$|2y'| = \left| \frac{s'}{s} \cdot 2y \right| = \left| \frac{7.5}{-5} \times 4 \right| = 6 \text{ (cm)}$$

即 出瞳位于  $L_2$  右侧  $7.5 \text{ cm}$  处，口径为  $6 \text{ cm}$ 。

65. 两个薄透镜  $L_1$  和  $L_2$  的口径分别是  $6 \text{ cm}$  和  $4 \text{ cm}$ ，它们的焦距是  $f_1' = 9 \text{ cm}$  和  $f_2' = 5 \text{ cm}$ ，相距  $5 \text{ cm}$ ，在  $L_1$  和  $L_2$  之间距离  $L_2$  为  $2 \text{ cm}$  处放入一个带有直径为  $6 \text{ cm}$  小孔的光阑 AB。物点位于  $L_1$  前方  $12 \text{ cm}$  处，求孔径光阑、入射光瞳和出射光瞳。

解：(1) 求孔径光阑

i)  $L_1$  对其前面的光学系统成象为其本身，对物点的张角为

$$\text{tgu}_1 = \frac{3}{12} = 0.25$$

ii) 设光阑 AB 对  $L_1$  成象为  $A'B'$ 。由公式

$$\frac{1}{s'} - \frac{1}{s} = \frac{1}{f'} \quad \text{及} \quad y' = \frac{s'}{s} y$$

将  $s = -3 \text{ cm}$ ， $f' = f_1' = 9 \text{ cm}$ ， $y = \frac{6}{2} \text{ cm} = 3 \text{ cm}$  代入上两式，

可得

$$s' = \frac{s f'}{s + f'} = \frac{(-3) \times 9}{(-3) + 9} = -4.5 (\text{cm})$$

$$y' = \frac{s'}{s} y = \frac{(-4.5)}{(-3)} \times 3 = 4.5 (\text{cm})$$

则A'B'对物点的张角为

$$\text{tgu}_2 = \frac{4.5}{12 + 4.5} \approx 0.27$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

iii) 设 $L_2$ 对 $L_1$ 成象为 $L_2'$ 。将 $s = -5\text{cm}$ 、 $f' = f_1' = 9\text{cm}$ 及 $y = \frac{4}{2}\text{cm} = 2\text{cm}$ 代入高斯公式，可得

$$s' = \frac{s f'}{s + f'} = \frac{(-5) \times 9}{(-5) + 9} = -11.25 (\text{cm})$$

$$y' = \frac{s'}{s} y = \frac{(-11.25)}{(-5)} \times 2 = 4.5 (\text{cm})$$

则 $L_2'$ 对物点的张角为

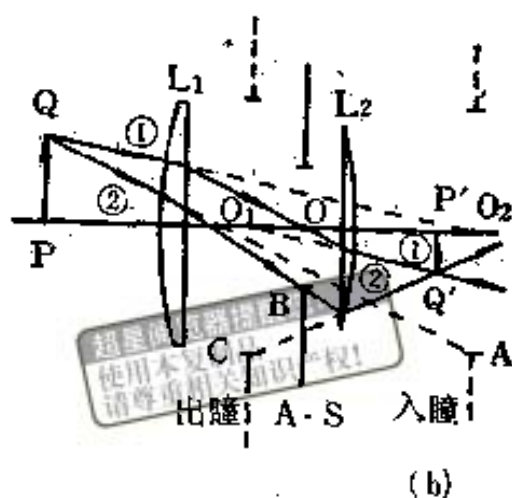
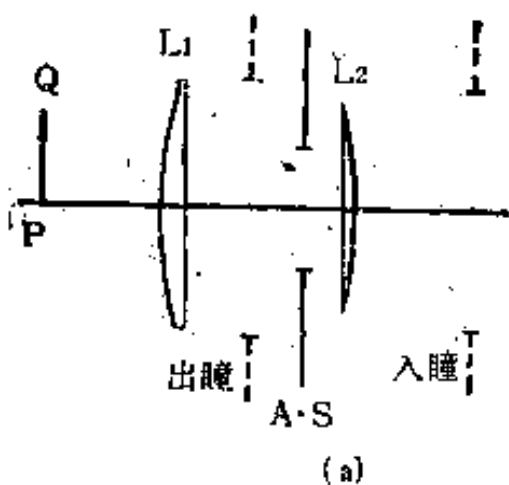
$$\text{tgu}_3 = \frac{4.5}{12 + 11.25} \approx 0.19$$

比较 $u_1$ 、 $u_2$ 及 $u_3$ 可知， $L_2'$ 对物点的张角 $u_3$ 最小，故 $L_2$ 为孔径光阑。

(2) 求入射光瞳：由于孔径光阑 $L_2$ 对其前面的光学系统 $L_1$ 所成之象为入瞳，所以 $L_2'$ 为入瞳，位于 $L_1$ 右侧11.25cm处，口径为9cm。

(3) 求出射光瞳：由于孔径光阑 $L_2$ 对后面的光学系统成象为出瞳，所以 $L_2$ 又为出瞳。

66. 如图(a)所示为一透镜系统和相应的光瞳，试用作图法求物体PQ的象，



解：其光路如图（b）所示。从Q点向入瞳中心 $O_2$ 引一光线①，经 $L_1$ 折射后通过孔径光阑的中心O点，再经 $L_2$ 折射后，其延长线交于出瞳中心 $O_1$ 点；另从Q点向入瞳边缘一点A引一光线②，经 $L_1$ 折射后过孔径光阑的边缘B点，再经 $L_2$ 折射，其延长线交于出瞳边缘C点。两条光线的交点 $Q'$ 便是Q点的象。

67. 有一焦距  $f' = 50\text{mm}$ ，口径  $D = 50\text{mm}$  的放大镜，观察者眼睛瞳孔直径为  $4\text{mm}$ ，其位置在放大镜后面  $60\text{mm}$  处。假定眼珠不动，而且象在明视距离处，求放大镜及人眼组成的系统的孔径光阑、入瞳及出瞳；视场光阑、入窗及出窗的位置及孔径角。

解：（1）先求物点的位置：设一物位于放大镜左侧，经放大镜成象后位于瞳孔左侧  $25\text{cm}$  处（明视距离）。将  $f' = 5\text{cm}$ ， $s' = (-25 + 6) = -19\text{cm}$  代入高斯公式可得

$$s = \frac{f' s'}{f' - s'} = \frac{5 \times (-19)}{5 - (-19)} = -3.95(\text{cm}) \approx -4(\text{cm})$$

即物点位于放大镜左侧约  $4\text{cm}$  处。

（2）求孔径光阑

i) 因为放大镜前面无光学系统, 故放大镜对物点的张角为

$$\operatorname{tg} u_1 \approx \frac{2.5}{4} = 0.625$$

ii) 设瞳孔对放大镜成象为  $L_2'$ 。将  $s = -6 \text{ cm}$ ,  $f' = 5 \text{ cm}$  及  $y = 0.2 \text{ cm}$  代入高斯公式可得

$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{(-6) \times 5}{(-6) + 5} = 30 \text{ (cm)}$$

$$y' = \left| \frac{s'}{s} y \right| = \left| \frac{30}{-6} \times 0.2 \right| = 1 \text{ (cm)}$$

即  $L_2'$  位于放大镜左侧  $30 \text{ cm}$  处, 口径为  $2 \text{ cm}$ 。故  $L_2'$  对物点的张角为

$$\operatorname{tg} u_2 \approx \frac{1}{30 - 4} = 0.04$$

由于  $L_2'$  对物点的张角比放大镜对物点的张角小, 故瞳孔为孔径光阑。

(3) 求入瞳: 因为孔径光阑对前面的光学系统成象为入瞳, 所以  $L_2'$  为入瞳, 位于放大镜左侧  $30 \text{ cm}$  处, 口径为  $2 \text{ cm}$ 。

(4) 求出瞳: 由于瞳孔后无光学系统, 故瞳孔又为出瞳。

(5) 求视场光阑: 由于  $L_2'$  对入瞳中心即自身中心的张角为  $90^\circ$ , 所以, 放大镜为视场光阑。

(6) 求入窗: 由于视场光阑即放大镜前无光学系统, 故放大镜又为入窗。

(7) 求出窗: 由于瞳孔在此仅作为一个光阑, 后面无成象元件, 故出窗为视场光阑即放大镜本身。

(8) 求孔径角

i) 入射孔径角

$$\operatorname{tg} u = \frac{\text{入瞳半径}}{\text{入瞳至物点的距离}} = \frac{1}{30 - 4} = 0.0385$$

即  $u \approx 2.2^\circ$

ii) 出射孔径角

$$\operatorname{tg} u' = \frac{\text{出瞳半径}}{\text{共轭象点至出瞳的距离}} = \frac{0.2}{25} = 8 \times 10^{-3}$$

即  $u' \approx 0.46^\circ$

68. 试让两个相同材料的薄凸透镜组合消除放大率色差的条件是:

$$d = \frac{f_1' + f_2'}{2}$$

证: 因为薄透镜的光焦度为

$$\Phi = (n - 1) \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) = (n - 1) K, \quad \left( K = \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$

故, 两相同材料薄透镜的光焦度分别为

$$\Phi_1 = \frac{1}{f_1'} = (n - 1) K_1$$

$$\Phi_2 = \frac{1}{f_2'} = (n - 1) K_2$$

若此两透镜组合成一系统, 其间距为  $d$ , 则其组合系统的光焦度为

$$\Phi = \Phi_1 + \Phi_2 - d\Phi_1\Phi_2 = (n - 1) (K_1 + K_2) - (n - 1)^2 K_1 K_2 d$$

等式两边对折射率  $n$  求导, 得

$$\frac{d\Phi}{dn} = K_1 + K_2 - 2(n-1)K_1K_2d$$

浏览器提醒您：  
 此副本复制品  
 请尊重相关知识产权！

由极值条件  $\frac{d\Phi}{dn} = 0$ ，得

$$d = \frac{K_1 + K_2}{2(n-1)K_1K_2} = \frac{\Phi_1 + \Phi_2}{2\Phi_1\Phi_2} = \frac{f_1' + f_2'}{2}$$

69. 用一正常调节的开普勒望远镜观察远处的星，设望远镜的物镜和目镜都可看作是单个薄透镜，物镜焦距  $f_o' = 80\text{mm}$ ，相对孔径  $\frac{D}{f_o'} = 0.5$ ，目镜焦距  $f_e' = 10\text{mm}$ ，位于物镜后焦面上的分划板直径  $D' = 10\text{mm}$ ，物镜为孔径光阑 (A.S.)，分划板通光孔为视场光阑 (F.S.)。试求：(1) 出瞳的位置和大小；(2) 视角放大率；(3) 入窗和出窗的位置；(4) 物方视场角及象方视场角的大小。

解：(1) 求出瞳：即求物镜对目镜所成之象。将  $s = -9\text{cm}$ ， $f' = f_e' = 1\text{cm}$ ， $y = \frac{D}{2} = \frac{0.5f_o'}{2} = \frac{4}{2} = 2\text{cm}$  代

入高斯公式，可得

$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{(-9) \times 1}{(-9) + 1} = 1.125 (\text{cm})$$

$$y' = \frac{s'}{s}y = \frac{1.125}{(-9)} \times 2 = -0.25 (\text{cm})$$

$$D' = 2y' = 0.5 (\text{cm})$$

即 出瞳 位于目镜右侧  $1.125\text{cm}$  处或目镜象方焦点右侧  $1.25\text{mm}$  处，口径为  $0.5\text{cm}$ ，如图。

(2) 求视角放大率：由其定义可得

$$M = -\frac{f_o'}{f_e'} = -\frac{8}{1} = -8 \text{ (倍)}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

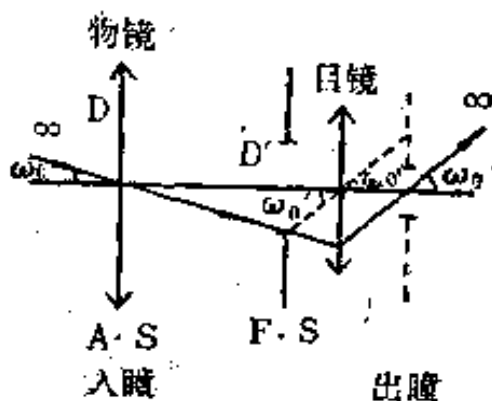
(3) 求入窗和出窗：由于入窗为 F·S 对物镜所成之象，故将  $s = -8\text{cm}$ ， $f' = f_o' = 8\text{cm}$  及  $y = 0.5\text{cm}$  代入高斯公式，可得

$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{(-8) \times 8}{(-8) + 8} \rightarrow \infty$$

$$y' = \frac{s'}{s} y \rightarrow \infty$$

即，入窗位于物方无限远。

而出窗为 F·S 对目镜所成之象，由于 F·S 也处于目镜的物方焦面，故同理可得，出窗位于象方无限远。



(4) 求物方视场角及象方视场角的大小

i) 物方视场角  $\omega_o$  为入窗半径对入瞳中心的张角，其物理意义是能进入系统的主光线与光轴的最大夹角，如图所示。它又等于 F·S 的半径对入瞳中心的张角，即

$$\text{tg} \omega_o = \frac{0.5}{8} = 0.0625$$

故，物方视场角为

$$\omega_o \approx 3.576^\circ \quad \text{故} \quad 2\omega_o = 7.15^\circ$$

ii) 由于象方视场角  $\omega_o'$  与物方视场角  $\omega_o$  共轭，入瞳中心与出瞳中心共轭，故其象方孔径角  $\omega_o'$  如图所示。又由于 F·S 位于目镜的物方焦平面上，故由图上关系可知，它等于 F·S 半径对目镜中心的张角，即

$$\text{tg}\omega_0' = \frac{0.5}{1} = 0.5$$

故，象方视场角为

$$\omega_0' \approx 26.565^\circ \quad \text{故} \quad 2\omega_0' = 53.13^\circ$$

70. 一架显微镜的物镜  $L_o$  的焦距为 1 cm，目镜  $L_e$  的焦距为 3 cm，物镜与目镜之间的间距为 20 cm。(1) 若使最后象生成在无穷远处，物体应放在距物镜多远处？此时显微镜的放大率是多少？出瞳的位置在何处？(2) 若将  $L_e$  和  $L_o$  推进一个小距离，使最后象成在明视距离处，求推进的距离应为多少？

解：(1) 若使最后象生成在无穷远处，其中间象须位于目镜的前焦点  $F_e$  处。将  $f' = f_o' = 1$  cm,  $s' = (20 - 3) = 17$  cm 代入高斯公式得

$$s = \frac{s'f'}{f' - s'} = \frac{17 \times 1}{1 - 17} = -1.0625(\text{cm})$$

即 物体应位于物镜左侧 1.0625 cm 处

此时显微镜的放大率为

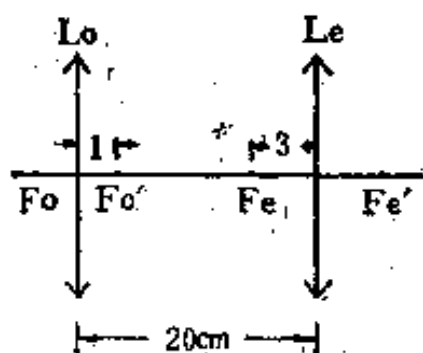
$$M = -\frac{\Delta \cdot l_o}{f_o' f_e'}$$

其中， $\Delta$  为光学间隔等于  $\overline{F_o' F_e}$ ，将  $\Delta = 20 - 1 - 3 =$

16 cm,  $l_o = 25$  cm,  $f_o' = 1$  cm,  $f_e' = 3$  cm 代入上式，

$$\text{得} \quad M = -\frac{16 \times 25}{1 \times 3} = -133.3$$

(2) 若将  $L_e$  和  $L_o$  推进一小距离，使其最后象生成在



明视距离处。设此时 $L_o$ 和 $L_e$ 相距 $x$ ，则由上可知，位于 $L_o$ 左侧 $1.0625\text{cm}$ 处的点物经 $L_o$ 成象于其右侧 $17\text{cm}$ 处，即成象于 $L_e$ 左侧 $(x-17)\text{cm}$ 处，再经 $L_e$ 成象于 $L_e$ 左侧 $25\text{cm}$ 处。由公式

$$s' = \frac{sf'}{s+f'}$$

可得 
$$-25 = \frac{-(x-17) \times 3}{-(x-17) \div 3}$$

即 
$$x \approx 19.68 (\text{cm})$$

故，推近距离为 $20 - 19.68 = 0.32\text{cm}$ 。

71. 一开普勒望远镜焦距为 $40\text{cm}$ ，相对孔径为 $\frac{f'}{5.0}$ （即 $\frac{D}{f'} = \frac{1}{5.0}$ ），今测得出射光瞳直径为 $2\text{cm}$ ，试求望远镜的放大率和目镜焦距。

解：由 $M = -\frac{f_o'}{f_e'} = -\frac{D}{\rho}$ ，并将 $f_o' = 40\text{cm}$ ， $D = \frac{1}{5}f_o'$   
 $= 8\text{cm}$ ， $\rho = 2\text{cm}$ 代入得

$$M = -\frac{8}{2} = -4$$

$$f_e' = -\frac{f_o'}{M} = -\frac{40}{(-4)} = 10 (\text{cm})$$

72. 物镜焦距 $f_o' = 50\text{cm}$ 的望远镜已正常调节，为了清楚看到 $50\text{m}$ 处的物体，应将目镜移动多少距离？

解：由高斯公式可知， $50\text{m}$ 处的物体经物镜可成象于

$$s' = \frac{sf'}{s+f'} = \frac{(-50) \times 0.5}{(-50) + 0.5} = 0.5051 (\text{m})$$

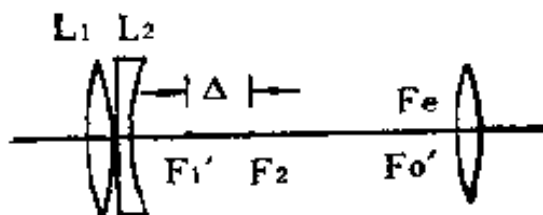
即成象于物镜右侧50.51cm处。

若要通过目镜清楚的看到此物体，则中间象须成在目镜的物方焦点 $F_e$ 处，即应将目镜拉开 $(50.51 - 50) = 0.51\text{cm}$ 。

73. 有两个焦距分别为30mm和40mm的凸透镜，以及一个焦距为45mm的凹透镜。(1) 如何选择它们且作最佳排列，以分别组成天文望远镜及全长为150mm的显微镜，并求出其在正常调节情况下的放大率；(2) 若用于激光扩束，应如何运用？

解：(1) 将40mm的凸透镜 $L_1$ 和45mm的凹透镜 $L_2$ 相互接触作为物镜，30mm的凸透镜作为目镜，如图(a)所示。其物镜的焦距为

$$f'_{\text{物}} = -\frac{f_1' f_2'}{\Delta}$$



其中 $\Delta = \overline{F_1' F_2} = f_2 - f_1'$

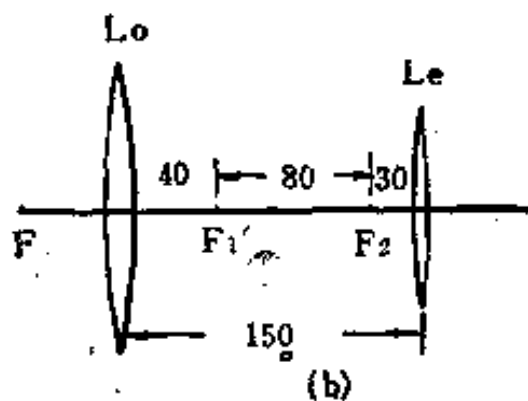
$= 45 - 40 = 5\text{mm}$ ,  $f_1' = 40\text{mm}$ ,  $f_2' = -45\text{mm}$ , 所以

$$f'_{\text{物}} = -\frac{40 \times (-45)}{5} = 360(\text{mm})$$

其放大率为

$$M = -\frac{f'_{\text{物}}}{f'_{\text{目}}} = -\frac{360}{-30} = 12$$

(2) 选择40mm的凸透镜为物镜，30mm的凸透镜为目镜构成一全长150mm的显微镜，如图(b)。此时其光学间隔 $\Delta = 150 - f_1' - |f_2| = 150 - 40 - |-30| = 80\text{mm}$ ，当正常调节



时，其放大率为

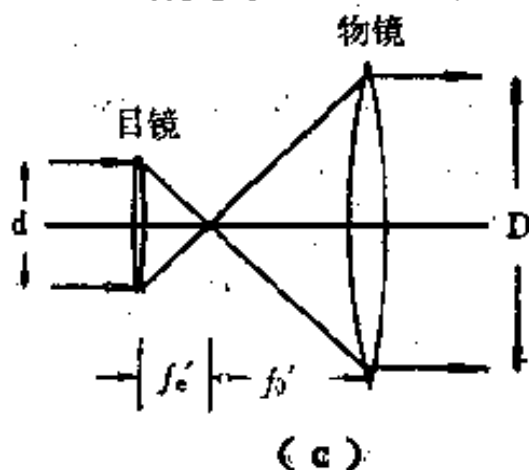
$$M = -\frac{\Delta \cdot l_0}{f_1' f_2'} = -\frac{80 \times 250}{40 \times 30} \approx -17$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

(3) 若用于激光扩束，则需要将(1)中天文望远镜倒过来使用，如图(c)所示。此时出射光束宽度D与入射光束宽度d有如下关系

$$\frac{D}{d} = \frac{f'_{物}}{f'_{目}} = \frac{360}{30} = 12$$

为此，物镜口径至少为目镜口径12倍才能充分利用扩束效果。



### 三、光度学和辐射度学

74. 已知阳光照明的洁净雪面的光亮度为3照提，假定人眼通常习惯于0.3照提，问攀雪山的运动员所戴防护眼镜的透射系数应为多少？

答：在空气中，人眼所习惯的亮度 $B'$ 与物面（这里指雪面）的亮度 $B$ 有如下关系： $B' = kB$ ，其中 $k$ 为防护镜的透射系数，故 $k = \frac{B'}{B} = \frac{0.3}{3} = 0.1$ 。

75. 起初直接观看聚光透镜所成的实象，然后再在白屏上观察。问在这两种情况下象的亮度与透镜直径有何关系？

答：直接观看聚光透镜所成的实象，其象的亮度与透镜直径无关；而在白屏上观察时，则象的亮度与透镜直径的平方成正比。

76. 人们常说40W日光灯比40W钨丝白炽灯亮，是否说明日光灯的光亮度比白炽灯大？这里所说的“亮”是指什么？

答：40W日光灯比40W钨丝白炽灯亮，它的物理含义就是该日光灯的光亮度比该白炽灯的亮。40W日光灯的发光效率（57流明/W）比40W钨丝白炽灯的发光效率（大约10流明/W）大得多。换言之，该日光灯所产生的光通量远大于同瓦数的白炽灯。而光亮度是表示在某方向上单位投影面积在单位立体角内发出的光通量，所以说日光灯的光亮度要比同样瓦数的白炽灯亮。

人们日常所说的“亮”是指人眼感觉的明亮程度，即灯光在人眼视网膜上所产生的照度。而照度是与灯的亮度，人眼瞳孔的相对孔径成正比。当相对孔径一定时，40W日光灯与40W白炽灯相比，前者的亮度大，则在视网膜上所产生的照度就比后者大，所以人眼就觉得40W日光灯比40W的白炽灯亮。

77. 物体的光亮度就是人眼感到的明亮程度，这种说法对吗？夜晚，长街上不太远处的远近不同的高压水银灯，为什么往往看起来几乎一样亮？

答：物体的光亮度不代表人眼感到的明亮程度。因为物体的光亮度是描述发光体本身性质的一个物理量，而人眼感到的明亮程度取决于发光体在人眼视网膜上所产生的照度，它与发光体的亮度、人眼瞳孔的相对孔径（瞳孔直径与焦距之比）成正比。夜晚，对于远近不同的高压水银灯，由于灯的瓦数相同，所以灯面的光亮度也是相同的。由于人眼具有调节功能，在观察较近的灯时，睫状肌收缩，使瞳孔的直径和焦距略有变小；而在观察较远的灯时，睫状肌松弛，使得瞳孔的直径和焦距略有变大，结果使得在观察远近不同的灯时，人眼的相对孔径几乎不变，从而产生几乎相同的明亮感觉。

78. 一束波长为460nm的蓝色光的光通量为620lm，射到一个屏幕上，试求该屏幕在1分钟内接收的能量。

解：光通量 $F(\lambda)$ 与辐射能通量 $\Phi_\lambda$ 和视见函数 $V(\lambda)$ 有如下关系

$$F(\lambda) = V(\lambda) \cdot \Phi_\lambda$$

由于  $1 \text{ W} = 683 \text{ lm}$ ，且由题意可知

$$F(4600 \text{ \AA}) = 620 \text{ lm}$$

对于4600Å的视见函数值通过查有关表可得

$$V(4600\text{Å}) = 0.060$$

故在1分钟内接收的能量为

$$\Phi = \frac{620}{0.060} \times \frac{1}{683} \times 60 = 907.8 \text{ (J)}$$

79. 设有一个60W的灯泡,其发光效率为15lm/W,假定把灯泡作为在各方向均匀发光的点光源,求光源的发光强度为多少?在距灯泡2m处的垂直照明的屏上的光照度为多少?

解: 发光效率 $\eta$ 与光通量及光源所消耗的电功率有如下关系

$$\eta = \frac{F}{P}$$

已知 $P = 60\text{W}$ ,  $\eta = 15\text{lm/W}$ , 故其光通量为

$$F = \eta P = 15 \times 60 = 900 \text{ (lm)}$$

因为该光源的发光强度为

$$I = \frac{F}{4\pi}$$

所以, 在距灯泡2m处的垂直照明屏上的光照度

$$E = \frac{I \cos \theta}{r^2} = \frac{\frac{F}{4\pi} \times 1}{r^2} = \frac{900}{4\pi \times 2^2} \approx 17.9 \text{ (lx)}$$

80. 一房间长宽高分别为5m、3m、3m,一个发光强度为60cd的灯悬挂在天花板中心离地板2.5m高。试求: (1) 在灯正下方地板上的光照度; (2) 在房间角落处地板上的光照度

解: (1) 灯正下方地板上的光照度为

$$E = \frac{I \cos \theta}{r^2} = \frac{60 \times 1}{2.5^2} = 9.6 \text{ (lx)}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

(2) 房间角落处距灯的距离为

$$r = \sqrt{2.5^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = 3.841 \text{ (m)}$$

故，在房间角落处的光照度为

$$E = \frac{I \cos \theta}{r^2} = \frac{I \cdot \frac{h}{r}}{r^2} = \frac{Ih}{r^3} = \frac{60 \times 2.5}{(3.841)^3} = 2.65 \text{ (lx)}$$

81. 来自一个发光强度为50cd的点光源的光，射进有效瞳孔直径为2mm的眼睛，光源离眼睛500mm，求进入眼睛的光通量是多少流明？

解：因为  $I = \frac{F}{\Omega}$  及  $\Omega = \frac{\pi a^2}{r^2}$

所以，进入人眼的光通量为

$$F = I \Omega = I \cdot \frac{\pi a^2}{r^2} = 50 \times \frac{\pi \times (10^{-3})^2}{0.5^2} = 6.28 \times 10^{-4} \text{ (lm)}$$

82. 电影院银幕的反射系数  $\rho = 0.75$ ，其上的光照度为50lx。假设银幕为余弦辐射体，求银幕上的光亮度和光出射度各为多少？

解：余弦辐射体上的照度E与其反射光的光亮度B有如下关系

$$B = \frac{\rho E}{\pi}$$

故银幕上的光亮度为

$$B = \frac{0.75 \times 50}{3.14} = 11.94 \text{ (cd/m}^2\text{)}$$

银幕上的光出射度为

$$R = \rho E = 0.75 \times 50 = 37.5 \text{ (lx)}$$

83. 灯悬挂在桌面之上, 为使其在桌面上产生均匀的照度, 灯应具有怎样的发光强度分布曲线?

解: 设灯距桌面上任意点的距离为 $r$ , 灯与桌面的最短距离为 $h$ , 则点光源照射桌面所产生的光照度为

$$E = \frac{I \cos \theta}{r^2} = \frac{I \cos \theta}{\left(\frac{h}{\cos \theta}\right)^2} = \frac{I}{h^2} \cos^3 \theta$$

故, 只有当 $I = I_0 / \cos^3 \theta$ 时,  $E$ 才能为常数, 即在桌面产生均匀照度。

84. 使用放大率为50倍的望远镜时, 为使视网膜上象的照度不小于人眼观察物体时的照度, 问望远镜的直径应多大? (眼睛瞳孔直径取2 mm, 忽略光在望远镜中的损耗。)

解: 望远镜的放大率与其入瞳直径 $D$  (即望远镜的直径) 和出瞳直径 $\rho$ 有如下关系

$$|M| = \frac{D}{\rho}$$

若忽略光在望远镜中的损耗, 为使视网膜上象的照度不小于人眼观察物体时的照度, 人眼应位于望远镜出瞳的位置上来观察物体, 并应使其出瞳的直径不大于人眼的直径。若取出瞳的直径 $\rho = 2 \text{ mm}$ , 则望远镜的直径为

$$D = |M| \cdot \rho = 50 \times 2 = 100 \text{ (mm)}$$

85. 两灯的发光强度分别为 $I_1 = 35 \text{ cd}$ 及 $I_2 = 95 \text{ cd}$ , 两者相距 $r = 1.50 \text{ m}$ , 将两面都是白色的光屏置于何处才能使屏

超星阅读器提醒您：  
 知识就是力量

两侧有相同的照度？

解：设白屏位于两灯的连线之间，分别距两灯为  $r_1$  和  $r_2$ ，如图。点光源在白屏上的照度为

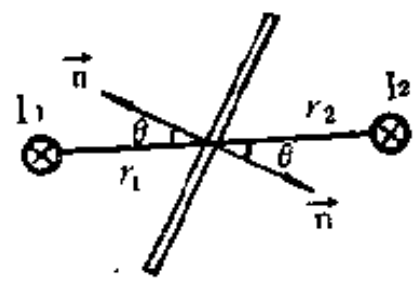
$$E = \frac{I \cos \theta}{r^2}$$

由题意可知

$$\frac{I_1 \cos \theta}{r_1^2} = \frac{I_2 \cos \theta}{r_2^2} \quad \text{及} \quad r_1 + r_2 = 1.5(\text{m})$$

即  $\frac{35}{r_1^2} = \frac{95}{r_2^2} \quad \text{及} \quad r_1 + r_2 = 1.5$

解得  $\begin{cases} r_1 = 0.567(\text{m}) \\ r_2 = 0.933(\text{m}) \end{cases}$



即，屏位于距  $I_1 = 35\text{cd}$  的灯  $0.567\text{m}$  处。

86. 已知  $60\text{W}$  灯泡的发光效率为  $\eta = 11\text{lm/W}$ ，若玻璃壳的损失不计，求该灯泡发射的光通量、平均发光强度和平均亮度。

解：由于  $\eta = \frac{F}{P}$

故  $F = \eta P = 11 \times 60 = 660(\text{lm})$

即该灯泡发射的光通量为  $660\text{lm}$ 。

设灯泡带灯罩，由于  $F = 2\pi I$ ，故该灯泡的平均发光强度为

$$I = \frac{F}{2\pi} = \frac{660}{2 \times 3.14} = 105.1(\text{cd})$$

设距光源  $r = 1$  米处的平均亮度为  $B$

则 
$$B = \frac{I}{S} = \frac{I}{4\pi r^2} = \frac{52.55}{4 \times 3.14 \times 1} = 4.18 \text{ (nt)}$$

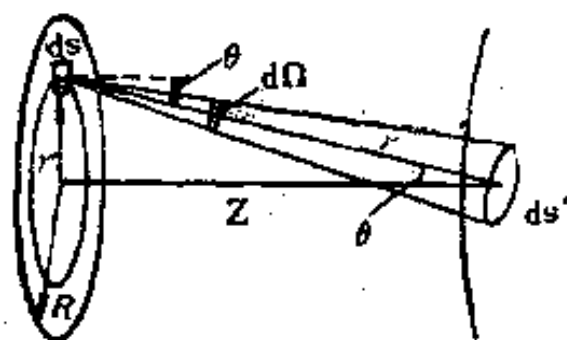
87. 太阳光垂直照到地面时, 地面上的照度约为  $10^6 \text{ lx}$ 。太阳直径为  $1.4 \times 10^6 \text{ km}$ , 地球轨道半径为  $1.5 \times 10^8 \text{ km}$ 。若假设太阳为余弦辐射体, 求太阳的亮度。

解法一: 太阳可视为余弦辐射体, 它的发光特性与一个均匀发光圆盘相同, 设太阳的亮度为  $B$ , 半径为  $R$ , 太阳到地球的距离为  $Z$ , 在太阳圆盘与地球上各取一面元  $ds$  和  $ds'$ , 它们之间的距离为  $r$ , 从  $ds$  中心

对  $ds'$  所张的立体角为  $d\Omega$ , 如图所示, 则  $ds$  沿  $r$  方向在  $d\Omega$  内发射的光通量为

$$dF = B \cdot ds \cdot d\Omega \cdot \cos\theta$$

而 
$$d\Omega = \frac{ds' \cdot \cos\theta'}{r^2}$$



由于 
$$\cos\theta = \cos\theta' = \frac{Z}{r} = \frac{Z}{\sqrt{r'^2 + Z^2}}$$

则 
$$dF = B ds \frac{ds' \cos\theta'}{r^2} \cos\theta = B \cdot ds \cdot ds' \cdot \frac{Z^2}{(r'^2 + Z^2)^2}$$

由于  $ds = dr' \cdot dl$ , 式中  $dl$  为半径为  $r'$  的圆周上的小弧元, 则圆盘发射至  $ds'$  的光通量为

$$\begin{aligned} F &= B ds \int_0^R \frac{Z^2 dr'}{(r'^2 + Z^2)^2} \int_0^{2\pi} r' dl \\ &= 2\pi B ds' \int_0^R \frac{Z^2 r' dr'}{(r'^2 + Z^2)^2} = \frac{\pi R^2 B ds'}{R^2 + Z^2} \end{aligned}$$

在面元  $ds'$  上的照度为

$$E = \frac{F}{ds'} = \frac{\pi R^2 B}{R^2 + Z^2}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

故太阳的亮度为

$$B = \frac{E(R^2 + Z^2)}{\pi R^2} \approx \frac{EZ^2}{\pi R^2} = \frac{10^5 \times (1.5 \times 10^{11})^2}{3.14 \times (0.7 \times 10^9)^2}$$

$$\approx 1.47 \times 10^8 \text{ (nt)} = 1.47 \times 10^5 \text{ (sb)}$$

解法二：设地面的照度为E，地球的轨道半径为Z（即太阳、地球间的距离），太阳的半径为R。由球对称性得太阳的总光通量为

$$\Phi = E \cdot 4\pi Z^2$$

太阳的光出射度为

$$R = \frac{\Phi}{4\pi R^2} = \frac{EZ^2}{R^2}$$

由光出射度与亮度的关系得太阳的亮度为

$$B = \frac{R}{\pi} = \frac{EZ^2}{\pi R^2}$$

代入数值得太阳的亮度为

$$B \approx 1.47 \times 10^5 \text{ (sb)}$$

88. 一台幻灯机，放映屏幕面积为  $4 \text{ m}^2$ ，要求光照度为  $50 \text{ lx}$ ，幻灯片面积为  $20 \text{ cm}^2$ 。假定物镜的相对孔径为  $\frac{1}{2}$ ，系统的透射系数为  $k = 0.5$ 。试求光源的光亮度。

解：象的照度E与光源的亮度B有如下关系

$$E = k\pi B \frac{\sin^2 u}{\beta^2}$$

其中k为透射系数，u为入射孔径角，β为垂轴放大率。由于

幻灯片总是位于物方焦面附近，入射孔径角近似为一常数，故有

$$\sin u \approx \frac{D}{2f'}$$

由题意  $\frac{D}{f'} = 0.5$ ，可得

$$\sin u = 0.25$$

又因  $y'^2 = 4 \text{ m}^2$  及  $y^2 = 20 \text{ cm}^2 = 2 \times 10^{-3} \text{ m}^2$

$$\beta^2 = \frac{y'^2}{y^2} = \frac{4}{2 \times 10^{-3}} = 2 \times 10^3$$

故 光源的光亮度为

$$B = \frac{\beta^2 E}{k \pi \sin^2 u} = \frac{2 \times 10^3 \times 50}{0.5 \times 3.14 \times 0.25^2} = 1.0186 \times 10^6 (\text{cd/m}^2)$$

## 四、光波及其在各向同性介质界 面的反射和折射

89. 一维简谐平面波函数  $E(p, t) = A \cos \omega \left( t - \frac{Z}{v} \right)$  中,  $\frac{Z}{v}$  表示什么? 如果把波函数写为  $E(p, t) = A \cos \left( \omega t - \frac{\omega Z}{v} \right)$ ,  $\frac{\omega Z}{v}$  又表示什么?

答:  $\frac{Z}{v}$  表示在沿  $Z$  方向任意一点的振动落后于坐标原点 (或振动源) 的一个时间间隔。

而  $\frac{\omega Z}{v}$  表示波函数的初位相, 它描述位相的空间分布。

90. 平面波函数的复振幅可写为

$$\tilde{E}(p, t) = A \exp i [ 2\pi ( f_x \cdot x + f_y \cdot y + f_z \cdot z ) ]$$

式中  $f_x$ 、 $f_y$ 、 $f_z$  为三个坐标轴方向的空间频率, 而且它们组成空间频率矢量  $f = f_x i + f_y j + f_z k$ 。已知在三个坐标轴上的空间周期  $d_x = \frac{1}{f_x}$ ,  $d_y = \frac{1}{f_y}$ ,  $d_z = \frac{1}{f_z}$ , 它们可否组成空间周期  $d = d_x i + d_y j + d_z k$ ?

答：不可以。空间频率 $f$ 之所以可组成一矢量，是因为 $f$ 的三个分量满足矢量合成法则， $|f| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2}$

$$= \frac{1}{\lambda} \sqrt{\cos^2 \alpha + \cos^2 \beta + \cos^2 \gamma} = \frac{1}{\lambda}。而空间周期d却不能$$

够组成一个空间周期矢量，因为 $d = \lambda$ ，而 $\sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$

$$= \sqrt{\frac{1}{f_x^2} + \frac{1}{f_y^2} + \frac{1}{f_z^2}} = \lambda \cdot \sqrt{\frac{1}{\cos^2 \alpha} + \frac{1}{\cos^2 \beta} + \frac{1}{\cos^2 \gamma}}$$

$\neq \lambda$ ，所以 $|d| \neq \sqrt{d_x^2 + d_y^2 + d_z^2}$ ，即空间周期 $d$ 不能组成空间周期矢量。

91. 自然光和圆偏振光都可看成是振幅相等、振动方向垂直的两线偏振光的合成，它们之间的主要区别是什么？

答：自然光和圆偏振光的主要区别在于合成它们的两振幅相等，振动方向垂直的线偏振光之间的位相关系。自然光是位相完全无关的两个线偏振光的合成，而合成圆偏振光的两个线偏振光的位相差始终等于 $\frac{\pi}{2}$ （或 $-\frac{\pi}{2}$ ）。

92. 试指出下列波函数所表示的偏振态

$$E = E_{0x} \cos(\omega t - kz) \mathbf{i} + E_{0y} \cos(\omega t - kz + \frac{\pi}{2}) \mathbf{j}$$

答：其偏振态为右旋椭圆偏振光，因其位相差为 $+\frac{\pi}{2}$ 。若

$E_{0x} = E_{0y}$ ，则为右旋圆偏振光。

93. 无须借助其它的仪器，你能用什么简易方法判断一块偏振片的透振方向？

答：可以一定的角度透过偏振片观察某些平面（如玻

璃)的反射光,便可确定偏振片的透振方向。这是由于玻璃片的反射光在一般情况下都是部分偏振光,且垂直于入射面的振动分量较强,当以玻璃片(设其折射率为1.5)的布儒斯特角( $i_B = \text{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1} = \text{tg}^{-1} \frac{1.5}{1} \approx 57^\circ$ )的反射方向去观察时,反

射光便为垂直于入射面振动的线偏振光。观察时旋转偏振片,在旋转一周的过程中会出现两个最暗和两个最亮的位置,将偏振片固定在最暗的位置,这时偏振片的透振方向就平行于入射面。

94. 已知水的折射率为1.33,试问一个人戴上偏振片做成的眼镜后,在什么角度下能完全看不到水面反射的光?偏振片的透振方向应取何方位?

答:当以与水面法线的夹角为水的布儒斯特角观察水面的反射光线时,反射光为线偏振光,其振动面垂直于入射面,所以此时偏振片眼镜的透振方向必须平行于入射面才能完全看不到反射光,即需将其透振方向取在入射面与镜片的交线方向上。水的布儒斯特角为: $i_B = \text{tg}^{-1} 1.33 \approx 53.06^\circ$ 。

95. 光由密媒质向疏媒质入射时,其布儒斯特角能否大于全反射的临界角?

答:光由光密媒质 $n_1$ 向光疏媒质 $n_2$ 入射时,其全反射的临界角为 $\sin i_c = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ ,其布儒斯特角为 $\text{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1} = n_{21}$ ,将后一公式中的 $\text{tg} i_B$ 化为 $\sin i_B$ 的形式得 $\sin i_B = n_{21} / \sqrt{1 + n_{21}^2}$ 。故由此可见, $\sin i_B < \sin i_c$ ,使得 $i_B > i_c$ ,所以光由光密媒质向光疏媒质入射时,其布儒斯特角不可能大于全反射的临界角。

从直观上看也可得出以上结论：当光由光密媒质向光疏媒质入射时，若入射角大于全反射的临界角，则入射光全部被反射而无折射光，而对于布儒斯特角却必须是在有折射光时它才存在，因此，在这种情况下，布儒斯特角不可能大于全反射的临界角。

96. 低头洗脸时，很难看到自己脸部经水面反射所成的象，站在广阔平静湖面的岸边，却可以看到对岸景物明亮的反射倒象。为什么？试解释之。

答：由菲涅耳公式可导出水面的反射率随入射角的变化关系。一般情况下，光线的入射角较小时，反射率很低，光线的入射角较大时，特别是掠入射时，其反射率会急剧上升，此时的入射光线几乎全部被反射。所以当我们低头洗脸时，其入射角接近零，反射率非常小，几乎不反射，很难看到自己脸部经水面反射所成的象。而站在广阔平静湖面的岸边观看对岸的景物时，其入射角接近 $90^\circ$ ，为掠入射，光线几乎全被反射，故可以看到对岸景物的明亮的反射倒象。

97. 设有两个一维简谐平面波的波函数为

$$E_1(p, t) = 4 \cos 2\pi (3t - 0.2Z)$$

$$E_2(p, t) = \frac{1}{2.5} \cos (3.5t + 7Z)$$

式中位移以cm为单位，时间以s为单位，距离以m为单位。试分别求它们的（1）振幅，（2）频率，（3）周期，（4）波长，（5）相速度，（6）传播方向。

解：将 $E_1(p, t)$ 及 $E_2(p, t)$ 分别与 $E(p, t) = E_0 \cos 2\pi (vt - \frac{z}{\lambda}) = E_0 \cos (\omega t - kz)$ 比较，可得

$$(1) E_{01} = 4 \text{ (cm)}; \quad E_{02} = \frac{1}{2.5} = 0.4 \text{ (cm)}$$

$$(2) \nu_1 = 3 \text{ (Hz)}; \quad \nu_2 = \frac{3.5}{2\pi} = \frac{7}{4\pi} \text{ (Hz)}$$

$$(3) T_1 = \frac{1}{3} \text{ (s)}; \quad T_2 = \frac{4\pi}{7} \text{ (s)}$$

$$(4) \lambda_1 = \frac{1}{0.2} = 5 \text{ (cm)}; \quad \lambda_2 = \frac{2\pi}{7} \text{ (cm)}$$

$$(5) v_1 = \frac{\lambda_1}{T_1} = 15 \text{ (cm/s)}; \quad v_2 = \frac{\lambda_2}{T_2} = 0.5 \text{ (cm/s)}$$

(6)  $E_1$  沿 Z 轴正向传播,  $E_2$  沿 Z 轴负向传播。

98. 频率为  $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ , 相速为  $3 \times 10^8 \text{ m/s}$  的光波, 在传播方向上位相差为  $60^\circ$  的任意两点之间的最短距离是多少?

解: 由  $\frac{2\pi}{\lambda} = \frac{\pi/3}{l}$ , 并将  $\nu = 6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ ,  $v = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$  代入, 得

$$l = \frac{1}{6} \lambda = \frac{1}{6} \frac{v}{\nu} = \frac{1}{6} \times \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{14}} \approx 8.32 \times 10^{-8} \text{ m} = 833 \text{ \AA}$$

99. 平面波波函数的复振幅为  $\tilde{E} = A e^{i\Phi}$ , 试证: (1) 当位相改变  $2\pi$  时,  $\tilde{E}$  保持不变; (2) 用  $\pm i$  乘波函数  $\tilde{E}$ , 等效于它的位相改变  $\pm \frac{\pi}{2}$ 。

解: (1) 因为  $e^{i(\pm 2\pi)} = 1$

所以  $\tilde{E}' = A e^{i(\Phi \pm 2\pi)} = A e^{i\Phi} \cdot e^{i(\pm 2\pi)} = A e^{i\Phi} = \tilde{E}$

(2) 因为  $\pm i = e^{i(\pm \frac{\pi}{2})}$ .

所以

$$\widetilde{E}' = \pm i \widetilde{E} = \pm i A e^{i\Phi} = A e^{i\Phi} \cdot e^{i(\pm \frac{\pi}{2})} = A e^{i(\Phi \pm \frac{\pi}{2})}$$

100. 在玻璃中Z方向上传播的单色平面波的波函数为

$$E(p, t) = 10^2 \exp\left\{-i\left[\pi \times 10^{15}\left(t - \frac{Z}{0.65c}\right)\right]\right\}$$

式中c为真空中的光速，时间以s为单位，电场强度以V/m为单位，距离以m为单位。试求：(1) 光波的振幅和时间频率；(2) 玻璃的折射率；(3) Z方向上的空间频率；(4) 在XZ面内与X轴成45°角方向上的空间频率。

解：将  $E(p, t) = 10^2 \exp\left\{-i\left[\pi \times 10^{15}\left(t - \frac{Z}{0.65c}\right)\right]\right\}$

与  $E(p, t) = A \exp\left\{-i\left[\omega\left(t - \frac{Z}{c}\right)\right]\right\}$  比较，可得

(1)  $A = 10^2 \text{ (V/m)},$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{\pi \times 10^{15}}{2\pi} = 5 \times 10^{14} \text{ (Hz)}$$

(2)  $n = \frac{c}{v} = \frac{c}{0.65c} = 1.54$

(3)  $f = \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{\frac{1}{n}\lambda_0} = 1 / \frac{1}{n} \left(\frac{c}{v}\right) = \frac{n\nu}{c}$

$$= \frac{1.54 \times 5 \times 10^{14}}{3 \times 10^8} = 2.56 \times 10^6 \text{ (m}^{-1}\text{)}$$

$$(4) f_x = f \cos 45^\circ = 2.56 \times 10^8 \times \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$= 1.81 \times 10^8 (\text{m}^{-1})$$

101. 一平面波的波函数为

$$E(p, t) = A \cos [5t - (2x - 3y + 4z)]$$

式中  $x, y, z$  以  $\text{cm}$  计,  $t$  以  $\text{s}$  计。试求: (1) 时间频率; (2) 波长; (3) 空间频率矢量的大小和方向。

解: 将  $E(p, t) = A \cos [5t - (2x - 3y + 4z)]$  与  $E(p, t) = A \cos [\omega t - (k_x x + k_y y + k_z z)]$  比较, 可得

$$(1) \nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{5}{2\pi} (\text{s}^{-1})$$

$$(2) \lambda = \frac{2\pi}{k} = 2\pi(k_x^2 + k_y^2 + k_z^2)^{-\frac{1}{2}} = \frac{2\pi}{\sqrt{29}} (\text{cm})$$

$$(3) \text{因为, } 2\pi f_x = 2, 2\pi f_y = -3, 2\pi f_z = 4$$

$$\text{所以 } \mathbf{f} = \frac{1}{2\pi} (2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k})$$

$$\text{其大小为 } |\mathbf{f}| = \sqrt{f_x^2 + f_y^2 + f_z^2} = \frac{\sqrt{29}}{2\pi} (\text{cm})$$

其方向余弦为

$$\cos \alpha = \lambda f_x = \frac{2}{\sqrt{29}}, \quad \cos \beta = \lambda f_y = \frac{-3}{\sqrt{29}}$$

$$\cos \gamma = \lambda f_z = \frac{4}{\sqrt{29}}$$

102. 一平面波函数的复振幅为

$$\tilde{E}(p) = A \exp i \left( \frac{k}{\sqrt{14}} x + \frac{2k}{\sqrt{14}} y + \frac{3k}{\sqrt{14}} z \right)$$

试求波的传播方向。

解：因为  $k_x = k \cos \alpha = \frac{k}{\sqrt{14}}$ ,  $k_y = k \cos \beta = \frac{2k}{\sqrt{14}}$ ,

$k_z = k \cos \gamma = \frac{3k}{\sqrt{14}}$ , 则该波的方向余弦为

$$\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{14}}, \quad \cos \beta = \frac{2}{\sqrt{14}}, \quad \cos \gamma = \frac{3}{\sqrt{14}}$$

波的传播方向完全由三个方向余弦而定。

103. 一台3kW的CO<sub>2</sub>激光器发出的光束被聚焦成直径为10μm的光斑, 求在焦点处的光强I及光场的振幅值A(假设n=1, 不计光束的损失)。

解: 将N=3×10<sup>3</sup>(W)=3×10<sup>3</sup>(J/s)及S=πr<sup>2</sup>=π(5×10<sup>-6</sup>)<sup>2</sup>代入公式N=IS, 可得

$$I = \frac{N}{S} = \frac{3 \times 10^3}{3.14 \times (5 \times 10^{-6})^2} = 1.91 \times 10^{14} (\text{J/s} \cdot \text{m}^2)$$

由公式  $I = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2$ , 可得

$$A = \left[ 2 \frac{I}{n} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right]^{1/2} = 1.69 \times 10^8 (\text{V/m})$$

104. 地球表面每平方米接收到来自太阳光的能量约为1.33kW, 试计算投射到地球表面的太阳光的电场强度振幅。

解: 由  $I = \frac{1}{2} n \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} A^2$ , 并将I=1.33×10<sup>3</sup>W/m<sup>2</sup>及

各常数代入, 可得

$$A = \left[ 2 \frac{I}{n} \sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0}} \right]^{1/2} = 10^3 (\text{V/m})$$

105. 用K<sub>9</sub>玻璃 ( $n = 1.5163$ ) 制成He-Ne激光器腔管上的布儒斯特窗片, 问窗片的法线与激光轴夹角应为多大?

解: 由  $i_B = \text{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1}$ , 并将  $n_2 = 1.5163$  及  $n_1 = 1$  代入,

可得

$$i_B = \text{tg}^{-1} \frac{1.5163}{1} = 56^\circ 35'$$

则窗片法线与激光轴夹角为

$$90^\circ - i_B = 90^\circ - 56^\circ 35' = 33^\circ 25'$$

106. 如图, 已知, 一束自然光入射到折射率  $n = \frac{4}{3}$

的水面上时反射光是线偏振的。一块折射率  $n = \frac{3}{2}$  的平面玻

璃浸在水面下, 若要使玻璃表面的反射光  $O'N'$  也是线偏振的, 则玻璃表面与水平面夹角  $\alpha$  应为多大?

解: 如图, 当  $i$  为布儒斯特角时,  $i = 90^\circ - i_1$ , 并由  $n_1 \sin i = n_2 \sin i_1$  可得

$$\sin i_1 = \frac{n_1 \sin i}{n_2} = \frac{n_1 \cos i}{n_2}$$

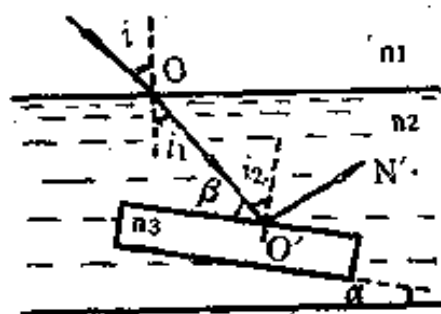
故  $i_1 = \text{tg}^{-1} \frac{n_1}{n_2} = \text{tg}^{-1} \frac{1}{1.33} = 36^\circ 56'$

因为  $i_2$  也为布儒斯特角

故  $i_2 = \text{tg}^{-1} \frac{n_3}{n_2} = \text{tg}^{-1} \frac{n}{n_2} = \text{tg}^{-1} \frac{1.5}{1.33} = 48^\circ 26'$

由图上的几何关系可得

$$i_2 = 90^\circ - \beta = 90^\circ - (90^\circ - \alpha - i_1) = \alpha + i_1$$



故  $\alpha = i_2 - i_1 = 48^\circ 26' - 36^\circ 56' = 11^\circ 30'$

107. 利用布儒斯特定律，可以测定不透明电介质的折射率。今测得釉质的起偏角为  $58^\circ$ ，求它的折射率。

解：由  $\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}$ ，并将  $i_B = 58^\circ$ ， $n_1 = 1$  代入，

得  $n_2 = \operatorname{tg} 58^\circ = 1.60$

108. 若光在某种介质中的全反射临界角为  $45^\circ$ ，求光从空气射到该介质界面时的布儒斯特角。

解：由全反射临界角  $\sin i_c = \frac{n_2}{n_1}$ ，并将  $n_1 = n$ ， $n_2 = 1$ ，

$i_c = 45^\circ$  代入，可得

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{n} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

由布儒斯特角  $\operatorname{tg} i_B = \frac{n_2}{n_1}$ ，并将  $n_1 = 1$ ， $n_2 = n$  代入，可得

$$\begin{aligned} i_B &= \operatorname{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1} = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{n}{1} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \left( \frac{2}{\sqrt{2}} \right) = \operatorname{tg}^{-1} \sqrt{2} \\ &= 54.74^\circ \end{aligned}$$

109. 计算光波垂直入射到折射率为  $n = 1.33$  的深水表面的反射光和入射光强度之比。

解：由菲涅耳公式，当光波垂直入射时，有

$$R = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right)^2 \quad \text{及} \quad \frac{I_2}{I_1} = R$$

将  $n_1 = 1$ ， $n_2 = 1.33$  代入可得

$$\frac{I_2}{I_1} = \left( \frac{1.33 - 1}{1.33 + 1} \right)^2 = 0.02 = 2\%$$

110. 一束自然光由折射率为 $n_1$ 的媒质以布儒斯特角向折射率为 $n_2$ 的媒质入射, 试证折射光的偏振度为

$$P = \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2}$$



证: 由空气到玻璃时, 折射光中平行分量为极大, 垂直分量为极小, 即 $I_M = I_{2p}$ ,  $I_m = I_{2s}$ , 并有 $I_{2p} = I_{1p}T_p$ ,  $I_{2s} = I_{1s}T_s$ , 则折射光偏振度为

$$\begin{aligned} P &= \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{I_{2p} - I_{2s}}{I_{2p} + I_{2s}} = \frac{I_{1p}T_p - I_{1s}T_s}{I_{1p}T_p + I_{1s}T_s} \\ &= \frac{I_{1p} \frac{n_2}{n_1} |t_p|^2 - I_{1s} \frac{n_2}{n_1} |t_s|^2}{I_{1p} \frac{n_2}{n_1} |t_p|^2 + I_{1s} \frac{n_2}{n_1} |t_s|^2} = \frac{I_{1p} |t_p|^2 - I_{1s} |t_s|^2}{I_{1p} |t_p|^2 + I_{1s} |t_s|^2} \end{aligned}$$

式中 $n_1$ 为空气折射率,  $n_2$ 为玻璃折射率。对于自然光,  $I_{1p} = I_{1s}$ , 故

$$P = \frac{|t_p|^2 - |t_s|^2}{|t_p|^2 + |t_s|^2} \quad (1)$$

当以布儒斯特角入射时,  $i_1 = i_B$ , 用 $i_{1B}$ 表示, 由菲涅耳公式

$$t_p = \frac{2n_1 \cos i_{1B}}{n_2 \cos i_{1B} + n_1 \cos(90^\circ - i_{1B})} = \frac{n_1}{n_2} \quad (2)$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos i_{1B}}{n_1 \cos i_{1B} + n_2 \cos(90^\circ - i_{1B})} = \frac{2n_1^2}{n_1^2 + n_2^2} \quad (3)$$

将(2)、(3)式代入(1)式,得

$$P = \frac{\left| \frac{n_1}{n_2} \right|^2 - \left| \frac{2n_1}{n_1^2 + n_2^2} \right|^2}{\left| \frac{n_1}{n_2} \right|^2 + \left| \frac{2n_1}{n_1^2 + n_2^2} \right|^2} = \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2}$$

111. 一束自然光从空气以布儒斯特角入射到 $n=1.5$ 的玻璃上,求:(1)反射率 $R_s$ 和 $R_p$ ; (2)透射率 $T_s$ 和 $T_p$ ; (3)折射光的偏振度。

解: 由 $i_B = \text{tg}^{-1} \frac{n_2}{n_1}$ , 将 $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1.5$ 代入得

$$i_B = \text{tg}^{-1} \frac{1.5}{1} = 56.31^\circ$$

即入射角 $i_1 = 56.31^\circ$ , 折射角 $i_2 = (90^\circ - i_B) = 33.69^\circ$ 。

因为以布儒斯特角入射,  $i_1 + i_2 = 90^\circ$ ,  $\sin(i_1 + i_2) = 1$ ,  $\text{tg}(i_1 + i_2) = \infty$ , 所以菲涅耳公式简化为

$$r_s = -\sin(i_1 - i_2), \quad r_p = 0;$$

$$t_s = 2\sin i_2 \cdot \cos i_1, \quad t_p = \frac{2\sin i_2 \cdot \cos i_1}{\cos(i_1 - i_2)}$$

由 $R = r^2$ , 将 $i_1 = 56.31^\circ$ ,  $i_2 = 33.69^\circ$ 代入以上各式, 得

$$(1) R_s = r_s^2 = [-\sin(56.31^\circ - 33.69^\circ)]^2 = 15\%$$

$$R_p = r_p^2 = 0$$

$$(2) T_s = 1 - R_s = 1 - 15\% = 85\%$$

$$T_p = 1 - R_p = 1 - 0 = 100\%$$

(3) 利用110题的结果并将 $n_1 = 1$ ,  $n_2 = 1.5$ 代入,

得

$$P = \frac{(n_1^2 - n_2^2)^2}{(n_1^2 + n_2^2)^2 + 4n_1^2 n_2^2}$$

$$= \frac{(1^2 - 1.5^2)^2}{(1^2 + 1.5^2)^2 + 4 \times 1^2 \times 1.5^2} = 0.08$$

112. 线偏振光的振动面与入射面的夹角称为振动的方位角。已知入射线偏振光的方位角为  $\alpha$ ，试证

$$R = R_p \cos^2 \alpha + R_s \sin^2 \alpha$$

$$T = T_p \cos^2 \alpha + T_s \sin^2 \alpha$$

证 总能流反射率为

$$R = \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_{1p} + W'_{1s}}{W_1} = \frac{R_p W_{1p} + R_s W_{1s}}{W_1}$$

由马吕定律

$$I_{1p} = I_1 \cos^2 \alpha,$$

$$W_{1p} = W_1 \cos^2 \alpha$$

$$I_{1s} = I_1 \sin^2 \alpha,$$

$$W_{1s} = W_1 \sin^2 \alpha$$

得 
$$R = \frac{R_p W_1 \cos^2 \alpha + R_s W_1 \sin^2 \alpha}{W_1} = R_p \cos^2 \alpha + R_s \sin^2 \alpha$$

同理可得

$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{W_{2p} + W_{2s}}{W_1} = \frac{T_p W_{1p} + T_s W_{1s}}{W_1}$$

$$= \frac{T_p W_1 \cos^2 \alpha + T_s W_1 \sin^2 \alpha}{W_1} = T_p \cos^2 \alpha + T_s \sin^2 \alpha$$

113. 设分别以自然光和圆偏振光入射，求  $R$  与  $R_s$ 、 $R_p$  及  $T$  与  $T_s$ 、 $T_p$  的关系。

解：以自然光入射，有  $W_{1p} = W_{1s} = \frac{1}{2}W_1$

则 
$$R = \frac{W'_1}{W_1} = \frac{W'_{1p} + W'_{1s}}{W_1} = \frac{W'_{1p}}{W_1} + \frac{W'_{1s}}{W_1} = \frac{W'_{1p}}{2W_{1p}} + \frac{W'_{1s}}{2W_{1s}}$$

$$= \frac{1}{2} (R_p + R_s)$$

同理 
$$T = \frac{W_2}{W_1} = \frac{W_{2p} + W_{2s}}{W_1} = \frac{W_{2p}}{2W_{1p}} + \frac{W_{2s}}{2W_{1s}}$$

$$= \frac{1}{2} (T_p + T_s)$$

以圆偏振光入射，也有  $W_{1p} = W_{1s} = \frac{1}{2}W_1$ ，同理可推得

$$R = \frac{1}{2} (R_p + R_s), \quad T = \frac{1}{2} (T_p + T_s)$$

#### 114. 试由菲涅耳公式导出斯托克斯公式。

解：由菲涅耳公式，有

$$r_p = \frac{\operatorname{tg}(i_1 - i_2)}{\operatorname{tg}(i_1 + i_2)} \quad \text{及} \quad r_s = \frac{-\sin(i_1 - i_2)}{\sin(i_1 + i_2)}$$

在上述两式中，令  $i_1 = i_2$ ， $i_2 = i_1$ ，即得  $r'_p$  及  $r'_s$ ，即

$$r'_p = \frac{\operatorname{tg}(i_2 - i_1)}{\operatorname{tg}(i_2 + i_1)} = -r_p \quad (1)$$

$$r'_s = \frac{-\sin(i_2 - i_1)}{\sin(i_2 + i_1)} = -r_s \quad (2)$$

由菲涅耳公式，有

$$t_p = \frac{2\cos i_1 \cdot \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2) \cdot \cos(i_1 - i_2)} \quad \text{及} \quad t_s = \frac{2\cos i_1 \cdot \sin i_2}{\sin(i_1 + i_2)}$$

在上述两式中，令  $i_1 = i_2$ ,  $i_2 = i_1$  可得  $t'_p$  及  $t'_s$ ，即

$$t'_p = \frac{2\cos i_2 \cdot \sin i_1}{\sin(i_2 + i_1) \cdot \cos(i_2 - i_1)} \quad \text{及} \quad t'_s = \frac{2\cos i_2 \cdot \sin i_1}{\sin(i_2 + i_1)}$$

于是

$$t_p t'_p = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos i_2}{\cos i_1} \cdot t_p^2 \quad (3)$$

$$t_s t'_s = \frac{n_2}{n_1} \cdot \frac{\cos i_2}{\cos i_1} \cdot t_s^2 \quad (4)$$

由能量守恒关系

$$r^2 + \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t^2 = 1$$

$$\text{即} \quad r_p^2 + \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t_p^2 = 1 \quad (5)$$

$$r_s^2 + \frac{n_2 \cos i_2}{n_1 \cos i_1} t_s^2 = 1 \quad (6)$$

将 (3)、(4) 式分别代入 (5)、(6) 式，得

$$r_p^2 + t_p t'_p = 1 \quad (7)$$

$$r_s^2 + t_s t'_s = 1 \quad (8)$$

(1)、(2)、(7)、(8) 式即为斯托克斯公式。

115. 一光学系统由两枚分离的透镜组成，透镜的折射率分别为 1.5 和 1.7。求此系统在光束接近正入射情况下反射光能的损失。如透镜表面镀上增透膜使表面反射率降为 1%，问此系统的反射光能损失又是多少？

解：两个透镜共四个反射面，其反射率为

$$R = \left( \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} \right)^2$$

对于第一面， $n_1 = 1$ ， $n_2 = 1.5$ ，有 $R_1 = 0.04$ ；对于第二面，其 $n_1 = 1.5$ ， $n_2 = 1$ ，有 $R_2 = 0.04$ ；对于第三面，其 $n_1 = 1$ ， $n_2 = 1.7$ ，有 $R_3 = 0.067$ ；而对于第四面，其 $n_1 = 1.7$ ， $n_2 = 1$ ，有 $R_4 = 0.067$ 。则透过光能的百分比为

$$T = (1 - R_1)(1 - R_2)(1 - R_3)(1 - R_4)$$

将 $R_1 = R_2 = 0.04$ ， $R_3 = R_4 = 0.067$ 代入，得

$$T = (1 - 0.04)^2 (1 - 0.067)^2 = 80\%$$

故反射光能损失为

$$1 - T = 1 - 80\% = 20\%$$

若使四个表面上的反射率降为1%，即使

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R = 0.01$$

则  $T = (1 - R)^4 = (1 - 0.01)^4 = 96\%$

故此时反射光能损失为

$$1 - 96\% = 4\%$$

## 五、光的干涉

超星阅读器提醒您：  
使用本文制品  
请尊重相关知识产权！

116. 两列振幅相等的相干波发生相长干涉时，其强度是每列波单独产生的4倍，这与能量守恒定律是否有矛盾？

答：干涉合光强  $I = A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\delta$ 。若  $A_1 = A_2 = A$ ，在干涉相长、即满足  $\delta = 2k\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 的那些位置时， $I = I_M = 4A^2$ ，即亮纹处，合光强是两列波单独产生的光强  $A^2$  的4倍，这似乎与能量守恒定律相矛盾。但是，在干涉相消、即满足  $\delta = (2k+1)\pi$  ( $k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ ) 那些点， $I = I_m = 0$ ，即暗纹处两光波能量之和变为零。实际上，干涉场中总能量并没有变，亮纹、暗纹处能量的平均值为  $\bar{I} = \frac{I_M + I_m}{2} = 2A^2$ ，等于两列波单独

传播的光强之和。这表明，干涉使光场中能量发生了重新分布，亮纹处能量的增多是以暗纹处能量的减少为代价的，总能量仍然守恒。

117. 试列举出一种不产生明暗相间条纹的光的干涉现象。

答：光的干涉合光强由相干光的光程差  $\Delta$  决定，而干涉图样是等光程差的轨迹。若干涉场中各处  $\Delta$  值不同，则出现明暗相间的干涉图样，若干涉场中各处  $\Delta$  一样，整个视场中光强呈均匀分布，没有条纹出现。例如在薄膜干涉中，

$\Delta = 2nh\cos i' - \frac{\lambda}{2}$ 。若以平行白光照在一个厚度处处相等的

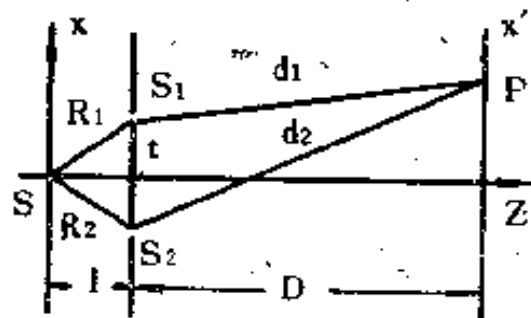
平面薄膜上时，由于 $n$ 、 $h$ 、 $i'$ 一定， $\Delta$ 仅由波长 $\lambda$ 决定。若白光中某一波长恰满足干涉相长，则整个平面薄膜就均匀地呈现出这种波长的光的颜色。虽然薄膜上无条纹，但这仍是光的干涉现象。

118. 在杨氏双缝干涉实验装置中作如下几种改变，试简单描述屏上的干涉条纹将会怎样变化？假定光源是单色缝光源。

(1) 将光源向上或向下平移；(2) 将光源缝向双缝移近；(3) 观察屏移离双缝；(4) 双缝间距加倍；(5) 将整个装置放入水中；(6) 光源缝慢慢地张开；(7) 换用两个独立光源，使其分别照明双缝之一。

答：双缝干涉装置如图所示。

(1) 光源平移与条纹平移的关系为  $R_2 - R_1 = d_1 - d_2$ 。当光源 $S$ 向上平移时， $R_1 < R_2$ ，则  $d_1 > d_2$ ，即条纹向下平移；同理，当光源下移，则条纹向上平移。



(2) 这时 $l$ 值减小。由于光源的临界宽度  $b = \frac{l}{t}\lambda$ ， $l$ 减小， $b$ 随之减小。而光源缝 $S$ 的宽度却没变，所以屏上条纹的可见度下降。

(3) 这是使 $D$ 值增大。因为条纹间距  $\Delta x = \frac{D}{t}\lambda$ 。 $D$ 增大

将使条纹间距 $\Delta x$ 变大。

(4) 这是使 $t$ 增大。由 $\Delta x = \frac{D}{t}\lambda$ 可知，条纹间距 $\Delta x$ 会减小。又由 $b = \frac{l}{t}\lambda$ 可知，光源临界宽度 $b$ 也会减小，而光源缝 $S$ 的宽度却没变，所以屏上条纹可见度会下降。

(5) 由于光波在媒质中的波长 $\lambda' = \frac{\lambda}{n}$ ，装置放入水中后，条纹间距为 $\Delta x' = \frac{D}{t}\lambda' = \frac{D}{t}\frac{\lambda}{n} = \frac{\Delta x}{n}$ 。因为 $n > 1$ ，所以 $\Delta x' < \Delta x$ ，即条纹间距会变小。同时，在水中光源临界宽度 $b' = \frac{l}{t}\lambda' = \frac{b}{n} < b$ 。即光源的临界宽度变小，会使屏上条纹可见度下降。

(6) 这是使光源缝的宽度增大，屏上可见度会随之下落。

(7) 两个独立光源分别照明双缝，则从 $S_1$ 、 $S_2$ 发出的光波不是相干波，不产生干涉，屏上一片均匀亮度。

119. 在比累对切透镜干涉装置中，将光源置于透镜和它的物方焦点之间，接收屏上能否观察到干涉条纹？

答：当光源置于对切透镜和它的物方焦点之间时，有 $|s| < |f|$ 。由 $s' = \frac{sf'}{s+f'}$ 可知， $s' < 0$ ，即光源在透镜前方生成两个虚象。由于透镜的出射光线是发散的，两束发散光的交叠区仍有干涉条纹出现。

120. 试列举影响干涉条纹可见度的各种因素。

答：影响干涉条纹可见度 $\gamma$ 的主要因素是光的单色性和光源的宽度。光的单色性愈差或光源宽度愈大，干涉条纹可见度就愈小。另外，由光源临界宽度 $b = \frac{1}{t}\lambda$ 可知，当 $t$ 减小或 $t$ 增大或 $\lambda$ 增大时， $b$ 都会随之减小。这时若光源缝 $S$ 的宽度不变，则条纹可见度也会随之下降。从 $\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m}$ 还可看出，当 $I_m$  ( $I_m \neq 0$ ) 不变而 $I_M$ 减小时，干涉条纹可见度 $\gamma$ 也会下降。

121. 光的非单色性和光源的有限宽度对于干涉条纹可见度的影响有何不同？光的单色性可用哪三个等效物理量描述。

答：光的非单色性是指光源并非理想的单色光源，它发出的光波中含有不同波长成分。由于 $\Delta x = \frac{D}{t}\lambda$ ，因此不同波长的光各自形成一套间距不同的干涉条纹。而接收屏上的光强分布是各套干涉条纹产生的光强分布的非相干叠加，因各套亮纹的位置彼此不重合，非相干叠加的结果将使屏上条纹可见度下降。

光源的有限宽度是指光源并非理想的点光源，它具有一定的宽度，可视为若干点光源组成。每一个点光源在屏上产生一套干涉条纹，由于各点源位置不同，因而产生的各套干涉条纹之间彼此有一个平移，即各套亮纹的位置相互错开了。于是，各套干涉条纹光强分布的非相干叠加结果，将使屏上条纹可见度下降。

光的单色性可用相干时间 $\tau_c$ 、相干长度 $L_c$ 和频谱宽度

$\Delta\nu$  (或线宽 $\Delta\lambda$ ) 这三个等效的物理量描述。即光源的单色性愈好,  $L_0$ 和 $\tau_0$ 愈大,  $\Delta\nu$  (或 $\Delta\lambda$ ) 愈小。

122. 观察尖劈形肥皂液膜所生成的彩色条纹时, 为什么膜的上端的光泽变暗、彩色消失时, 预示着肥皂膜即将破裂?

答: 尖劈形肥皂膜产生的干涉属于等厚干涉, 其程差 $\Delta = 2nh - \frac{\lambda}{2}$ 。由于重力作用, 尖劈下方的膜将变厚, 上方的膜将变薄。当膜厚 $h \rightarrow 0$ 时,  $\Delta \rightarrow \frac{\lambda}{2}$ , 此程差满足干涉相

消, 所以膜变为暗黑色; 当 $h = 0$ 时, 膜就裂开了。这就是肥皂膜破裂前由彩色变为暗黑色的原因。

123. 在观察牛顿环干涉装置中, 用钠光或激光照明时, 能否观察到平凸透镜玻璃两表面所产生的等厚条纹?

答: 要保证干涉条纹的可见度, 两束相干光的最大光程差 $\Delta_M$ 必须小于光波的相干长度 $L_0$ 。在牛顿环中, 平凸透镜玻璃两表面间的厚度太大, 光经这两个表面反射后产生的光程差 $\Delta_M$ 比起薄膜产生的 $\Delta_M$ 就大多了。钠光是普通光源, 其相干长度不大。所以用钠光照明时, 光经透镜两表面反射后的 $\Delta_M > L_0$ , 不能观察到等厚干涉条纹。而激光的相干性极好, 用激光照明时, 可使 $\Delta_M < L_0$ , 因而可观察到等厚干涉条纹。

124. 入射角的微小变化, 对于很薄的膜的干涉条纹影响不大, 但对于厚膜的影响却很大, 为什么?

答: 在薄膜干涉中, 两束相干光的光程差 $\Delta = 2nh \cos i' - \frac{\lambda}{2} = 2h\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2}$ , 当薄膜和它周围的媒质一定

(即 $n, n_0$ 一定)时,  $\Delta$ 仅随入射角 $i$ 和膜厚 $h$ 而变。将上式两端微分得:  $d\Delta = 2\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} dh + \frac{h(-n_0^2 \sin 2i)}{\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}} di$ 。

其中入射角微小的变化 $di$ 对 $\Delta$ 的影响, 从式中第二项反映出来。对于很薄的膜,  $h$ 很小, 一般为 $10\lambda$ 量级, 此时 $di$ 前的因子就很小, 即第二项对 $d\Delta$ 亦即对于干涉条纹的影响不大; 但对于厚膜,  $di$ 前的因子增大了, 此时第二项对 $d\Delta$ , 即对于干涉条纹的影响就大得多。

125. 在观察凸透镜的凸面与平板玻璃相接触而产生的牛顿环时, 反射光所产生的干涉条纹与透射光所产生的干涉条纹强度的极大值是否相同? 为什么通常都用反射光观察?

答: 牛顿环干涉中, 反射光产生的干涉条纹与透射光产生的干涉条纹强度的极大值是不同的。因为两束反射相干光的振幅之和( $A_1r + A_2r$ )与两束透射相干光的振幅之和( $A_1t + A_2t$ )不相等。由于透镜玻璃的反射率一般较低(例如为4%), 一束光经其两表面多次反射和透射而形成的多束反射光和透射光中, 只有最初两束对干涉场有贡献, 其余的振幅太弱, 可忽略不计。最初两束反射光大小相近, 其光强为 $I_{1r} = 4\% I_0$ ,  $I_{2r} = 3.69\% I_0$ , 即 $A_{1r} \approx A_{2r}$ ; 但最初两束透射光强却相差较大,  $I_{1t} = 92.2\% I_0$ ,  $I_{2t} = 0.0147\% I_0$ , 即 $A_{1t} \gg A_{2t}$ (以上 $I_0$ 均为入射光强), 干涉相长后所得光强极大值 $I_M = (A_1 + A_2)^2$ , 而 $(A_{1r} + A_{2r})^2 \neq (A_{1t} + A_{2t})^2$ , 所以反射光和透射光产生的条纹强度极大值不同。由于条纹的可见度还可由两支相干光振幅比表示,  $\gamma = \frac{2(A_1/A_2)}{1 + (A_1/A_2)^2}$ 。对于反射光,  $A_1 \approx A_2$ , 其条

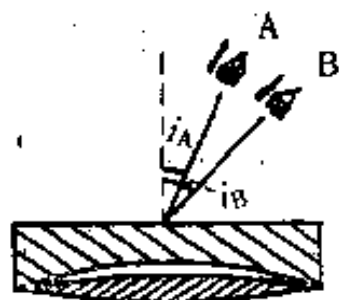
纹可见度 $\gamma \approx 1$ ，即可见度较好；而对于透射光， $A_1 \gg A_2$ ，其 $\gamma$ 值很小，甚至接近于零，条纹可见度差。因此，一般都用反射光观察。

126. 在光学冷加工车间中，为了检测透镜表面是否合格，常将样板（标准球面）紧贴在待测表面上，根据它们之间的空气层生成的光圈来作判断。如果我们注视着这些光圈，埋头时发现光圈向中心收缩，问应当进一步研磨透镜的边缘还是中央部分？为什么？

答：将样板紧贴于待测表面，若待测表面与样板间有偏差，则二者之间存在一空气膜，将产生等厚干涉环纹，这就是在样板上方看见的“光圈”。若埋头时，人眼从位置A变到位置B如图，

相当于光线倾角变大，即 $i_B > i_A$ 。对于某一级环纹 $k$ ，光程差满足

$$\Delta = 2nh\cos i' - \frac{\lambda}{2} = k\lambda。当 i(i')$$



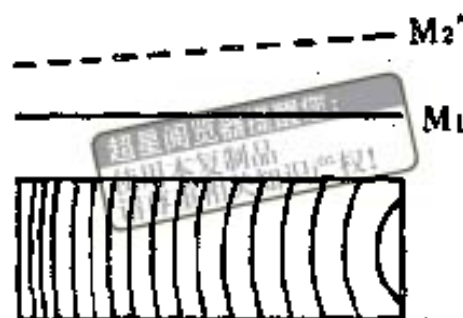
增大时， $\cos i'$ 减小。要使其程差仍为 $k\lambda$ ，环纹对应的膜厚 $h$ 必然应当增大，所以环纹应朝着空气膜厚度增加的方向移动。现观察到光圈向中心收缩，说明空气膜中心厚、边缘薄。由此可见，还应当继续研磨透镜的边缘部分。

127. 迈克耳孙干涉仪中，当 $M_1$ 与 $M_2'$ 不平行，且间距 $d$ 不太大时，我们将看到呈弧状的干涉条纹，试解释为什么条纹凸向 $M_1$ 与 $M_2'$ 间距较小的一端？

答：迈克耳孙干涉仪中，当 $M_1$ 与 $M_2'$ 不平行时， $M_1$ 与 $M_2'$ 构成的空气虚膜不是一个平行平面薄膜，当膜厚 $d$ 不是很大时，相当于一个尖劈形空气膜。在扩展光源照明下，将

形成等倾等厚混合型干涉条纹。

在视场中，干涉条纹呈弧形，如图。在等厚干涉中，膜厚 $d$ 较小的一端，对应的条纹级次 $k$ 较低；而在等倾干涉中，环纹级次分布是中心级次高，边缘级次低。也



就是在膜厚较小一端的条纹同时又应是等倾圆环的外环，所以条纹凸向 $M_1$ 与 $M_2'$ 间隔较小的一端。

128. 在杨氏实验装置中，两孔间的距离等于通过孔的光波长的100倍，接收屏与双孔屏相距50cm。求第1级和第3级亮纹在屏上的位置以及它们之间的距离。

解：已知  $t = 100\lambda$ ,  $D = 50\text{cm}$ , 由  $x_k = k \frac{D}{t} \lambda$ , 得

$$x_3 - x_1 = 3 \frac{D}{t} \lambda - 1 \cdot \frac{D}{t} \lambda = 2 \frac{D}{t} \lambda = 2 \times \frac{50}{100} \lambda = 1 (\text{cm}).$$

129. 在杨氏实验中双孔相距为5.0mm，孔与接收屏相距为1.0m。入射光中包含波长为480nm和600nm两种成分，因而看到屏上有两组干涉图样，试求这两种波长的第2级亮纹的距离。

解：已知  $t = 5 \text{ mm}$ ,  $D = 1000 \text{ mm}$ ,  $\lambda = 480 \text{ nm} = 4800 \times 10^{-7} \text{ mm}$ ,  $\lambda' = 600 \text{ nm} = 6000 \times 10^{-7} \text{ mm}$ , 由公式  $x_k = k \frac{D}{t} \lambda$ , 可得

$$x_2' - x_2 = 2 \frac{D}{t} (\lambda' - \lambda) = 2 \times \frac{10^3}{5} \times (6 \times 10^{-4} - 4.8 \times 10^{-4}) = 0.048 (\text{mm})$$

130. 设有两相干点光源 $S_1$ 、 $S_2$ 相距为 $t$ ，接收屏垂直于 $S_1S_2$ 连线放置，接收屏至 $S_1S_2$ 中点的距离为 $D$ ，且 $D \gg t$ 、 $x$ 。问在接收屏上生成的干涉图样是什么形状？并证明第 $k$ 级亮纹至屏中心的距离为

$$x = D \sqrt{2 \left( 1 - \frac{k\lambda}{t} \right)}$$

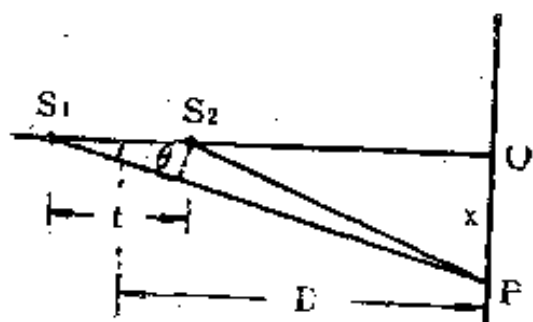
解：若 $S_1$ 、 $S_2$ 至干涉场中 $P$ 点的光程差为常数，则 $P$ 点的轨迹是以 $S_1$ 、 $S_2$ 为焦点， $S_1$ 、 $S_2$ 连线为轴线的旋转双曲面。垂直 $S_1S_2$ 连线放置的接收屏和这组双曲面的交线（即干涉图样）是以 $O$ 点为心的一组同心圆环。设在 $P$ 点生成第 $k$ 级极大，由图可见， $\Delta = S_1P - S_2P = t \cos \theta = k\lambda$ 。因为 $D \gg x$ 和 $t$ ，即 $\theta$ 角很小，有 $\cos \theta \approx 1 - \frac{\theta^2}{2}$ ，

则 
$$\Delta = t \left( 1 - \frac{\theta^2}{2} \right) = k\lambda$$

得 
$$\theta = \sqrt{2 \left( 1 - \frac{k\lambda}{t} \right)}$$

由 $\triangle S_1PO$ 可得， $\theta \approx \frac{x}{D}$

故 
$$x = D \theta = D \sqrt{2 \left( 1 - \frac{k\lambda}{t} \right)}$$



131. 在双缝干涉装置中，缝 $S_1$ 和 $S_2$ 后面分别放置透明的塑料薄片 $T_1$ 和 $T_2$ 。当二薄片插入后，屏上中央零级亮纹向下移至原先的第10级亮纹位置上。已知入射光波长为 $6000 \text{ \AA}$ ， $T_1$ 和 $T_2$ 的厚度均为 $300 \mu\text{m}$ ， $T_2$ 的折射率为1.52，求 $T_1$ 的折射率。

解：因零级条纹向下移至原10级亮纹处，说明 $n_2 > n_1$ 。  
 设 $T_2 = T_1 = T$ ，即有

$$\Delta = (n_2 - 1)T_2 - (n_1 - 1)T_1 = (n_2 - n_1)T$$

而条纹移动10条，即 $\Delta = 10\lambda$

故  $(n_2 - n_1)T = 10\lambda$

将 $n_2 = 1.52$ ， $T = 300 \times 10^{-6} \text{m}$ ， $\lambda = 6000 \times 10^{-10} \text{m}$ 代入，  
 得

$$n_1 = 1.50$$

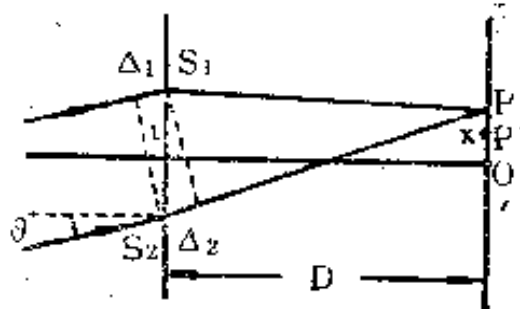
132. 波长为 $\lambda$ 的平行单色光以小倾角 $\theta$ 斜入射到间距为 $t$ 的双缝上，设接收屏到双缝距离为 $D$ 。(1) 求零级主极大的位置；(2) 假设在屏上到两缝的距离都相等的地方恰好出现暗条纹，倾角 $\theta$ 必须满足什么条件？

解：(1) 如图，平行光以倾角 $\theta$ 入射到双缝上，设在屏上距中心O点 $x$ 处的P点生成零级亮纹，则应有

$$\Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = 0 \quad (1)$$

由于 $\theta$ 很小，由图可见，

$$\Delta_1 = t \sin \theta \approx t\theta, \quad \text{而} \quad \Delta_2 = \frac{t}{D}x,$$



将 $\Delta_1$ 及 $\Delta_2$ 代入(1)式，可得

$$t\theta - \frac{t}{D}x = 0$$

即  $x = D\theta$

(2) 若要在屏上到两缝等距处 $P'$ 出现暗纹，则应有

$$\Delta_2 = 0 \quad \text{及} \quad \Delta = \Delta_1 - \Delta_2 = \left(k + \frac{1}{2}\right)\lambda$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

即  $t \sin \theta - 0 = (k + \frac{1}{2}) \lambda$

$\theta = \sin^{-1} [ (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{t} ]$

因  $\sin \theta \approx \theta$ , 有  $\theta = (k + \frac{1}{2}) \frac{\lambda}{t}$

所以, 当  $k = 0, 1, 2, \dots$  时

$\theta_1 = \frac{\lambda}{2t}, \theta_2 = \frac{3\lambda}{2t}, \theta_3 = \frac{5\lambda}{2t}, \dots$

133. 波长  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$  的单色平行光正入射到双孔平面上, 已知双孔间距  $t = 0.5 \text{mm}$ , 在双孔屏另一侧  $5 \text{cm}$  处放置一枚象方焦距  $f' = 5 \text{cm}$  的理想薄透镜  $L$ , 并在  $L$  的象方焦平面处放置接收屏, 求: (1) 干涉条纹间距等于多少? (2) 将透镜往左移近双孔  $2 \text{cm}$ , 接收屏上干涉条纹间距又等于多少?

解 (1) 由题意, 从透镜出来的两束平行光, 将发生干涉, 其条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2 \sin \theta}$$

将  $\lambda = 0.5 \mu\text{m}$ ,  $\sin \theta = \frac{t/2}{f'} = \frac{0.25}{50} = 0.005$  代入上式, 得

$$\Delta x = \frac{0.5}{2 \times 0.005} = 50 (\mu\text{m})$$

(2) 若将透镜向左移近双孔  $2 \text{cm}$ , 此时不再是平行光干涉。  $S_1, S_2$  经  $L$  生成两个象  $S_1', S_2'$ , 它们构成一对相干光源。由高斯公式, 并将  $s = -3 \text{cm}$ ,  $f' = 5 \text{cm}$  代入可得

$$s' = -7.5 \text{ (cm)}$$

又由 
$$\beta = \frac{s'}{s} = \frac{-7.5}{-3} = 2.5$$

所以 
$$t' = S_1'S_2' = \beta t = 2.5 \times 0.5 = 1.25 \text{ (mm)}$$

$$D' = |s'| + 2 + 5 = 7.5 + 2 + 5 = 14.5 \text{ (cm)}$$

于是 
$$\Delta x' = \frac{D'}{t'} \lambda = \frac{14.5}{1.25} \times 5 \times 10^{-4} = 5.8 \times 10^{-2} \text{ (mm)}$$

134. 在杨氏双缝实验中，除了原有的光源缝S外，再在S的正上方开一狭缝S'，如图。(1)若使  $S'S_2 - S'S_1 = \frac{\lambda}{2}$ ，

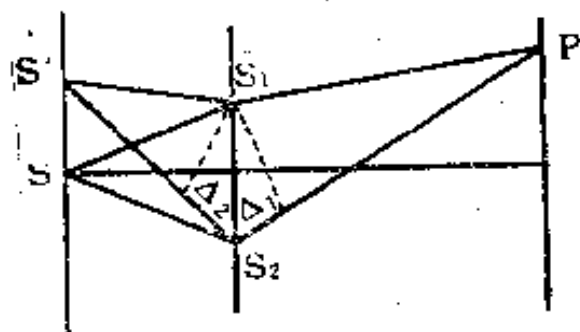
试求单独打开S或S'及同时打开S和S'时屏上的光强分布；

(2)若  $S'S_2 - S'S_1 = \lambda$ ，S'和S同时打开时，屏上的光强分布如何？

解：(1)单开S缝，此情形与一般双缝相同，其光强分布为

$$I_1 = 4 A^2 \cos^2 \left( \frac{\delta_1}{2} \right)$$

其中  $\delta_1 = \frac{2\pi}{\lambda} (S_2P - S_1P)$ 。



单开S'缝，此时零级亮纹  $P_0$  向下移动，由于  $\Delta_s = \frac{\lambda}{2}$ ，

所以  $P_0$  移动距离为  $\frac{1}{2} \Delta x$ ，即向下移至第一个暗纹上，其光

强分布为

$$I_2 = 4 A^2 \sin^2 \left( \frac{\delta_1}{2} \right)$$

同时打开S和S<sub>2</sub>，由于S<sub>1</sub>'缝、S<sub>2</sub>'缝各自产生的图样刚好错开 $\frac{\Delta x}{2}$ ，非相干叠加的结果为

$$I = I_1 + I_2 = 4A^2$$

整个屏幕的亮度均匀，其条纹可见度为零。

(2) 若 $\Delta_2 = \lambda$ ，则S和S<sub>1</sub>'单独开时，产生的图样彼此错开 $\Delta x$ ；而同时开S和S<sub>1</sub>'，两套图样非相干叠加，亮纹、暗纹重合，使亮纹强度增大，其光强分布为

$$I = 8A^2 \cos^2 \left( \frac{\delta_1}{2} \right)$$

135. 在杨氏双孔实验装置中，在光源孔S后插入一块偏振片P，其透振方向垂直图面，接收屏上干涉条纹可见度为1，若在S<sub>1</sub>和S<sub>2</sub>后分别插入两块偏振片P<sub>1</sub>和P<sub>2</sub>，P<sub>1</sub>和P的透振方向平行，P<sub>2</sub>的透振方向和它们夹角 $\theta$ ，求屏上干涉条纹的可见度。若将S后的偏振片去掉，可见度又为多少？

解：设从P透出的光振幅为 $A/\sqrt{2}$ ，则经P<sub>1</sub>后， $A_1 = A/\sqrt{2}$ ，经P<sub>2</sub>后 $A_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos \theta$ 。由于互成 $\theta$ 角的两束相干光的合光强为

$$I = [A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2 \cos \theta \cdot \cos \delta]^*$$

$$= \left[ \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{A \cos \theta}{\sqrt{2}} \right)^2 + 2 \frac{A}{\sqrt{2}} \cdot \frac{A \cos \theta}{\sqrt{2}} \cdot \cos \theta \cdot \cos \delta \right]$$

当 $\cos \delta = +1$ 时，得

\*注：参见郭永康、鲍培帝编写《光学教程》(5.1—7)式

$$I_M = \frac{1}{2} A^2 (1 + \cos^2 \theta + 2 \cos^2 \theta)$$

当  $\cos \delta = -1$  时, 得

$$I_m = \frac{1}{2} A^2 (1 + \cos^2 \theta - 2 \cos^2 \theta)$$

则其可见度为

$$V = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{\frac{1}{2} A^2 \cdot 4 \cos^2 \theta}{A^2 (1 + \cos^2 \theta)} = \frac{2 \cos^2 \theta}{1 + \cos^2 \theta}$$

若将P取走, 则  $A_1 = \frac{A}{\sqrt{2}}$ , 如图; 自然光分解出的两个相互垂直振动在  $P_2$  上的分量各为  $A_2 = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos \theta$ ,  $A_2' = \frac{A}{\sqrt{2}} \sin \theta$ 。因为振幅为  $A_1$  和  $A_2$  的分量是相干光, 它们与振幅为  $A_2'$  的分量无固定位相关系, 即, 它们与  $A_2'$  不相干。所以合光强应是  $A_1$  与  $A_2$  的相干叠加结果再与  $A_2'$  进行非相干叠加, 即

$$I = \left[ \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \right)^2 + \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \cos \theta \right)^2 + 2 \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \right) \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \cos \theta \right) \cos \theta \cdot \cos \delta \right] + \left( \frac{A}{\sqrt{2}} \sin \theta \right)^2$$

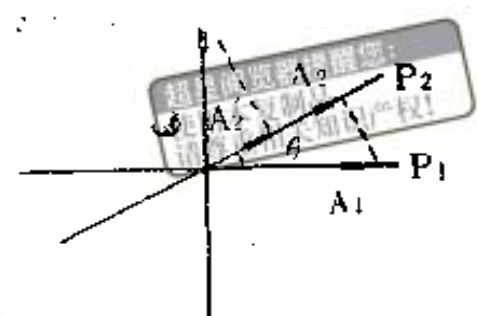
当  $\cos\delta = +1$  时, 得

$$I_M = A^2 (1 + \cos^2\theta)$$

当  $\cos\delta = -1$  时, 得

$$I_m = A^2 (1 - \cos^2\theta)$$

所以 
$$\gamma = \frac{I_M - I_m}{I_M + I_m} = \frac{2A^2 \cos^2\theta}{2A^2} = \cos^2\theta$$



136. 设菲涅耳双面镜的夹角为  $15'$ , 缝光源距双面镜交线  $10\text{cm}$ , 接收屏与光源经双面镜所成的两个虚象连线平行, 屏与双面镜交线距离为  $210\text{cm}$ , 光波长为  $6000\text{\AA}$ , 求: (1) 干涉条纹间距为多少? (2) 在屏上最多能看到几条干涉条纹? (3) 如果光源到双镜距离增大一倍, 干涉条纹有什么变化? (4) 如果光源与双镜交线距离保持不变, 而在横向有所移动, 干涉条纹有什么变化? (5) 为保证屏上的干涉条纹有很好的可见度, 允许缝光源的最大宽度为多少?

解: (1) 将  $D_0 = 210\text{cm}$ ,  $r = 10\text{cm}$ ,  $\theta = 15' = 15 \times 2.909 \times 10^{-4}\text{rad}$ ,  $\lambda = 6000\text{\AA} = 6 \times 10^{-5}\text{cm}$  代入公式

$$\Delta x = \frac{D_0 + r}{2r\theta} \lambda$$

可得 
$$\Delta x = \frac{(210 + 10) \times 6 \times 10^{-5}}{2 \times 10 \times 15 \times 2.909 \times 10^{-4}} = 0.15 (\text{cm})$$
  

$$= 1.5 (\text{mm})$$

(2) 如图, 屏上相干光束交叠范围

$$BO = D_0 \cdot \text{tg}\theta = 210 \times \text{tg}15' = 9.24 (\text{mm})$$

故 
$$\frac{BO}{\Delta x} = \frac{9.24}{1.5} = 6.16$$

即，屏上在零级亮纹两侧可出现6个极大值，整个屏上能看到的亮纹数为

$$N = 1 + 6 \times 2 = 13 \text{ (条)}$$

(3) 将  $r' = 2r = 20\text{cm}$  及 (1) 题中各值代入  $\Delta x$  表示式，得

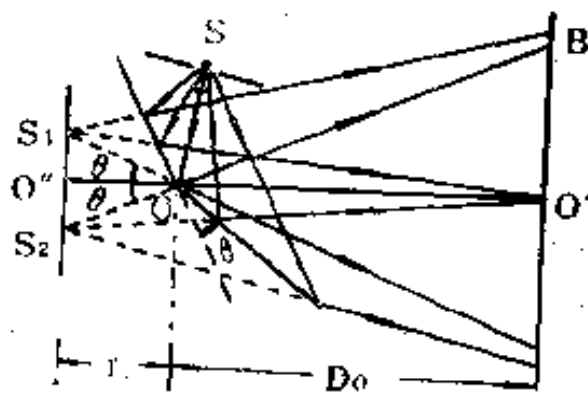
$$\Delta x' = \frac{D_0 + r'}{2r'\theta} \lambda = \frac{(210 + 20) \times 6 \times 10^{-6}}{2 \times 20 \times 1.5 \times 2.909 \times 10^{-4}}$$

$$= 0.79 \text{ (mm)}$$

于是  $\frac{BO}{\Delta x'} = \frac{9.24}{0.79} = 11.6$

故  $N' = 1 + 11 \times 2$   
 $= 23 \text{ (条)}$

(4) 若光源沿横向移动，则条纹上下移动。



(5) 由图可见， $\angle OS_1O' = \frac{\alpha}{2}$ ，其中  $\alpha$  为相干孔径角；

$\angle O'O'S_1 = \theta = \frac{\alpha}{2} + \angle S_1OO'$ ，而  $\angle S_1OO' = r\theta / (r + D_0)$ ，

即  $\alpha = 2(\theta - \angle S_1OO') = 2\left(\theta - \frac{r\theta}{D_0 + r}\right) = \frac{2D_0\theta}{D_0 + r}$

故缝光源的临界宽度为

$$b = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{D_0 + r}{2D_0\theta} \lambda = \frac{(210 + 10) \times 6 \times 10^{-6}}{2 \times 210 \times 15 \times 2.909 \times 10^{-4}}$$

$$= 0.072 \text{ (mm)}$$

137. 用波长  $\lambda = 0.5\mu\text{m}$  的单色平行光垂直入射到菲涅耳双棱镜上，棱镜由  $n = 1.5$  的玻璃制成。已经测得干涉条纹间

距为0.5mm，且前后移动接收屏位置时条纹间距不变。试求双棱镜的棱角。

解：平行光经双棱镜后，变为二束与光轴夹角均为 $\theta = \delta = (n-1)\alpha$ 的平行光。

$$\text{由 } \Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{\lambda}{2\sin(n-1)\alpha} \approx \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha}$$

$$\begin{aligned} \text{得 } \alpha &= \frac{\lambda}{2(n-1)\Delta x} = \frac{0.5}{2(1.5-1) \times 0.5 \times 10^{-3}} \\ &= 10^{-3} \text{ (rad)} \end{aligned}$$

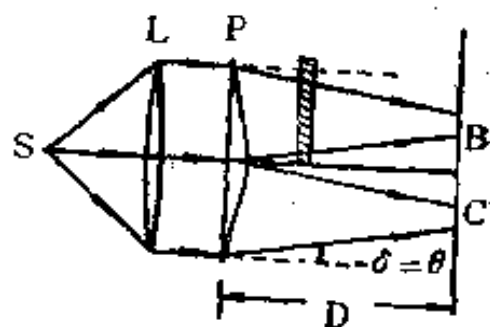
138. 一点光源置于薄透镜的焦点上，如图。薄透镜后放一双棱镜，设双棱镜的顶角为 $3'30''$ ，折射率为1.5，屏与棱镜相距5m，光波长为 $5000\text{ \AA}$ 。求：(1) 屏上干涉条纹的间距是多少？(2) 屏上能出现多少条纹？(3) 若在双棱镜后的上半部分插入一块极薄的玻璃片，屏上干涉条纹有什么变化？(4) 若准单色光的相干长度为1cm，玻璃片的折射率为1.5，当玻璃片至少为多厚时，屏上中央处干涉现象完全消失？

解：(1) 如图，经L出射的平行光再经双棱镜P偏折对称地斜入射到接收屏上。设棱镜顶角为 $\alpha$ ，由于 $\alpha$ 角很小，所以其偏向角为

$$\delta = (n-1)\alpha$$

于是两束平行光干涉的条纹间距为

$$\Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\theta} = \frac{\lambda}{2(n-1)\alpha}$$



将 $\lambda = 5000\text{ \AA} = 5 \times 10^{-4}\text{ mm}$ ， $n = 1.5$ ， $\alpha = 3'30'' = 3.5 \times$

$0.29 \times 10^{-3} \text{ rad}$  代入, 得

$$\Delta x = \frac{5 \times 10^{-4}}{2(1.5 - 1) \times 3.5 \times 0.29 \times 10^{-3}} = 0.49 \text{ (mm)}$$

(2) 接收屏上相干光交叠区宽度为

$$\begin{aligned} BC &= 2\theta \cdot D = 2(n - 1)\alpha \cdot D \\ &= 2(1.5 - 1) \times 0.29 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^3 \\ &= 5.1 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

$$\frac{BC}{\Delta x} = 10.4$$

故屏上出现的条纹数最多为  $N = 11$  条

(3) 设插入玻片的厚度为  $d$ , 折射率为  $n$ 。因玻片的插入, 其光程增加了  $\Delta = (n - 1)d$ , 因而干涉图样向上平移。

(4) 当增加的光程  $\Delta$  刚好等于光波的相干长度  $L_0$  时, 屏上干涉条纹消失, 即有  $(n - 1)d = L_0$ , 所以

$$d = \frac{L_0}{(n - 1)} = \frac{1}{1.5 - 1} = 2 \text{ (cm)}$$

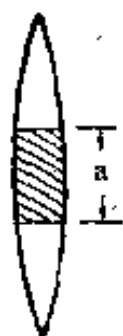
139. 将焦距  $f' = 25 \text{ cm}$  的薄透镜切去宽为  $a$  的中央部分, 再将两半贴合。如图 (a) 所示, 在透镜的一侧放置波长为  $6000 \text{ \AA}$  的单色点光源, 在另一侧放置接收屏观察干涉条纹, 测得屏上两相邻亮纹间的距离为  $\Delta x = 0.25 \text{ mm}$ , 且当屏移远或移近时,  $\Delta x$  不变。试求: (1) 切去的宽度  $a$  为多少? (2) 若透镜直径为  $d = 5 \text{ cm}$ , 屏移到何处时干涉条纹数最大? 此最大条纹数是多少? (3) 屏移到何处时干涉条纹消失?

解: (1) 由题意, 可以判断这是平行光产生的干涉

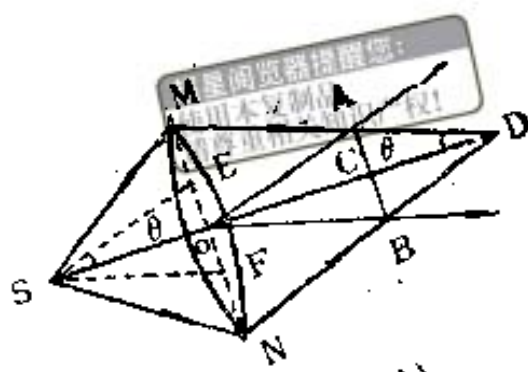
场，且点光源S位于透镜的物方焦点上。

$$\text{由 } \Delta x = \frac{\lambda}{2\sin\theta}$$

$$\text{得 } \sin\theta = \frac{\lambda}{2\Delta x}$$



(a)



(b)

将  $\Delta x = 0.25\text{mm}$ ,  $\lambda = 6 \times 10^{-4}\text{mm}$  代入，得

$$\sin\theta = \frac{6 \times 10^{-4}}{2 \times 0.25} = 1.2 \times 10^{-3} \text{ (rad)}$$

从图(b)可见， $EF = a$ ，在  $\triangle SOE$  中， $\frac{a}{2} = \overline{SO} \cdot \sin\theta$

$= f' \sin\theta$ ，即  $a = 2f' \sin\theta$ ，将  $f' = 250\text{mm}$ ,  $\sin\theta = 1.2 \times 10^{-3}$  代入，得

$$a = 2 \times 250 \times 1.2 \times 10^{-3} = 0.6 \text{ (mm)}$$

(2) 如图(b)，相干光束交叠区域为菱形AOBD范围，由  $\triangle MOD$  可得

$$\overline{OD} = \frac{\overline{MO}}{\sin\theta} = \frac{d/2}{\sin\theta} = \frac{25}{1.2 \times 10^{-3}} = 20.8 \text{ (m)}$$

当屏移至AB位置，与透镜距离  $\overline{OC} = \frac{\overline{OD}}{2} = 10.4 \text{ (m)}$

时，干涉条纹数最多，其最大条纹数为

$$\begin{aligned} N &= \frac{\overline{AB}}{\Delta x} = \frac{2 \cdot \overline{AC}}{\Delta x} = \frac{2 \cdot \overline{OC} \cdot \text{tg}\theta}{\Delta x} \approx \frac{\overline{OD} \cdot \sin\theta}{\Delta x} \\ &= \frac{2.08 \times 10^4 \times 1.2 \times 10^{-3}}{0.25} \approx 100 \text{ (条)} \end{aligned}$$

(3) 当屏移至D点时, 即与透镜距离  $\overline{OD} = 20.8\text{m}$  时, 干涉条纹消失。

140. 由两个相干点光源  $S_1$  和  $S_2$  在屏上生成干涉条纹, 屏与  $S_1S_2$  相距  $2\text{m}$ , 若在光源和屏之间置一焦距为  $25\text{cm}$  的凸透镜  $L$ , 且  $S_1$  和  $S_2$  在  $L$  的焦平面上。求干涉条纹的间距将变化多少倍?

解: 未置透镜前, 是杨氏双孔干涉, 其干涉条纹间距为

$$\Delta x_1 = \frac{D}{t} \lambda = \frac{2\lambda}{t}$$

放置透镜后, 是平行光干涉, 其干涉条纹间距

$$\Delta x_2 = \frac{\lambda}{2 \sin\left(\frac{t/2}{f}\right)} \approx \frac{\lambda}{2\left(\frac{t/2}{f}\right)} = \frac{f\lambda}{t} = \frac{0.25\lambda}{t}$$

故 
$$\frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} = \frac{0.25}{2} = \frac{1}{8}$$

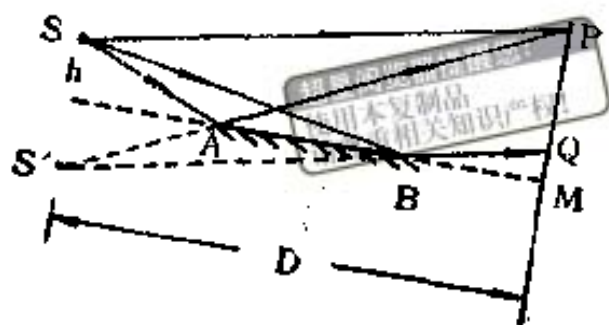
即条纹间距将缩为未放置透镜时的  $1/8$ 。

141. 在洛埃镜实验中, 光源到观察屏的垂直距离为  $1.5\text{m}$ , 光源到洛埃镜面的垂直距离为  $2\text{mm}$ , 洛埃镜长  $40\text{cm}$ , 置于光源和屏之间的中央。(1) 确定屏上可以看见条纹区域的大小; (2) 若光波波长  $\lambda = 500\text{nm}$ , 条纹间距是多少? (3) 若将光源向上平移  $1\text{mm}$ , 条纹间距又是多少?

解: (1) 从图中可见, 二相干光交迭区域为  $PQ$ ,  $PQ = PM - QM$ 。已知  $D = 1.5\text{m}$ ,  $AB = l = 0.4\text{m}$ ,  $h = 0.02\text{m}$ , 在  $\triangle PAM$  中

$$PM = \left( \frac{D}{2} + \frac{l}{2} \right) \cdot \frac{h}{\left( \frac{D}{2} - \frac{l}{2} \right)}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1.5 + 0.4}{2} \\
 &\times \frac{0.02}{\frac{1.5 - 0.4}{2}} \\
 &= 0.00345 \text{ (m)}
 \end{aligned}$$



在 $\triangle QBM$ 中

$$\begin{aligned}
 QM &= \left( \frac{D}{2} - \frac{l}{2} \right) \cdot \frac{h}{\left( \frac{D}{2} + \frac{l}{2} \right)} \\
 &= 0.00116 \text{ (m)}
 \end{aligned}$$

所以，屏上可以看见条纹的区域为

$$PQ = PM - QM = 0.00345 - 0.00116 = 2.29 \times 10^{-3} \text{ (m)}$$

(2) 由条纹间距公式可得

$$\Delta x = \frac{D}{2h} \lambda = \frac{1.5 \times 500 \times 10^{-9}}{2 \times 0.002} = 1.9 \times 10^{-4} \text{ (m)}$$

(3) 将点光源S向上平移1mm,  $h' = 0.003\text{m}$ , 则

$$\Delta x' = \frac{D}{2h'} \lambda = \frac{1.5 \times 500 \times 10^{-9}}{2 \times 0.003} = 1.25 \times 10^{-4} \text{ (m)}$$

142. 在比累对切透镜干涉装置中, 透镜焦距  $f' = 10\text{cm}$ , 两半拉开的距离为  $1\text{mm}$ , 若光源缝离透镜  $20\text{cm}$ , 波长为  $5000\text{Å}$ , 接收屏离透镜  $450\text{cm}$ . 问: (1) 屏上干涉条纹的间距是多少? (2) 干涉条纹恰好消失时, 光源缝的临界宽度是多少?

解: (1) S经对切透镜生成的两个实象  $S_1'$  和  $S_2'$  是一

对相干光源, 它们距透镜的距离可由透镜成象公式  $\frac{1}{s'} - \frac{1}{s}$

$= \frac{1}{f'}$  求出, 将  $s = -20\text{cm}$ ,  $f' = 10\text{cm}$  代入, 可得  $s' = -20\text{cm}$ 。

$S'_1$ 、 $S'_2$  距光轴高为

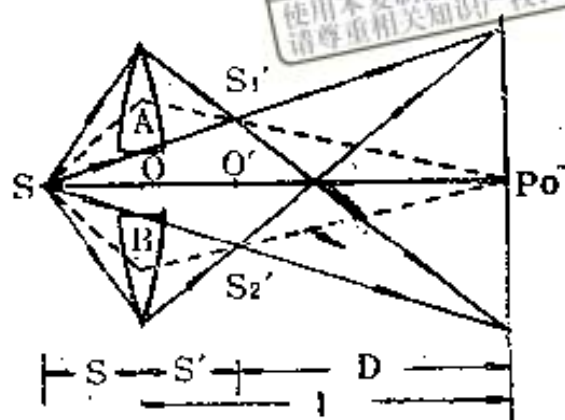
$$|y'| = |\beta y| = \left| \frac{s'}{s} y \right|$$

$$= 0.5 (\text{mm})$$

故二相干光源的距离为

$$t' = 2y' + d$$

$$= 2 \times 0.5 + 1 = 2 (\text{mm})$$



将  $D = (l - s') = (450 - 20)\text{cm}$ ,  $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$  代入条纹间距公式, 得

$$\Delta x = \frac{D}{t} \lambda = \frac{4300 \times 5 \times 10^{-4}}{2} = 1.08 (\text{mm})$$

(2) 干涉孔径角  $\alpha$  为到达干涉场中某点  $P_0$  的两支相干光从实际光源发出时的夹角。由图可见,  $\alpha = 2\angle ASO \approx 2 \frac{AO}{SO}$ 。因为  $\triangle AOP_0 \sim \triangle S'_1O'P_0$ , 则

$$AO = \frac{P_0O}{P_0O'} \times S'_1O' = \frac{l}{D} \times \frac{1}{2} t' = \frac{450}{450 - 20} \times 0.1$$

$$= 0.105 (\text{cm})$$

故  $\alpha = 2 \times \frac{AO}{SO} = 2 \times \frac{0.105}{20} = 0.0105 (\text{rad})$

所以, 光源的临界宽度为

$$b = \frac{\lambda}{\alpha} = \frac{5 \times 10^{-4}}{0.0105} = 4.76 \times 10^{-2} (\text{mm})$$

143. 用一个宽为  $0.1\text{mm}$  的缝作为杨氏双缝干涉实验的光

源，缝用波长为 $5000 \text{ \AA}$ 的单色光照明，设光源缝至双缝距离为 $0.5 \text{ m}$ ，试问恰能观察到干涉条纹时，两缝间最大距离是多少？

解：因为  $t = \frac{l}{b}\lambda$ ，将  $l = 5 \times 10^2 \text{ mm}$ ， $b = 0.1 \text{ mm}$ ，

$\lambda = 5000 \text{ \AA} = 5 \times 10^{-4} \text{ mm}$  代入，得

$$t = \frac{5 \times 10^2 \times 5 \times 10^{-4}}{0.1} = 2.5 (\text{ mm})$$

144. 波长为 $6328 \text{ \AA}$ 的He-Ne激光的谱线宽度 $\Delta\lambda = 2 \times 10^{-3} \text{ \AA}$ 。试计算它的频谱宽度 $\Delta\nu$ ，相干长度 $L_c$ ，相干时间 $\tau_c$ ，各为多少？

解：因为  $\Delta\nu = \frac{c}{\lambda^2} \Delta\lambda$

将  $c = 3 \times 10^{10} \text{ cm}$ ， $\lambda = 6.328 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ， $\Delta\lambda = 2 \times 10^{-3} \times 10^{-8} \text{ cm}$  代入，得

$$\Delta\nu = \frac{3 \times 10^{10} \times 2 \times 10^{-3} \times 10^{-8}}{(6.328 \times 10^{-5})^2} = 1.5 \times 10^8 (\text{ Hz})$$

相干长度为

$$L_c = \frac{\lambda^2}{\Delta\lambda} = \frac{(6.328 \times 10^{-5})^2}{2 \times 10^{-3} \times 10^{-8}} = 2.02 \times 10^2 (\text{ cm})$$

相干时间为

$$\frac{1}{\Delta\nu} = (1.5 \times 10^8)^{-1} = 6.7 \times 10^{-9} (\text{ s})$$

145. 在杨氏双缝实验装置中，双缝相距 $0.5 \text{ mm}$ ，接收屏距双缝 $1 \text{ m}$ ，点光源距双缝 $30 \text{ cm}$ ，它发射 $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ 的单

色光。试求：(1) 屏上干涉条纹间距；(2) 若点光源由轴上向下平移 2 mm，屏上干涉条纹向什么方向移动？移动多少距离？(3) 若点光源发出的光波为  $5000 \pm 25 \text{ \AA}$  范围内的准单色光，求屏上能看到的干涉极大的最高级次；(4) 若光源具有一定的宽度，屏上干涉条纹消失时，它的临界宽度是多少？

解：(1) 由  $\Delta x = \frac{D}{t} \lambda$ ，将  $t = 0.5 \text{ mm}$ ， $D = 10^3 \text{ mm}$ ， $\lambda = 5 \times 10^{-4} \text{ mm}$  代入，得

$$\Delta x = \frac{10^3 \times 5 \times 10^{-4}}{0.5} = 1 \text{ (mm)}$$

(2) 若将光源向下平移 2 mm，则干涉条纹向上移动，移动的距离为

$$\delta x' = \frac{D}{l} \delta x = \frac{10^3}{300} \times 2 = 6.67 \text{ (mm)}$$

(3) 设屏上能见到的干涉条纹的最高干涉级次为  $k$ ，因为能产生干涉的最大光程差必小于相干长度，即

$$k\lambda \leq L_0$$

将  $L_0 = \lambda^2 / \Delta\lambda$ ， $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ ， $\Delta\lambda = 50 \text{ \AA}$  代入上式，得

$$k \leq \frac{L_0}{\lambda} = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5000}{50} = 100$$

(4) 光源的临界宽度为

$$b = \frac{l}{t} \lambda = \frac{300}{0.5} \times 5 \times 10^{-4} = 0.3 \text{ (mm)}$$

146. 对于洛埃镜干涉实验，试证明光源的临界宽度  $b$  和干涉孔径角  $\alpha$  满足空间相干性反比公式

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识版权！

$$b\alpha = \lambda$$

证：如图，因为干涉孔径角是交于P'点的二相干光从实际光源S<sub>2</sub>发出时的张角，因此以P'为物，经系统后成象P'、P''，则

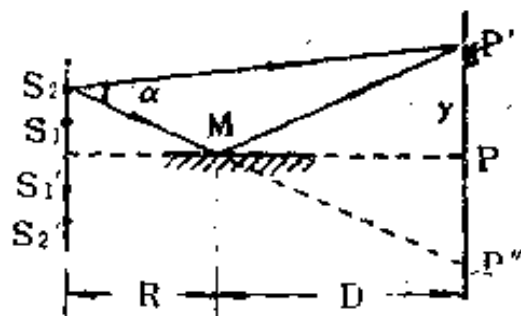
$$\alpha = \frac{P'P''}{(l+D)} = \frac{2y}{(R+D)}$$

而临界宽度是点光源S<sub>1</sub>移动  $\delta x = \frac{b}{2}$  到S<sub>2</sub>，使得两套干涉条

纹在P'点程差为  $\frac{\lambda}{2}$ 。对S<sub>1</sub>、S<sub>1</sub>'有

$$\Delta x_1 = \frac{R+D}{d} \cdot \lambda$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= k_1 \lambda = \frac{y}{\Delta x_1} \lambda \\ &= \frac{d \cdot y}{(R+D)} \end{aligned}$$



而对S<sub>2</sub>、S<sub>2</sub>'有

$$\Delta x_2 = \frac{R+D}{d+b} \cdot \lambda, \quad \Delta_2 = k_2 \lambda = \frac{y}{\Delta x_2} \lambda = \frac{d+b}{R+D} y$$

因为 
$$\Delta_2 - \Delta_1 = \frac{(d+b)y}{R+D} - \frac{d \cdot y}{R+D} = \frac{by}{R+D} = \frac{\lambda}{2}$$

所以 
$$b = \frac{R+D}{2y} \lambda$$

于是 
$$b\alpha = \frac{R+D}{2y} \cdot \lambda \cdot \frac{2y}{R+D} = \lambda$$

147. 两块20cm长的平晶一端接触，另一端夹一直径

0.05mm的细丝，其间形成空气劈。用 $\lambda = 6800\text{\AA}$ 的光垂直照射。问在整个玻板上可以看到多少亮纹？干涉条纹的间距是多少？

$$\text{解：由 } \Delta x = \frac{\lambda}{2n\theta} = \frac{\lambda}{2 \times 1 \times h/l} = \frac{\lambda l}{2h}$$

将 $l = 20\text{cm} = 200\text{mm}$ ， $h = 0.05\text{mm}$ ， $\lambda = 6.8 \times 10^{-4}\text{mm}$ 代入，得

$$\Delta x = \frac{200 \times 6.8 \times 10^{-4}}{2 \times 0.05} = 1.36 (\text{mm})$$

故平板上能看到的条纹数为

$$N = \frac{l}{\Delta x} = \frac{200}{1.36} = 147 (\text{条})$$

148. 在阳光照射下，沿着与肥皂膜法线成 $30^\circ$ 方向观察时，见膜呈绿色（ $\lambda = 5500\text{\AA}$ ），设肥皂液的折射率为1.33。求：（1）膜的最小厚度；（2）沿法线方向观察时是什么颜色？

解：（1）由 $2h\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ ，得

$$h = \frac{(k + \frac{1}{2})\lambda}{2\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}}$$

将 $n = 1.33$ ， $n_0 = 1$ ， $i = 30^\circ$ ， $\lambda = 5500\text{\AA}$ 代入上式并取 $k = 0$ 得最小厚度

$$h_m = 1115.7 (\text{\AA}) = 0.11157 (\mu\text{m})$$

（2）若 $i = 0^\circ$ ，由 $2h_m\sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i} - \frac{\lambda}{2} = k\lambda$ ，得

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识版权！

$$\lambda = \frac{2h_m \sqrt{n^2 - n_0^2 \sin^2 i}}{k + \frac{1}{2}}$$

将  $h_m = 0.11157 \mu\text{m}$ ,  $n = 1.33$ ,  $n_0 = 1$ ,  $i = 0^\circ$ ,  $k = 0$  代入，  
得  $\lambda = 5958 (\text{\AA})$   
呈黄色。

149. 将曲率半径为  $1 \text{ m}$  的薄凸透镜紧贴在平晶上，并用钠光 ( $\lambda = 5893 \text{\AA}$ ) 垂直照射，从反射光中观察牛顿环，然后在球面和平面之间的空气隙内充满四氯化碳液体 ( $n = 1.461$ )。试求充液前后第5暗环的半径之比，以及充液后第5暗环的半径等于多少？

解：若牛顿环中充以某种折射率为  $n$  的液体，则由其第  $k$  级暗环半径公式

$$r_{\text{暗}} = \sqrt{\frac{k\lambda R}{n}}$$

可知，充液前后第5级暗环半径之比为

$$\frac{r_5}{r_5'} = \frac{\sqrt{\frac{5\lambda R}{n}}}{\sqrt{\frac{5\lambda R}{1}}} = \sqrt{n} = \sqrt{1.461} = 1.21$$

充液后第5级暗环半径为

$$r_5' = \sqrt{\frac{5\lambda R}{n}} = \sqrt{\frac{5 \times 5893 \times 10^{-10} \times 1}{1.461}} = 1.42 (\text{mm})$$

150. 将一金属框放入肥皂液中浸一下，然后取出保持在垂直面内，由于重力的作用形成一劈形薄膜。用氩离子激光 ( $\lambda = 514.53 \text{ nm}$ ) 近似垂直照射，每厘米内可观察到12根条纹，求肥皂膜的顶角。

解：由  $\theta = \frac{\lambda}{2n\Delta x}$ ，将  $\lambda = 514.53\text{nm} = 5.1453$

$\times 10^{-5}\text{cm}$ ， $n = 1.33$ ， $\Delta x = \frac{1}{12}\text{cm}$  代入，得

$$\theta = \frac{5.1453 \times 10^{-5}}{2 \times 1.33 \times \frac{1}{12}} = 2.3 \times 10^{-4} (\text{rad})$$

151. 将一平晶放在一块待测玻璃板上，其一端垫以小纸片，使其间形成空气劈，若玻璃板表面有一半圆柱形凹槽，凹槽方向与空气劈棱垂直，用  $\lambda = 632.8\text{nm}$  的 He-Ne 激光垂直照射。问：(1) 反射光中观察到干涉图样形状如何？(2) 若表面凹槽引起的条纹的最大弯曲量为条纹间距的  $\frac{2}{5}$ ，凹槽的深度是多少？

解：(1) 相应位置空气膜厚度增加，所以该处条纹将趋向劈棱移动。

(2) 因为条纹每移动  $\Delta l$ ，厚度改变  $\Delta h = \frac{\lambda}{2}$ 。

这里条纹移动  $\frac{2}{5}\Delta l$ ，则  $\Delta h$  满足

$$\frac{\Delta l}{\frac{2}{5}\Delta l} = \frac{\lambda/2}{\Delta h}$$

得  $\Delta h = \frac{1}{5}\lambda = 6328 \text{ \AA} / 5 = 1266 \text{ \AA} = 126.6 (\text{nm})$

152. 将一个折射率  $n = 1.5$  的双凸透镜紧贴在一块平晶上，从钠光灯的反射光中观察牛顿环，测得从中心往外第一

暗环开始数起的第10暗环的半径 $r_1 = 2\text{ mm}$ ，再将透镜另一表面紧贴在平晶上，测得同级暗环的半径 $r_2 = 4\text{ mm}$ 。试求此薄透镜的焦距（钠光 $\lambda = 5893\text{ \AA}$ ）。

解：由牛顿环暗环公式  $r = \sqrt{k\lambda R}$  可知，对透镜上下表面，其半径分别为

$$R_1 = \frac{r_1^2}{10\lambda} \quad \text{及} \quad R_2 = \frac{r_2^2}{10\lambda}$$

由透镜制造者公式

$$f' = 1 / (n_0 - 1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$$

将  $R_1 = \frac{r_1^2}{10\lambda}$ ， $R_2 = \frac{r_2^2}{10\lambda}$ ， $n_0 = 1.5$ ， $\lambda = 5.893$

$\times 10^{-4}\text{ mm}$ ， $r_1 = 2\text{ mm}$ ， $r_2 = 4\text{ mm}$  代入，得

$$f' = 1.087 \times 10^8 \text{ (mm)}$$

153. 用彼此以凸面紧贴的两平凸透镜观察反射光所生成的牛顿环，两透镜的曲率半径分别为 $R_1$ 和 $R_2$ ，所用光波波长为 $\lambda$ ，求第 $k$ 级暗环的半径。若将曲率半径为 $R_1$ 的平凸透镜凸面放在曲率半径为 $R_2$ 的平凹透镜凹面上（ $R_2 > R_1$ ），第 $k$ 级暗环的半径又等于多少？

解：由图(a)可见， $h = h_1 + h_2$ ，而

$$h_1 = \frac{r^2}{2R_1}, \quad h_2 = \frac{r^2}{2R_2}$$

所以  $\Delta = 2h + \frac{\lambda}{2} = r^2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{\lambda}{2}$

当 $\Delta = \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda$ 时，得第 $k$ 级暗环

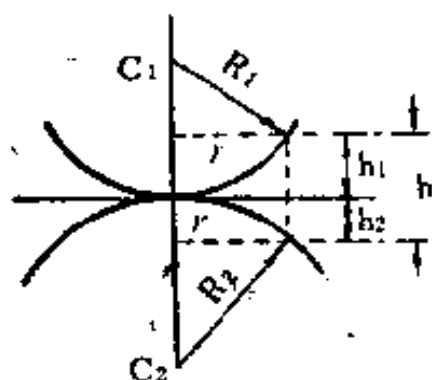
即 
$$r^2 \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) + \frac{\lambda}{2} = \left( k + \frac{1}{2} \right) \lambda$$

于是可得第k级暗环的半径为

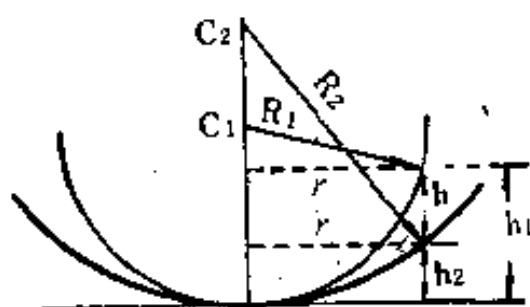
$$\begin{aligned} r_k &= \sqrt{k\lambda / \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)} \\ &= \sqrt{k\lambda \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \end{aligned}$$

第二种情形如图(b)所示, 由图可见,  $h = h_1 - h_2$ , 于是同理可得第k级暗环的半径为

$$r_k = \sqrt{k\lambda / \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)} = \sqrt{k\lambda \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}}$$



(a)



(b)

154. 已知样板球面半径  $R_0 = 10\text{cm}$ , 待测工件表面曲率半径为  $R$ , 并在垂直入射的红光 ( $\lambda = 6500 \text{ \AA}$ ) 下观察到第三个光圈的半径为  $20\text{mm}$ . 求工件表面与样板表面半径的偏差  $\Delta R = R_0 - R$  是多少?

解: 由于工件与样板表面曲率半径之差为

$$\Delta R = R_0 - R = \frac{R_0^2}{r^2} N \lambda^*$$

\*注: 参见《光学教程》(5.10-2)式

将  $R = 10 \text{ cm}$ ,  $r = 20 \text{ mm}$ ,  $N = 3$ ,  $\lambda = 6.5 \times 10^{-4} \text{ mm}$  代入, 得

$$\Delta R = \frac{100^2}{20^2} \times 3 \times 6.5 \times 10^{-4} = 0.048 \text{ (mm)}$$

155. 已知钛酸锶的折射率为  $n_g = 2.409$ , 若要在它上面镀一层消反射膜, 薄膜材料的折射率和厚度应为多少?

解: 消反射膜 (即增透膜) 的折射率为

$$n_f = \sqrt{n_a n_g}$$

将  $n_a = 1$ ,  $n_g = 2.409$  代入, 得

$$n_f = \sqrt{1 \times 2.409} = 1.552$$

由增透膜厚度  $h = \frac{\lambda}{4n_f}$ , 代入数据, 得

$$h = \frac{5500}{4 \times 1.552} = 885 \text{ (Å)} = 0.089 \text{ (μm)}$$

156. 在折射率为 1.5 的玻璃上镀一层折射率为 1.30 的透明薄膜, 对于波长为  $5500 \text{ Å}$  的入射光, 膜厚应为多少才能使反射光干涉相消? 镀膜后的反射率为多少?

解: 由  $h = \frac{\lambda}{4n_f}$  并将  $n_f = 1.30$ ,  $\lambda = 5500 \text{ Å}$  代入, 得

$$h = \frac{5500}{4 \times 1.30} = 1058 \text{ (Å)} = 1.058 \text{ (μm)}$$

因为  $A_1 = r_A A_0 = \left( \frac{n_2 - n_1}{n_2 + n_1} \right) A_0$  并将  $n_1 = 1$ ,

$n_2 = 1.3$  代入, 得

$$A_1 = \frac{1.3 - 1}{1.3 + 1} A_0 = 13\% A_0$$

$$\text{而 } A_2 = t_A r_B t_A' A_0 = r_B (1 - r_A^2) A_0 = \left( \frac{n_3 - n_2}{n_3 + n_2} \right)$$

$(1 - r_A^2) A_0$  将  $n_3 = 1.5$ ,  $n_2 = 1.3$ ,  $r_A = 0.13$  代入, 得

$$A_2 = \frac{1.5 - 1.3}{1.5 + 1.3} (1 - 0.13^2) A_0 = 0.07 \times 0.98 A_0 \\ \approx 6.9\% A_0$$

所以, 膜层反射光强为

$$I = (A_1 - A_2)^2 = [r_A - r_B (1 - r_A^2)]^2 I_0 \approx 37\%$$

其反射率为

$$R' = \frac{I}{I_0} = 37\%$$

157. 用 He-Ne 激光照明迈克耳孙干涉仪, 通过望远镜看到视场内有 20 个亮环, 且中心是亮斑。然后移动  $M_1$ , 看到环向中心收缩, 并在中心消失了 20 环, 此时视场内只有 10 个亮环。试求: (1)  $M_1$  移动前中心亮斑的干涉级 (设分束板  $G_1$  没有镀膜); (2)  $M_1$  移动后第 5 亮环的角半径。

解: (1) 设移动前虚膜厚为  $h$ , 中心斑级次为  $k_0$ , 则移动前中心及边缘处满足的程差关系分别为

$$2h = k_0 \lambda \quad (1)$$

$$2h \cos i' = (k_0 - 20) \lambda \quad (2)$$

移动  $\Delta h$  后, 膜厚  $h' = (h - \Delta h)$ , 在中心消失 20 环, 故此时中心斑级次为  $k_0' = (k_0 - 20)$ , 则此时中心及边缘处满足的程差关系分别为

$$2(h - \Delta h) = (k - 20) \lambda \quad (3)$$

$$2(h - \Delta h) \cos i' = [(k_0 - 20) - 10] \lambda \quad (4)$$

联立求解 (1)、(2)、(3)、(4) 式可得

$$k_0 = 40, \quad h = 20\lambda, \quad \Delta h = 10\lambda$$

超星阅读器提醒您：  
 拒用本复制品  
 保护相关知识产权！

(2) 设中心外第5级亮环的倾角为  $i'$ ，则有

$$2(h - \Delta h) \cos i' = [(k_0 - 20) - 5] \lambda$$

将  $k_0 = 40$ ,  $h = 20\lambda$ ,  $\Delta h = 10\lambda$ , 代入可得

$$i' = 41^\circ 36' = 0.7 \text{ (rad)}$$

158. 在迈克耳孙干涉仪的一臂，放一长度  $l = 5.00 \text{ cm}$  的透明容器，容器两底与光路垂直，它的厚度忽略不计。若把容器中的空气缓缓抽空，将看到等倾圆环在中心陷入49.5个。设光波波长  $\lambda = 5890 \text{ \AA}$ ，求空气的折射率等于多少？

解：在环纹中心斑处，程差关系为  $\Delta = k\lambda$ ，将容器中空气抽空，引起条纹变化  $\delta k$ ，相应的光程差变化为  $\delta\Delta$ ，则有

$$\delta\Delta = \delta k \cdot \lambda \quad (1)$$

$$\text{及} \quad \delta\Delta = 2(n - 1)l \quad (2)$$

由(1)、(2)解得

$$n = 1 + \frac{\delta k \cdot \lambda}{2l}$$

将  $\lambda = 5.89 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ,  $\delta k = 49.5$ ,  $l = 5 \text{ cm}$  代入，得

$$n = 1 + \frac{49.5 \times 5.89 \times 10^{-5}}{2 \times 5} = 1.000291$$

159. 用水银灯发出的绿光  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$  照明迈克耳孙干涉仪，实验测得  $M_1$  和  $M_2'$  相距  $0.23 \text{ cm}$  时干涉条纹消失。问光波的相干长度  $L_0$ 、谱线半宽度  $\Delta\lambda$ 、频谱宽度  $\Delta\nu$  是多少？

解：由  $L_0 = 2h$ ，有  $\Delta\lambda = \frac{\lambda^2}{L_0} = \frac{\lambda^2}{2h}$ ，将  $\lambda = 5460 \text{ \AA}$ ，

$h = 0.23 \text{ cm} = 0.23 \times 10^8 \text{ \AA}$  代入，得  $L_0 = 4.6 \text{ mm}$  及

$$\Delta\lambda = \frac{(5460)^2}{2 \times 0.23 \times 10^8} = 0.648 \text{ \AA}$$

相应频谱宽度

$$\Delta\nu = \frac{1}{\tau_0} = \frac{c}{L_0} = \frac{3 \times 10^{10}}{0.46} = 6.52 \times 10^{10} (\text{Hz})$$

160. 在迈克耳孙干涉仪的一臂上用凸面反射镜 $M_2$ 代替平面镜(如图), 反射镜的曲率中心位于 $OO_2$ 的延长线上。调节 $M_1$ 位置, 使 $OO_1 = OO_2$ 。假设半反射面A的镀膜恰使两相干光束的附加程差为零。用准直单色光照明, S位于L的焦点上。问: (1) 观察到的干涉图样呈何形状? (2) 已知入射光波长 $\lambda = 550 \text{ nm}$ , 从中央往外数第10个暗纹的半径是5 mm, 球面反射镜的曲率半径是多少? (3)  $M_1$ 向分束板移近时, 干涉条纹如何变化?

解: (1) 干涉图样为牛顿环。

(2) 由 $r_{\text{暗}} = \sqrt{k\lambda R}$  得

$$R = \frac{r_k^2}{k\lambda}$$

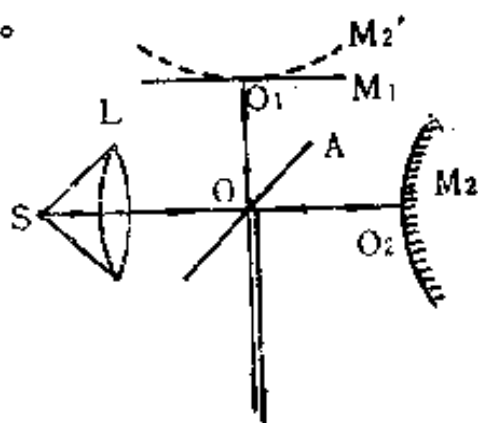
将 $r_k = 5 \text{ mm}$ ,  $k = 10$ ,

$\lambda = 5.5 \times 10^{-4} \text{ mm}$ 代入, 得

$$R = \frac{5^2}{10 \times 5.5 \times 10^{-4}}$$

$$= 4.78 (\text{m})$$

(3)  $M_1$ 向分束板移近, 使虚膜厚度增加, 则环纹向中心移动, 环纹间距及分布不变。



161. F-P干涉仪工作表面的反射率为0.90, 两反射表面相距3 mm, 用波长为 $6000 \text{ \AA}$ 的单色光照明。求: (1) 精细系数 $F$ 、半强位相宽度 $\varepsilon$ 、精细度 $\mathcal{F}$ ; (2) 干涉条纹的最高级

数 $k$ 和中央往外数第3亮环的角半径。

解：(1) 已知 $R = 0.90$ ，则其精细系数为

$$F = \frac{4R}{(1-R)^2} = \frac{4 \times 0.9}{(1-0.9)^2} = 360$$

其条纹半强位相宽度为

$$\epsilon = \frac{4}{\sqrt{F}} = \frac{4}{\sqrt{360}} = 0.21$$

精细度为  $\gamma = \frac{\pi}{2} \sqrt{F} = \frac{3.14}{2} \sqrt{360} = 29.8$

(2) 由 $2h = k_0 \lambda$ 得最高干涉级 $k_0 = \frac{2h}{\lambda}$ ，并将

$h = 3\text{mm}$ ， $\lambda = 6 \times 10^{-4}\text{mm}$  代入，得

$$k_0 = \frac{2 \times 3}{6 \times 10^{-4}} = 10^4$$

由于第 $k$ 级亮环的角半径为

$$i = \frac{1}{n_0} \sqrt{m \frac{n\lambda}{h}} \quad *$$

将 $n_0 = 1$ ， $h = 3\text{mm}$ ， $n = 1$ ， $m = k_0 - k = 3$ 代入，得

$$i = \sqrt[4]{3 \times \frac{6 \times 10^{-4}}{3}} = 2.45 \times 10^{-2} \text{ (rad)}$$

162. F-P干涉仪两工作表面的间距为1cm，其两侧各放一个焦距为25cm的凸透镜 $L_1$ 和 $L_2$ ，在 $L_1$ 的焦平面上置一个直径为2cm的圆形面光源，光源中心在光轴上，它发射波长 $\lambda = 6328 \text{ \AA}$ 的单色光，空气的折射率取为1，在 $L_2$ 后

\*注：参见《光学教程》P. 156, (5.8—10)式

焦面上放一接收屏，问：(1)接收屏上中心点 $F_2'$ 的干涉级是多少？屏上能观察到多少亮纹？其中半径最大条纹的干涉级和半径是多少？(2)在两表面之间插入一块不透明薄板挡住表面的一半，干涉环将发生什么变化？(3)用一块透明薄板代替上述不透明薄板，干涉环又将发生什么变化？

解：(1)已知 $h = 1 \text{ cm}$ ， $\lambda = 6328 \text{ \AA} = 6.328 \times 10^{-6} \text{ cm}$ ，由于干涉环中心 $F_2'$ 对应的级次 $k_0 = \frac{2h}{\lambda}$ ，代入数据，得

$$k_0 = \frac{2 \times 1}{6.328 \times 10^{-6}} = 31605.56$$

即，中心点不是最亮点，由中心向外第一环的干涉级为31605。

连接光源边缘S和 $L_1$ 的光心 $O_1$ ，这个方向的入射线决定了干涉场的范围，即最大入射角

$$i_M = \frac{SF_1}{F_1O_1} = \frac{1}{25} \quad (\text{rad})$$

对于干涉场边缘点，满足 $2h \cos i_M = k \cdot \lambda$ ，则

$$k_e = \frac{2h}{\lambda} \cos i_M = \frac{2h}{\lambda} \left( 1 - \frac{i_M^2}{2} \right) = 31580.27$$

即半径最大亮环的干涉级为31581，其角半径为

$$i = \sqrt{2 \left( 1 - \frac{k \cdot \lambda}{2h} \right)} = 0.0392 \quad (\text{rad})$$

其半径为

$$r \approx f' i = 25 \times 0.0392 = 0.98 \quad (\text{cm})$$

能见到的干涉亮环数为

$$N = 31605 - 31581 + 1 = 25 \quad (\text{条})$$

(2) 插入不透明板后，截住一半光线，使得亮环的亮

度减半，而且精细度减小，条纹变粗，但因干涉环的分布决定于相邻两相干光束的位相差，因而各干涉环的位置和半径不变。

(3) 若用透明板代替不透明板，通过干涉仪上、下两半的相邻两光线的光程差不等，它相当于两个空气层厚度不等的干涉仪，因而，生成两组彼此错开的中心均在 $F_2'$ 的同心干涉环。

163. 有两个波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ ，在 $6000 \text{ \AA}$ 附近相差 $0.001 \text{ \AA}$ ，要用F-P干涉仪把两谱线分辨开来，间隔至少需要多大？在这种情况下，干涉仪的自由光谱范围是多少？设反射率 $R = 0.95$ 。

解：由于分光仪器的色分辨本领为

$$A = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\pi \sqrt{R}}{1-R} k \quad (1)$$

式中 $k$ 为主极大级次，它满足 $k = \frac{2nh\cos i'}{\lambda}$ ，对一定的

$k$ ，间隔 $h$ 的最小取值是当 $n = 1$ ， $\cos i' = 1$ 时，有 $k = \frac{2h}{\lambda}$ ，

将此式代入(1)式，得

$$h = \frac{\lambda^2(1-R)}{2\pi\sqrt{R}\cdot\delta\lambda}$$

代入数据，可得 $h = 2.93(\text{cm})$ 。而干涉仪的自由光谱范围为

$$\begin{aligned} \Delta\lambda &= \frac{\lambda^2}{2nh} = \frac{(6 \times 10^{-4})^2}{2 \times 29.3} = 0.6143 \times 10^{-8}(\text{mm}) \\ &= 0.061(\text{\AA}) \end{aligned}$$

## 六、光的衍射

164. 晚间，通过张在眼前的手帕去观瞻远处的白炽灯或高压水银灯，你将会看到什么景象？

答：由于手帕较薄，构成手帕的棉织纤维就象带有许多小方孔的网格一样。因此，通过手帕去看远处的白炽灯或高压水银灯，就可以看见小方孔阵列衍射花样的美丽景象。

165. 假如人眼只能感受波长为毫米量级的电磁波而看不见波长为 $4000\text{\AA}$ 至 $7600\text{\AA}$ 的可见光波，则人眼观察到的外部世界是什么景象？假如人耳只能听到波长为毫米量级的“声波”，则人所听到的又将是什么情况？

答：由于人眼瞳孔的直径是几个毫米，若人眼只能看到波长为毫米量级的电磁波，则由于两者是同数量级，瞳孔的衍射效应将会非常显著，外部世界的每一物点在人眼的视网膜上都会形成一很大的爱里斑，人眼对两物点的最小分辨角将会很大。下面对其最小分辨角作一估算：设毫米波波长

$\lambda \geq 1\text{ mm}$ ，则人眼的最小分辨角为 $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D} \geq 1.22 \times$

$\frac{1\text{ mm}}{2\text{ mm}} \approx 35^\circ$ 。因此对于毫米波，人眼对两物点的最小分辨

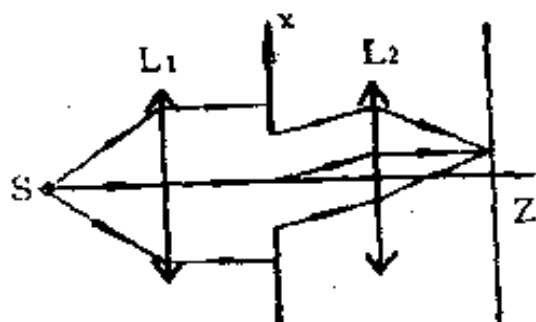
角至少为 $35^\circ$ ，如此之大的最小分辨角使得人眼所看到的外部世界为一片模糊，若毫米波的波长稍为长一些的话，则什么也可能看不见。

如果人耳只能听见波长为毫米量级的“声波”，由于这种“声波”所遇到的障碍均为米数量级，所以衍射效应极不明显，毫米波将以直线或反射的形式传播，其结果是人们只能听见直接进入耳内的声音，而听不见来自其它方向的声音。如听不见面对面说话的声音，听不见脑后的声音，甚至左耳听不见右边的声音，右耳听不见左边的声音。

166. 为什么实际上不可能获得理想的平行光束？要使光束发散得少一些，应采取什么办法？

答：由于光源总有一定的大小，一般情况下是将光源成像在透镜的物方焦点上，并在其焦平面上置一小孔光阑使其构成一点光源而产生平行光束。然而由于透镜的边框对光束的限制，从而使得光束发散而不可能获得理想的平行光束。光束的发散程度可用爱里斑的大小来衡量，因为爱里斑的大小与衍射孔的直径成反比，故要使光束发散得少一些，应增加光束的初始直径。另外还须使物方焦面上的小孔光阑的直径尽量小一些，以达到点光源的要求，当然这样会使出射的平行光束的光强有所减弱。

167. 在如图所示观察单缝夫琅和费衍射实验装置中作如下变动，衍射图样有什么变化？



- (1) 将点光源S沿y轴负方向平移少许；
- (2) 将单缝沿入射光传播方向或沿x轴正方向移动少许；
- (3) 将单缝绕入射光传播方向旋转一小角度；
- (4) 增大缝宽；
- (5) 增大透镜 $L_2$ 的口径或焦距；
- (6) 将点光源换为平

行于狭缝的理想线光源；(7)在情况(6)下将单狭缝旋转 $90^\circ$ 。

答：(1)衍射图样沿y轴正方向平移；(2)衍射图样均无变化；(3)衍射图样也向同一方向转动同一角度；(4)衍射斑角宽度减少，衍射图样向中央收缩；(5)增大透镜 $L_2$ 的口径，可观察到衍射斑点数增加；而增大焦距，相邻两极小之间的间距增加，衍射斑线度增加；(6)衍射图样成为平行于光源缝的一组线状条纹；(7)此时的情景如同是点光源一样，但条纹的亮度有所增加。

168. 若平行光倾斜入射到单狭缝上，试讨论夫琅和费衍射图样将发生怎样的变化？

答：若平行光向上倾斜入射到单狭缝上，缝内各次波源的初位相不再相等，但它们到达衍射屏上零级衍射斑中心的位相却是相等的，该零级衍射斑的位置应位于该斜平行光经透镜在其后焦面的会聚点上，所以该衍射图样将整个地上移。

169. 干涉与衍射有何区别与联系，试用杨氏双缝实验加以说明。

答：所谓“干涉”是指两种以上因素互相影响，形成相长相消的现象，而光的干涉是研究相干光波之间的叠加而引起的光强重新分布的问题。“衍射”从字面上讲是“展开”的意思，它的英文“Diffraction”旧时也译作“绕射”，因此衍射指的是光传播不按直线进行的现象。既然衍射时光线不按直线传播，那么它的光场就必然会重新分布，由惠更斯—菲涅耳原理可知，它可看作是无限多个相干光波场的叠加，这又涉及到了干涉的概念。因此绝对没有单纯的干涉或

衍射现象，它们之间是相互关联、相互影响的。它们分别代表了光波性质的两个方面。

在绝大部分显示光的波动性的实验中，干涉和衍射现象是共存的。如杨氏双缝实验，入射光为平行光，它入射到双缝上，每缝均可看成是由无限多个次波源组成一个发散光源，发散光源将向一个很宽的角度发光，这实际上就是衍射现象，这样的两个发散光源在其交叠区产生相干叠加就属于干涉现象。所以说杨氏双缝实验是干涉和衍射的综合问题。

170. 在杨氏双缝干涉实验装置中，用平行白光照明双缝，接收屏距离双缝相当远，并以红色和蓝色滤光片各遮住一条缝，问在接收屏上产生的是否为双缝干涉条纹？

答：用红色和蓝色滤色片各遮住杨氏双缝实验中的一缝时，由于通过两缝的红、蓝两光的频率不同，它们在屏上非相干叠加使得原来的白光干涉条纹消失，所呈现的是由红蓝两光各自的单缝衍射条纹所构成的一种混合色的单缝衍射图样。红、蓝两光在零级衍射斑中央处重合，其它地方略有偏移，红光衍射第一极小较蓝光略为靠外。该实验与用红、蓝两光同时照明单缝时所出现的现象类似。

171. 什么是光学仪器的象分辨本领？若光的衍射现象完全可以忽略，对理想光学系统成象来说，还存在分辨本领这个问题吗？望远镜、显微镜和照相物镜的分辨本领各用什么量表示？决定于什么？

答：(1) 光学仪器的象分辨本领是指仪器能分辨开相邻两个物点的象的能力。对于靠得很近的两个物点，仪器对所成的象还能分辨得开，我们就说它的分辨本领高，反之则低。如果光的衍射现象可以完全被忽略，则点物就可以成点象，

任何一个无象差的光学仪器完全可以将两个不论靠得多近的点物分开。从几何光学的观点来看，该仪器的象分辨本领是无限大的，故此时谈论分辨本领已毫无意义而不存在分辨本领这个问题。

(2) 对于望远镜，其分辨本领用望远镜物镜的最小分辨角 $\theta_0$ 表示，它决定于物镜的直径 $D$ ，即 $\theta_0 = 1.22\lambda/D$ ；对于显微镜，其分辨本领用能分辨两相邻物点的距离 $\delta y$ 表示，它决定于物镜的数值孔径 $n\sin u$ ，即 $\delta y = 0.61\lambda/n\sin u$ ；而对于照相物镜，其分辨本领用焦面上单位长度内能分辨的线数 $N$ 表示，它决定于物镜的相对孔径 $\frac{D}{f'}$ ，即 $N = \frac{1}{1.22\lambda} \cdot \frac{D}{f'}$ 。

### 172. 光学显微镜的分辨本领的极限是多少？

答：光学显微镜的分辨本领是用能分辨开两物点的最小距离 $\delta y$ 来表示， $\delta y$ 愈小，则其分辨本领愈高。当用非相干光照明时，其具体表达式为 $\delta y = \frac{0.61\lambda}{n\sin u}$ 。若使用油浸物镜，则其数值孔径 $n \cdot \sin u$ 值最大可达1.5左右，所以光学显微镜分辨本领的极限为 $\delta y_m \geq \frac{0.61\lambda}{1.5} \approx 0.4\lambda$ ，约为半个波长的数量级。在可见光波段，其分辨极限为 $0.2\mu\text{m}$ 。

173. 试估计在离地面1 km高处飞翔的鹰，能否看清在地面上5 cm长的小老鼠？

答：离地面1 km高的鹰，其眼对地面5 cm长的小老鼠的张角为 $\theta = \frac{5 \text{ cm}}{1 \text{ km}} = 5 \times 10^{-5} \text{ rad}$ 。对于鹰眼的分辨本领，由公式 $\theta_0 = \frac{1.22\lambda}{D}$ 可知，鹰若能分辨这只小老鼠，则鹰眼对

两物点的最小分辨角 $\theta_0$ 需小于或等于 $5 \times 10^{-5}$  rad, 即  $\frac{1.22\lambda}{D}$

$\leq 5 \times 10^{-5}$ , 由此可得  $D \geq \frac{1.22\lambda}{5 \times 10^{-5}} = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^{-5}}$

$\approx 13.4$  mm, 也就是说, 该鹰若能分辨这只小鼠, 鹰眼瞳孔的直径需大于13.4 mm。但一般说来不可能有如此之大的瞳孔。所以1 km高的鹰不可能分辨地面上5 cm长的小老鼠。

174. 试讨论光栅的色分辨本领与角色散和谱线的半角宽度之间的关系。

答: 光栅的色分辨本领公式为  $R = kN = \frac{k}{d \cos \theta} \cdot N$   
 $= D \cdot N d \cos \theta$ , 或表示为  $R = \frac{N d \sin \theta}{\lambda} = \frac{N d \cos \theta}{\lambda} \frac{\sin \theta}{\cos \theta}$   
 $= \frac{\tan \theta}{\Delta \theta}$ 。其中D为角色散, Nd为光栅的宽度,  $\Delta \theta$ 为谱线的

半角宽度。由以上两式可见, 当光栅的宽度一定时, 对于给定的衍射角 $\theta$ 来说, 光栅的色分辨本领与角色散成正比, 与半角宽度成反比。

175. 从光栅分辨本领 $R = kN$ 这个关系式来看, 似乎只要任意提高衍射级次k, 分辨本领就可任意提高, 试加以讨论。

答: 这种提法不对。因为从光栅方程 $d \sin \theta = k\lambda$ 来看, 由于 $\theta < 90^\circ$ , 衍射级次k是有限的, 不可能为很大, 因此用任意提高衍射级次k来提高分辨率是不行的。

176. 从衍射光栅谱线的半角宽度  $\Delta \theta = \frac{\lambda}{N d \cos \theta_k}$  来看,

级次越大，衍射角  $\theta_k = \sin^{-1} \left( \frac{k\lambda}{d} \right)$  也越大， $\cos\theta_k$  就越

小。因此，级次越大的谱线就越宽。可是， $k$  越大分辨本领却越高，这一表观矛盾如何解决？

答：由谱线的半角宽度公式  $\Delta\theta_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$  可知， $k$

愈大即  $\theta_k$  愈大，则  $\Delta\theta_{\frac{1}{2}}$  愈大，此时谱线变宽，分辨本领似乎会下降。但从光栅方程  $d\sin\theta = k\lambda$  可导出某一波长相邻两

谱线的角宽度为  $\Delta\theta = \frac{\lambda}{d \cdot \cos\theta_k}$ ，由此式可见， $k$  增大， $\theta_k$

增大，也可导致相邻两谱线的角宽度变宽，即谱线间的距离

变宽。但将两式相除得： $\frac{\Delta\theta}{\Delta\theta_{\frac{1}{2}}} = N$ ，即无论衍射角  $\theta_k$  多大

或衍射级次  $k$  多高，某一波长相邻两谱线的角宽度  $\Delta\theta$  均为同级谱线半角宽度  $\Delta\theta_{\frac{1}{2}}$  的  $N$  倍。这一结论说明，虽然级次增大或衍射角增大使得谱线的半角宽度  $\Delta\theta_{\frac{1}{2}}$  变宽，但同样也使谱线间的距离增宽，并且其增大的倍数相等。因此  $k$  增大使得  $\Delta\theta_{\frac{1}{2}}$  变宽不仅不会使分辨本领降低，反而可由公式  $R = kN$  使分辨本领  $R$  提高。

177. 在衍射光栅实验中，把光栅遮住一半，衍射图样会发生什么变化？

答：在衍射光栅实验中，把光栅遮住一半，光栅的总缝数就减少一半，其强度减少为原来的  $\frac{1}{4}$ 。由公式

$\Delta\theta_{\frac{1}{2}} = \frac{\lambda}{Nd\cos\theta_k}$  可知，总缝数  $N$  减少一半，其谱线的半角

宽度将会增加一倍，分辨本领  $R = kN$  也会减为原来的  $\frac{1}{2}$ 。但

由光栅方程  $d \sin \theta = k \lambda$  可知，主极大的位置与  $N$  无关，故主极大的位置将不会改变。

178. 一束单色平行光 ( $\lambda = 5 \times 10^{-5} \text{ cm}$ ) 正入射到一宽为  $0.2 \text{ mm}$  的狭缝上，在狭缝后的透镜的象方焦面上观察夫琅和费衍射图样。已知透镜的焦距为  $20 \text{ cm}$ ，试求在屏上开初两个极小和两个次极大之间的距离。

解：屏上开初两极小之距，即  $k' = 1$  和  $k' = 2$  两点间的距离为

$$\Delta x' = \frac{2\lambda}{a} f' - \frac{\lambda}{a} f' = \frac{\lambda}{a} f' = \frac{5 \times 10^{-5}}{0.02} \times 20 = 0.05 (\text{cm})$$

屏上两个次极大之距，即  $k = 1$  和  $k = 2$  两点间的距离为

$$\begin{aligned} \Delta x &= \sin \theta_2 \cdot f' - \sin \theta_1 \cdot f' = 2.46 \frac{\lambda}{a} f' - 1.43 \frac{\lambda}{a} f' \\ &= 0.0515 (\text{cm}) \end{aligned}$$

179. 用波长为  $0.63 \mu\text{m}$  的激光来测一单缝宽度，若测得中心附近两侧第五个极小间的距离为  $6.3 \text{ cm}$ ，缝与屏的距离为  $5 \text{ m}$ ，试求缝宽。

解：由  $\theta_k = k \frac{\lambda}{a}$ ，其相应线距离为  $l = \theta_k f' = k \frac{\lambda}{a} \cdot f'$ ，

则两个第 5 极小之距为

$$2l = 2 \times 5 \frac{\lambda}{a} f'$$

由此得  $a = \frac{10\lambda f'}{2l}$ ，将  $f' = 5 \times 10^3 \text{ mm}$ ， $\lambda = 6.3 \times 10^{-4} \text{ mm}$ ，

$2l = 63\text{mm}$ 代入, 得

$$a = \frac{10 \times 6.3 \times 10^{-4} \times 5 \times 10^3}{63} = 0.5 \text{ (mm)}$$

180. 一单缝由含有波长 $\lambda_1$ 和 $\lambda_2$ 的光波所照射, 如果产生的衍射图样中 $\lambda_1$ 的第一极小与 $\lambda_2$ 的第二极小重合。试问:

(1) 这两种波长之间有何关系? (2) 是否还会有其它极小也重合?

解: (1) 因为 $\theta = k \frac{\lambda}{a}$ , 由题意应有 $\frac{\lambda_1}{a} = 2 \frac{\lambda_2}{a}$ , 所以

$$\lambda_1 = 2\lambda_2$$

(2) 要使 $k_1 \frac{\lambda_1}{a} = k_2 \frac{\lambda_2}{a}$ , 将 $\lambda_1 = 2\lambda_2$ 代入, 得

$$k_2 = 2k_1$$

181. 今测得一细丝的夫琅和费衍射零级衍射纹的宽度为1cm, 已知入射光波长为 $0.63\mu\text{m}$ , 透镜焦距为50cm, 求细丝的直径。

解: 由 $\rho = 2 \frac{\lambda}{a} f'$ , 有 $a = \frac{2\lambda f'}{\rho}$ , 将 $\lambda = 6.3 \times 10^{-4}\text{mm}$ ,

$f' = 500\text{mm}$ ,  $\rho = 10\text{mm}$ 代入得

$$a = \frac{2 \times 6.3 \times 10^{-4} \times 500}{10} = 6.3 \times 10^{-2} \text{ (mm)} = 63 \text{ (}\mu\text{m)}$$

182. 一束直径为2mm的氦氖激光( $\lambda = 6328\text{\AA}$ )自地面射向月球。已知月球离地面的距离为 $3.76 \times 10^5\text{km}$ 。问在月球上得到的光斑有多大? 不计大气的影晌, 若把这样的激光束经扩束器扩大到直径为2m和5m后再发射, 月球上的光斑各有多大?

解: 设月球上光斑直径为 $d$ , 则

$$d = 2r \frac{1.22\lambda}{D}$$

将  $r = 3.76 \times 10^5 \text{ km}$ ,  $\lambda = 6328 \times 10^{-10} \text{ km}$ ,  $D = 2 \times 10^{-6} \text{ km}$  代入, 得

$$d = 2 \times 3.76 \times 10^5 \times \frac{1.22 \times 6328 \times 10^{-10}}{2 \times 10^{-6}} = 290 \text{ (km)}$$

若  $D = 2 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 则  $d = 290 \text{ (m)}$ ; 若  $D = 5 \times 10^{-3} \text{ m}$ , 则  $d = 116 \text{ (m)}$ 。

183. 航天飞机上的宇航员声称, 他恰好能分辨在他下面100公里地面上的某两个点光源, 设光源的波长为  $5500 \text{ \AA}$ 、瞳孔直径为  $4 \text{ mm}$ , 求在理想条件下这两个点光源的间距是多少?

解: 因为  $L = r \left( \frac{1.22\lambda}{D} \right)$ , 将  $r = 10^5 \text{ m}$ ,

$\lambda = 5500 \times 10^{-10} \text{ m}$ ,  $D = 4 \times 10^{-3} \text{ m}$  代入, 得

$$L = 10^5 \left( \frac{1.22 \times 5500 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-3}} \right) = 16.8 \text{ (m)}$$

184. 一台天文望远镜物镜的直径为  $5 \text{ m}$ , 对于可见光的平均波长  $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ , 试计算其最小分辨角和正常放大率。

解: 由  $\theta_0 = 1.22 \frac{\lambda}{D}$ , 将  $\lambda = 5.5 \times 10^{-4} \text{ mm}$ ,  $D = 5 \times 10^3 \text{ mm}$

代入, 得

$$\theta_0 = \frac{1.22 \times 5.5 \times 10^{-4}}{5 \times 10^3} = 1.34 \times 10^{-7} \text{ (rad)}$$

正常放大率为  $M = \frac{\theta_c}{\theta_0}$ , 将  $\theta_c = 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ,

$\theta_0 = 1.34 \times 10^{-7} \text{ rad}$  代入, 得

$$M = \frac{2.9 \times 10^{-4}}{1.34 \times 10^{-7}} = 2160 \text{ (倍)}$$

185. 已知人眼可以看清400m距离处坦克上的编号, 若用望远镜在距离2km处也能看清它, 求所用望远镜的放大倍数。

解: 人眼能分辨的线距离为  $l_e = \theta_e \cdot L_e$ , 将  $L_e = 400\text{m}$  代入, 得

$$l_e = \theta_e \times 400$$

望远镜能分辨的线距离为  $l_0 = \theta_0 \cdot L_0$ , 将  $L_0 = 2000\text{m}$  代入, 得

$$l_0 = \theta_0 \times 2000$$

由  $l_e = l_0$ , 得  $\theta_0 = \frac{400\theta_e}{2000} = \frac{1}{5}\theta_e$  故正常放大率

$$M = \frac{\theta_e}{\theta_0} = \frac{\theta_e}{\frac{1}{5}\theta_e} = 5 \text{ (倍)}$$

186. 设一望远镜物镜的口径为50mm, 焦距为500mm, 求: (1) 物镜的最小分辨角; (2) 望远镜的正常放大率; (3) 目镜的焦距。

解: (1)  $\theta_0 = \frac{1.22\lambda}{D}$ , 将  $\lambda = 5.5 \times 10^{-7} \text{ mm}$ ,  $D = 50\text{mm}$  代入, 得  $\theta_0 = 1.34 \times 10^{-5} \text{ rad}$

$$(2) M = \frac{\theta_e}{\theta_0} = \frac{2.9 \times 10^{-4}}{1.34 \times 10^{-5}} \approx 22 \text{ (倍)}$$

(3) 由  $M = -\frac{f_o'}{f_e'}$ , 有  $f_e' = \frac{f_o'}{M}$ , 将  $f_o' = 500\text{mm}$ ,

$M = 22$  代入, 得

$$f_e' = \frac{500}{22} = 22.73 \text{ (mm)}$$

187. 请提出适于作下述目视研究的显微镜的数值孔径和放大倍数：(1) 直径为  $7 \mu\text{m}$  的红血球；(2) 直径为  $1 \mu\text{m}$  的乳胶中的氯化银颗粒。

解：由  $\delta y = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$ ，有  $n \sin u = \frac{0.61\lambda}{\delta y}$ 。已知

$$\lambda = 5.5 \times 10^{-4} \text{ mm}。$$

$$(1) \text{ 对于 } \delta y_1 = 7 \times 10^{-3} \text{ mm, 则 } n \cdot \sin u = \frac{0.61 \times 5.5 \times 10^{-4}}{7 \times 10^{-3}}$$

$$= 4.79 \times 10^{-2}, \text{ 而 } M_1 = \frac{\delta y_e}{\delta y_1} = \frac{\theta_e \cdot L_0}{\delta y_1}, \text{ 将 } \theta_e = 2.9 \times 10^{-4},$$

$L_0 = 250 \text{ mm}$  及  $\delta y_1$  值代入得

$$M_1 = \frac{2.9 \times 10^{-4} \times 250}{7 \times 10^{-3}} = 10 \text{ (倍)}$$

$$(2) \text{ 对于 } \delta y_2 = 10^{-3} \text{ mm, 则 } n \cdot \sin u = \frac{0.61 \times 5.5 \times 10^{-4}}{10^{-3}}$$

$$= 0.334$$

$$\text{故 } M_2 = \frac{2.9 \times 10^{-4} \times 250}{10^{-3}} = 73 \text{ (倍)}$$

188. (1) 用于波长  $\lambda = 400 \text{ nm}$  的显微物镜的数值孔径为 0.85, 求它能分辨的两点间的最小距离是多少? (2) 若利用油浸物镜使该显微镜的数值孔径增大到 1.45, 求分辨本领可提高多少倍? 显微镜的放大率应设计成多大?

解：(1)  $\delta y = \frac{0.61\lambda}{n \sin u}$ ，将  $\lambda = 4 \times 10^{-4} \text{ mm}$ ,  $n \sin u = 0.85$

代入, 得

$$\delta y_1 = \frac{0.61 \times 4 \times 10^{-4}}{0.85} = 2.87 \times 10^{-4} \text{ (mm)}$$

(2) 将  $n \sin u = 1.45$  及  $\lambda$  值代入, 得

$$\delta y_2 = \frac{0.61 \times 4 \times 10^{-4}}{1.45} = 1.68 \times 10^{-4} \text{ (mm)}$$

故分辨本领提高的倍数为

$$\frac{\delta y_2}{\delta y_1} = \frac{2.87 \times 10^{-4}}{1.68 \times 10^{-4}} = 1.7 \text{ (倍)}$$

其放大率  $M = \frac{\delta y_e}{\delta y_2} = \frac{\theta_e \cdot L_0}{\delta y_2}$ , 将  $\theta_e = 2.9 \times 10^{-4} \text{ rad}$ ,

$L_0 = 250 \text{ mm}$ ,  $\delta y_2 = 1.68 \times 10^{-4} \text{ mm}$  代入, 得

$$M = \frac{2.9 \times 10^{-4} \times 250}{1.68 \times 10^{-4}} = 432 \text{ (倍)}$$

189. 一照相物镜的相对孔径为  $1 : 3.5$ , 用  $\lambda = 546 \text{ nm}$  的汞绿光照明, 问用分辨本领为  $500 \text{ 线/mm}$  的底片来记录物体的象是否合适?

解: 由于照相机分辨本领 (即单位长度分辨线数) 为

$$N = \frac{1}{\delta y'} = \frac{1}{1.22\lambda} \cdot \frac{D}{f'}$$

将  $\frac{D}{f'} = \frac{1}{3.5}$ ,  $\lambda = 5.46 \times 10^{-4} \text{ mm}$  代入, 得

$$N = 429/\text{mm}$$

190. 欲使双缝夫琅和费衍射的中央峰内恰好含有 11 条干涉亮纹, 则缝宽和缝间距需要满足什么条件?

解: 中央亮区内条纹数为

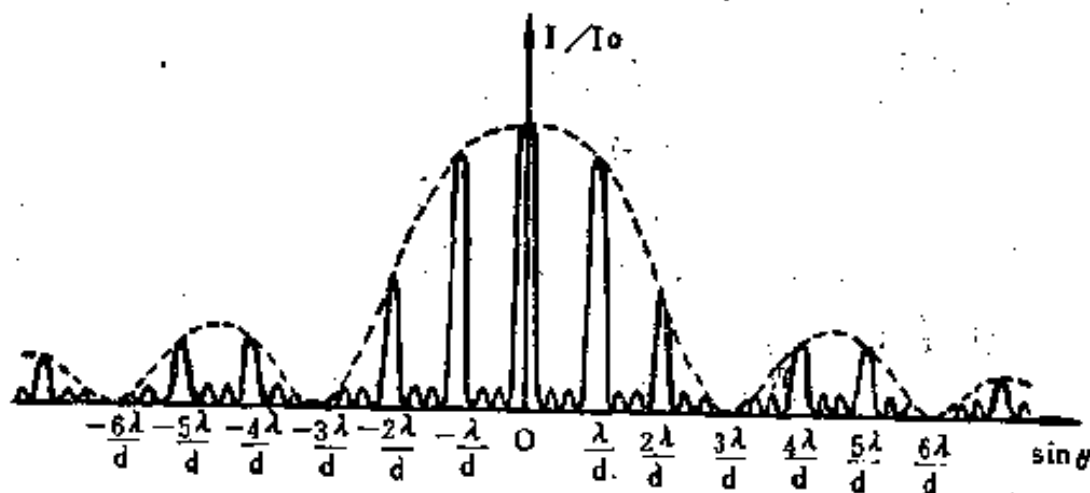
$$n = 2k - 1 = 2 \frac{d}{a} - 1 \quad \left( k = \frac{d}{a} \text{ 为第一缺级级次} \right)$$

若使  $n = 11$ , 则  $\frac{d}{a} = 6$ 。

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

191. 一光栅的缝宽为  $a$ , 光栅常数  $d = 3a$ , 缝数  $N = 4$ , 试绘出其光强  $I$  随衍射角正弦  $\sin\theta$  变化的曲线。

解：因为  $d = 3a$ , 故第一缺级数  $k = \frac{d}{a} = 3$ , 则中央亮区内的亮条纹数为  $n = 2k - 1 = 2 \times 3 - 1 = 5$ 。由于缝数  $N = 4$ , 所以两个极大之间有  $N - 2 = 2$  个次极大。其光强随  $\sin\theta$  变化的曲线如图所示。



192. 光栅每厘米有 3937 条划纹。试计算：(1) 第一级光谱的角色散；(2) 当物镜焦距为 50cm 时，线色散的倒数为多少？(3) 钠双线  $\lambda_1 = 5890 \text{ \AA}$ ,  $\lambda_2 = 5896 \text{ \AA}$  的两条一级谱线间的距离。

解：(1) 光谱角色散

$$D_{\theta} = \frac{\delta\theta}{\delta\lambda} = \frac{k}{d\cos\theta}$$

由  $d\sin\theta = k\lambda$ , 当  $k = 1$  时,  $\theta = \sin^{-1} \frac{\lambda}{d}$ 。将  $\lambda = 5893\text{\AA}$ ,

$$d = \frac{1}{3937} = 2.5 \times 10^{-4} \text{cm} = 2.5 \times 10^4 \text{\AA} \text{ 代入,}$$

$$\text{得 } \theta = \sin^{-1} \frac{5893}{2.5 \times 10^4} = 13^{\circ}38',$$

$$\text{故 } D_{\theta} = \frac{1}{2.5 \times 10^4 \times \cos 13^{\circ}38'} = 0.4116 \times 10^{-4} (\text{rad}/\text{\AA}) \\ \approx 8''/\text{\AA}$$

(2) 线色散的倒数为

$$\frac{1}{D_1} = \frac{1}{fk/d\cos\theta} = \frac{d\cos\theta}{f'k}$$

将  $d = 2.5 \times 10^{-4} \text{cm}$ ,  $f = 50 \text{cm}$ ,  $k = 1$ ,  $\theta = 13^{\circ}38'$  代入, 得

$$\frac{1}{D_1} = \frac{2.5 \times 10^{-4} \times \cos 13^{\circ}38'}{50 \times 1} = 0.0486 \times 10^4 (\text{\AA}/\text{cm})$$

(3) 由  $D_1 = \frac{\delta l}{\delta\lambda}$  可得

$$\delta l = D_1 \cdot \delta\lambda = \frac{1}{486} \times 6 = 0.012 (\text{cm})$$

193. 试计算能在第一级光谱中分辨钠双线的光栅的最少刻线数。

解: 光栅的分辨本领  $R = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = kN$ 。

则光栅缝数  $N = \frac{\lambda}{k \cdot \delta\lambda}$ , 将  $k = 1$ ,  $\lambda = 5893\text{\AA}$ ,

$\delta\lambda = 6\text{\AA}$  代入, 得

$$N = \frac{5893}{1 \times 6} = 982 \text{ (条)}$$

194. 用波长为  $6240\text{\AA}$  的单色光照射一光栅。已知该光栅的缝宽  $a = 0.012\text{mm}$ , 不透明部分宽度  $b = 0.029\text{mm}$ , 缝数  $N = 10^3$  条。试求: (1) 中央峰的角宽度; (2) 中央峰内干涉主极大的数目; (3) 谱线的半角宽度。

解: (1) 中央峰角宽度为:  $2\theta = 2\frac{\lambda}{a}$ ,

将  $\lambda = 6.24 \times 10^{-4}\text{mm}$ ,  $a = 0.012\text{mm}$  代入, 得

$$2\theta = 2 \times \frac{6.24 \times 10^{-4}}{0.012} = 0.104 \text{ (rad)}$$

(2) 中央峰内主极大数目为

$$n = 2k - 1 = 2\frac{d}{a} - 1 = 2\frac{a+b}{a} - 1$$

$$= 2 \times \frac{0.012 + 0.029}{0.012} - 1 = 7$$

(3) 谱线半角宽度为

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{\lambda}{Nd \cos\theta_k} = \frac{\lambda}{Nd \sqrt{1 - \sin^2\theta_k}} = \frac{\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}} \\ &= \frac{6.24 \times 10^{-4}}{10^3 \times 0.041 \times \sqrt{1 - \left(\frac{6.24 \times 10^{-4}}{0.041}\right)^2}} = 1.5 \times 10^{-6} \text{ (rad)} \end{aligned}$$

195. 平行光垂直入射到宽度为  $6\text{cm}$  的平面透射光栅上, 求在  $30^\circ$  衍射方向上的恰可分辨的两谱线的频率差  $\Delta\nu$  是

多少?

解: 由  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{v}{\Delta v} = kN$ , 得

$$\Delta v = \frac{v}{kN} = \frac{c}{kN\lambda}$$

超星阅读器提醒您:  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权!

(1)

由  $d\sin\theta = k\lambda$  及  $W = Nd$ , 得

$$W\sin\theta = kN\lambda \quad (2)$$

由 (1)、(2) 式, 有

$$\Delta v = \frac{c}{W\sin\theta} = \frac{3 \times 10^8}{0.06 \times \sin 30^\circ} = 10^{10} \quad (\text{Hz})$$

196. 一光栅的光栅常数  $d = 4 \mu\text{m}$ , 总宽度  $W = 10\text{cm}$ , 现有波长为  $5000\text{\AA}$  和  $5000.1\text{\AA}$  的平面波垂直照射到这块光栅上, 选定光栅在第 2 级工作, 问这两条谱线分开多大的角度? 能否分辨此双线?

解: 由  $d\sin\theta = k\lambda$ , 在  $\theta$  很小时, 有

$$\Delta\theta \approx \frac{k\lambda_2}{d} - \frac{k\lambda_1}{d} = \frac{k\Delta\lambda}{d} = \frac{2 \times 0.1 \times 10^{-10}}{4 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^{-6} \text{ (rad)}$$

而  $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = \frac{5000}{0.1} = 5 \times 10^4$ , 即须  $R = 5 \times 10^4$  的光栅才能

将这二谱线分辨。对题给光栅  $R = kN = k\frac{W}{d}$ , 将  $k = 2$ ,

$W = 10 \times 10^{-2}\text{m}$ ,  $d = 4 \times 10^{-6}\text{m}$  代入, 得

$$R = 2 \times \frac{10 \times 10^{-2}}{4 \times 10^{-6}} = 5 \times 10^4$$

恰可分辨。

197. 一光栅宽为  $5\text{cm}$ , 每毫米内有 400 条刻线。当波

长为 $500\text{nm}$ 的平行光垂直入射时，第4级衍射光谱在单缝衍射的第一极小位置。试求：（1）每缝（透光部分）的宽度；（2）第2级衍射光谱的半角宽度；（3）第2级可分辨的最小波长差；（4）若入射光改为与光栅平面法线成 $30^\circ$ 方向斜入射时，光栅能分辨的谱线的最小波长差又为多少？

解：（1）已知第4级缺级。由 $k' = \frac{d}{a}$ 得 $a = \frac{d}{k'}$ ，

将 $d = \frac{1}{400}\text{mm} = 2.5 \times 10^{-3}\text{mm}$ ， $k' = 4$ 代入，得

$$a = \frac{2.5 \times 10^{-3}}{4} = 0.625 \times 10^{-3} (\text{mm})$$

（2）由谱线半角宽度公式

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos\theta_k} = \frac{\lambda}{Nd \sqrt{1 - \left(\frac{k\lambda}{d}\right)^2}}$$

将 $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$ ， $N = 400 \times 50 = 2 \times 10^4$ ， $d = 2.5 \times 10^{-3}\text{mm}$ ， $k = 2$ 代入，得

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= \frac{5 \times 10^{-4}}{2 \times 10^4 \times 2.5 \times 10^{-3} \times \sqrt{1 - \left(\frac{2 \times 5 \times 10^{-4}}{2.5 \times 10^{-3}}\right)^2}} \\ &= 1.09 \times 10^{-5} (\text{rad}) \end{aligned}$$

（3）由 $R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda}$ 及 $R = kN$ ，得 $\Delta\lambda = \frac{\lambda}{kN}$

将 $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$ ， $k = 2$ ， $N = 2 \times 10^4$ 代入，得

$$\Delta\lambda = \frac{5 \times 10^{-4}}{2 \times 2 \times 10^4} = 1.25 \times 10^{-8} (\text{mm}) = 0.125 (\text{\AA})$$

(4) 入射光以 $30^\circ$ 角斜入射时, 能观察到的最大光谱级次为

$$k = (\sin 90^\circ + \sin 30^\circ) \cdot \frac{d}{\lambda} = \frac{3}{2} \times \frac{2.5 \times 10^{-3}}{5 \times 10^{-4}} = 7.5$$

即, 最多可观察到 7 级光谱。此时能分辨的最小波长间隔为

$$\Delta\lambda' = \frac{\lambda}{kN} = \frac{5000}{7 \times 2 \times 10^4} = 0.036(\text{\AA})$$

198. 一棱镜材料的折射率 $n=1.5$ , 色散率 $\frac{dn}{d\lambda} = 0.6$

$\times 10^{-5} / \text{\AA}$ , 顶角 $\alpha = 60^\circ$ , 底边长 $t = 5 \text{ cm}$ 。试求棱镜的角色散本领和色分辨本领。

解: (1) 棱镜角色散本领 $D = \frac{2 \sin(\alpha/2)}{\sqrt{1 - n^2 \sin^2(\alpha/2)}} \times \frac{dn}{d\lambda}$ , 将 $\alpha = 60^\circ$ ,  $n = 1.5$ ,  $\frac{dn}{d\lambda} = 0.6 \times 10^{-5} / \text{\AA}$ 代入上式, 得

$$D \approx 0.031' / \text{\AA}$$

(2) 棱镜色分辨本领为 $R = b \frac{dn}{d\lambda}$ , 将 $b = 5 \text{ cm}$ ,  $\frac{dn}{d\lambda} = 0.6 \times 10^{-5} / \text{\AA}$ 代入, 得

$$R = 5 \times 10^3 \times 0.6 \times 10^{-5} = 3 \times 10^3$$

199. 有 $2N$ 条平行狭缝, 缝宽相同都是 $a$ , 缝间不透光部分的宽度作周期性变化:  $a, 3a, a, 3a, \dots$  (如图), 单色平行光正入射到多缝上, 求下列各种情形中的夫琅和费衍射光强分布: (1) 遮住偶数缝; (2) 遮住奇数缝; (3) 全

开放。

解：因为复杂光栅的强度分布为

$$I(\theta) = I_0 M^2(\theta) \cdot N^2(\theta)$$

其中  $M(\theta)$  为衍射因子， $N(\theta)$  为干涉因子。

$$M(\theta) = \frac{\sin\alpha}{\alpha}, \quad \alpha = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

$$N(\theta) = \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}, \quad \beta = \frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$$

在 (1)、(2) 情况下， $d = 6a$ ，故  $\beta = 6\alpha$ ，于是得

$$I(\theta) = I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N6\alpha}{\sin 6\alpha} \right)^2$$

在 (3) 情况下，将每两缝看作一个衍射单元，其衍射因子为

$$M(\theta) = \frac{\sin\alpha}{\alpha} \frac{\sin 2\beta'}{\sin\beta'}, \quad \text{因为 } \beta' = \frac{\pi(2a)\sin\theta}{\lambda} =$$

$2\alpha$ ，故  $M(\theta)$  为

$$M(\theta) = 2 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right) \cos 2\alpha$$

其干涉因子为  $N(\theta) = \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ ，因为

$$\beta = \frac{\pi(6a)\sin\theta}{\lambda} = 6\alpha,$$

故其  $N(\theta)$  为

$$N(\theta) = \frac{\sin N6\alpha}{\sin 6\alpha}$$



故全开放时，其衍射光强分布为

$$I(\theta) = 4I_0 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \cos 2\alpha \right)^2 \left( \frac{\sin N\epsilon\alpha}{\sin\epsilon\alpha} \right)^2$$

200. 一闪耀光栅刻线数为100条/mm，用 $\lambda = 6000\text{\AA}$ 的单色平行光垂直入射到光栅平面，若第2级光谱闪耀，闪耀角应为多大？

解：由 $2d\cos i \sin\theta = k\lambda$ ，因为沿法线垂直入射，所以 $i = \theta$ ，即有

$2d\cos\theta \sin\theta = k\lambda$   
将 $k = 2$ 代入得， $d\sin 2\theta = 2\lambda$ ，故

$$\theta = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{2\lambda}{d} \right) = \frac{1}{2} \sin^{-1} \left( \frac{2 \times 6 \times 10^{-4}}{10^{-2}} \right)$$

$$= 3.45^\circ \approx 3^\circ 27'$$

201. 波长为 $5000\text{\AA}$ 的单色平行光正入射到一直径为 $0.4\text{cm}$ 的圆孔屏上，试确定沿轴线上光强为极大和极小点的位置。

解：由考察点向小孔露出的波面划分的“半波带”数为

$$k = \frac{\rho^2}{\lambda} \left( \frac{R+r_0}{Rr_0} \right) = \frac{\rho^2}{\lambda} \left( \frac{1}{R} + \frac{1}{r_0} \right)$$

因为是平行光， $R \rightarrow \infty$ ，有： $k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}$ 。于是

$$r_0 = \frac{\rho^2}{k\lambda}$$

已知 $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$ ， $\rho = 2\text{mm}$ 。当 $k$ 为奇数时，即 $k = (2m+1)$ ，相应亮点的位置为

$$r_m = \frac{2^2}{5 \times 10^{-4}} \cdot \frac{1}{2m+1} = \frac{8000}{2m+1} \text{ (mm)} \quad (m=0, 1, 2, \dots)$$

当k为偶数时，即k = 2m，相应暗点的位置为

$$r_m = \frac{2^2}{5 \times 10^{-4}} \cdot \frac{1}{2m} = \frac{8000}{2m} \text{ (mm)} \quad (m=1, 2, 3, \dots)$$

202. 波长为5890Å的单色平行光照明一直径为D = 2.6mm的小圆孔，接收屏距孔1.5m。问轴线与屏的交点是亮点还是暗点？当孔的直径改变为多大时，该点的光强发生相反的变化。

解：R → ∞时， $k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}$ ，将 $\lambda = 5.89 \times 10^{-4} \text{ mm}$ ，

$$\rho = \frac{D}{2} = 1.3 \text{ mm}, \quad r_0 = 1.5 \times 10^3 \text{ mm} \text{ 代入，得}$$

$$k = \frac{1.3^2}{5.89 \times 10^{-4} \times 1.5 \times 10^3} = 1.91 \approx 2$$

为偶数，暗点。若要使它变为亮点，则须k = 1或k = 3。当k = 1时，

$$\rho_1 = \sqrt{\lambda r_0} = \sqrt{5.89 \times 10^{-4} \times 1.5 \times 10^3} = 0.94 \text{ (mm)}$$

当k = 3时，

$$\rho_3 = \sqrt{3\lambda r_0} = \sqrt{3} \rho_1 = 1.63 \text{ (mm)}$$

其相应小孔的直径为

$$D_1 = 2\rho_1 = 1.88 \text{ (mm)} \text{ 及 } D_2 = 2\rho_2 = 3.26 \text{ (mm)}$$

203. 试定性画出小圆孔衍射中：(1) 光强随半径ρ的变化曲线 (r₀、R和λ固定)；(2) 光强随r₀的变化曲线

( $R$ 、 $\lambda$ 和 $\rho$ 固定)。

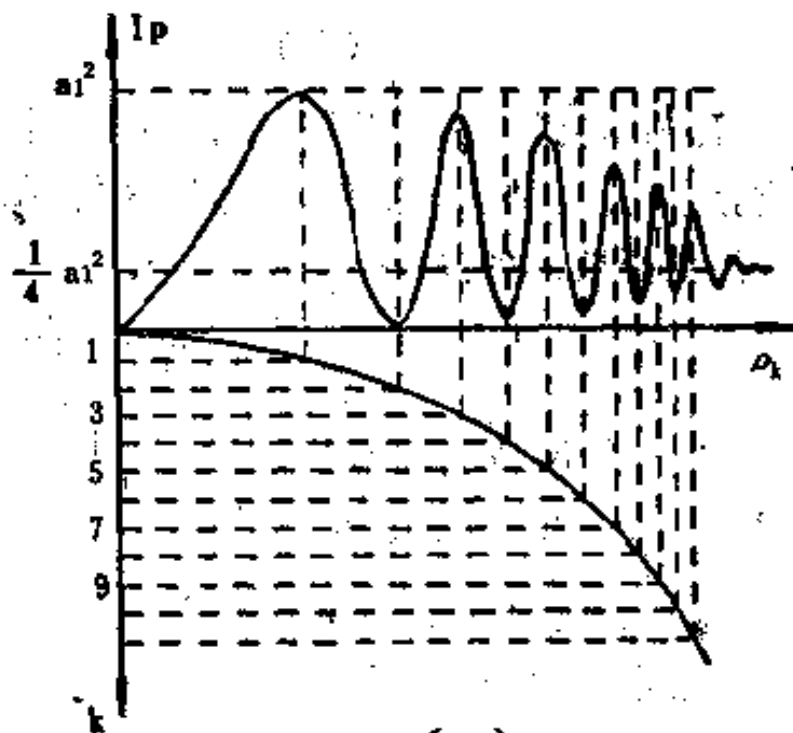
解：(1) 由  $k = \frac{\rho k^2}{\lambda} \cdot \frac{R+r_0}{Rr_0}$ ，当  $\lambda$ 、 $R$ 和 $r_0$ 固定时，

$k$ 与 $\rho_k$ 呈抛物线关系，于是有

$$\rho_k = \sqrt{\frac{k\lambda Rr_0}{R+r_0}}$$

当 $k$ 为奇数时， $P$ 点为亮点。设 $k=1$ 时光强 $a_1^2$ 为初始光强，随着奇数 $k$ 值的增大，其光强值减小，最后趋于 $\frac{1}{4} a_1^2$ ；

当 $k$ 为偶数时， $P$ 点为暗点，其初始光强( $k=2$ )近似为零，随着偶数 $k$ 值的增大，其光强值逐渐偏离零，最后也趋于 $\frac{1}{4} a_1^2$ ，如图(a)所示。

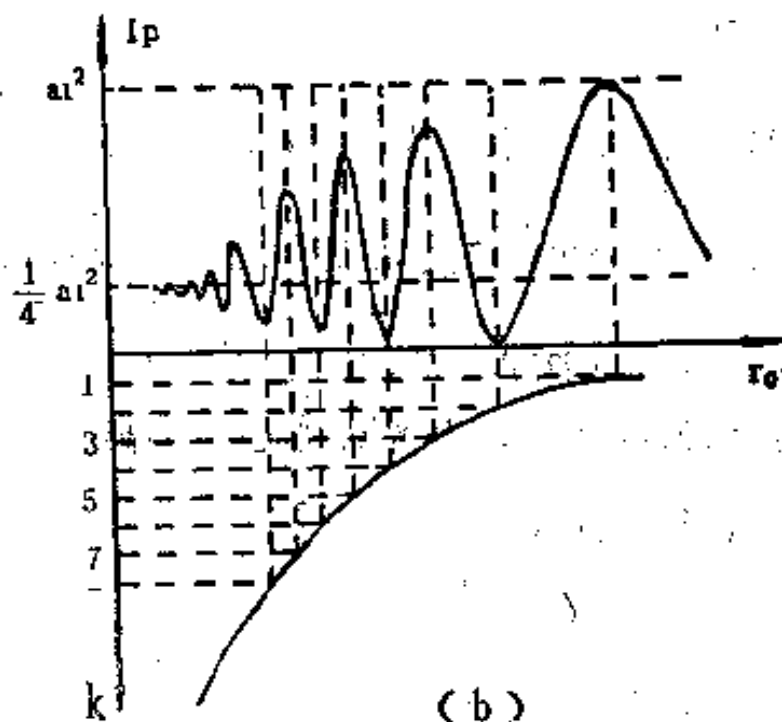


(a)

(2) 当  $R$ 、 $\lambda$  和  $\rho_k$  一定时,  $k$  与  $r_0$  的关系为

$$k = \left( \frac{\rho_k^2}{\lambda} \right) \frac{1}{r_0} + \frac{\rho_k^2}{\lambda R}$$

$k$  和  $r_0$  是双曲线关系, 其光强随  $r_0$  的变化曲线如图 (b) 所示。



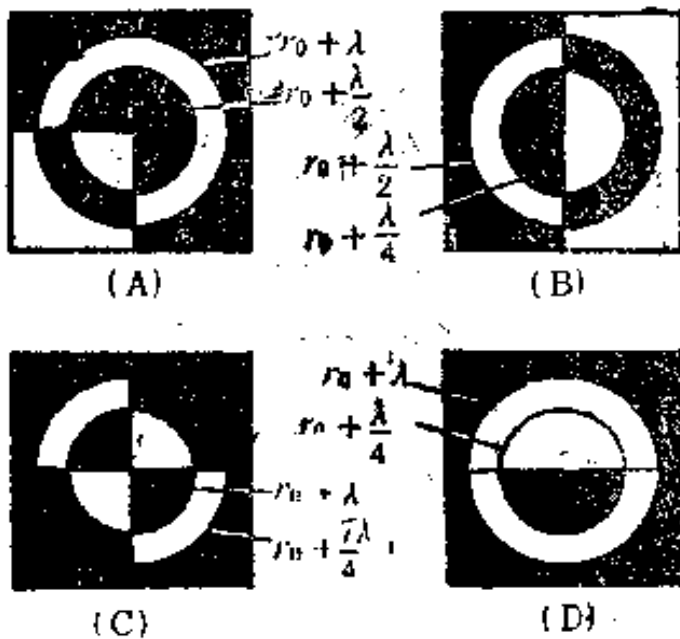
204. 针孔照相机不用透镜而是由一个带针孔的长为 10cm 的暗盒所构成。试问用它拍摄太阳时要得到最清晰明亮的象, 小孔直径应为多少?

解: 对于平行光入射有  $k = \frac{\rho^2}{\lambda r_0}$ , 若要得到最清晰明亮的象需取  $k = 1$ , 故小孔的直径应为

$$2\rho_1 = 2\sqrt{\lambda r_0} = 2\sqrt{5.5 \times 10^{-4} \times 10^2} \approx 0.47 \text{ (mm)}$$

205. 平行光照明如图 (A)、(B)、(C)、(D) 所示衍射屏, 图中标出的是该处到场点的光程,  $r_0$  是中心到场点的光程。用矢量图解法求轴上场点的光强比自由传播时

小多少？（忽略距离和倾斜因子对振幅的影响）



解：设光自由传播（即无衍射屏）时的振幅为  $A_0$ ，它相当于下列各图中圆的半径，光强为  $I_0$ （ $I_0 = A_0^2$ ）

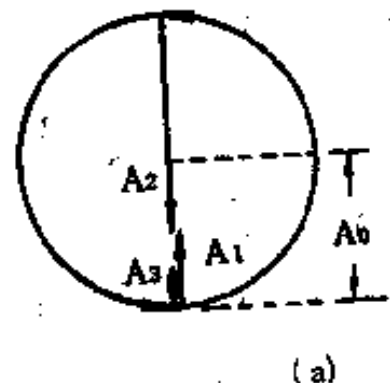
（1）衍射屏（A）：从中心到第一环为一个“半波带”，但只有1/4部分透光，其振幅为  $A_1$ ；从第一环到第二环也为一个“半波带”，有3/4部分透光，振幅为  $A_2$ ；从第二环到无穷等效于光自由传播，但只有1/4部分透光，振幅为  $A_3$ 。如图（a）所示。其总的合振幅为

$$A = A_1 - A_2 + A_3 = \frac{A_0}{2} - \frac{3A_0}{2} + \frac{A_0}{4} = -\frac{3}{4}A_0$$

相应光强为

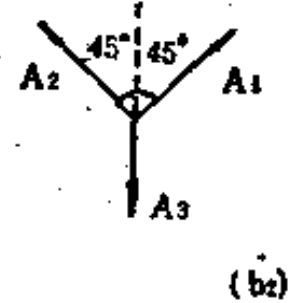
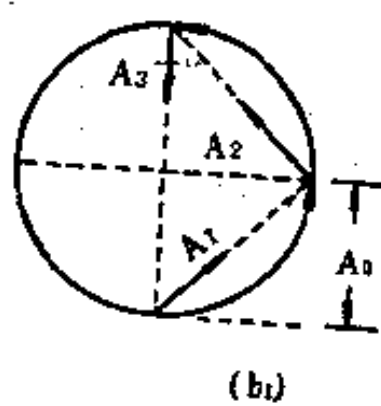
$$I = A^2 = \frac{9}{16}I_0$$

（2）衍射屏（B）：从中心到第一环为半个“半波带”，并只有一半透光，振幅为  $A_1$ ；从第一环到第二环也为半个“半波带”，也只有一半透光，振幅为  $A_2$ ；从第二环到无穷相当于光自由传播，有一半透光，振幅为  $A_3$ ，如图（b<sub>1</sub>），其合振幅如图（b<sub>2</sub>）所示，为



(a)

超星浏览器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！



$$A = 2A_1 \cos 45^\circ - A_3 = 2 \frac{\sqrt{2}}{2} A_0 \cdot \cos 45^\circ - \frac{A_0}{2}$$

$$= A_0 - \frac{1}{2} A_0 = \frac{1}{2} A_0$$

其光强为

$$I = A^2 = \frac{1}{4} A_0^2 = \frac{1}{4} I_0$$

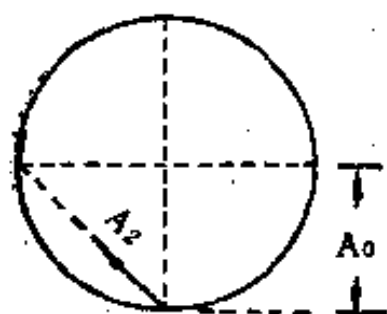
(3) 衍射屏(C)：从中心到第一环为两个“半波带”，无论透光为多少，其振幅 $A_1$ 均为零；从第一环到第二环有一个半“半波带”，并只有一半透光，振幅为 $A_2$ ，如图(c)，其合振幅为

$$A = A_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} A_0$$

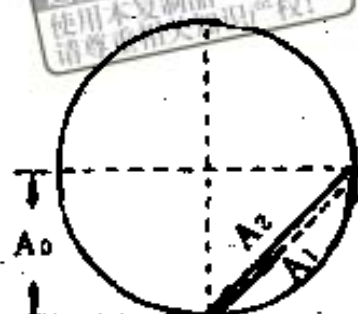
其光强为

$$I = A^2 = \frac{1}{2} I_0$$

(4) 衍射屏(D)：从中心到第一环为半个“半波带”，一半透光，振幅为 $A_1$ ，从第一环到第二环为一个半“半波带”，振幅为 $A_2$ ，如图(d)，其合振幅为



(c)



(d)

$$A = A_1 - A_2 = \frac{\sqrt{2}}{2} A_0 - \sqrt{2} A_0 = -\frac{\sqrt{2}}{2} A_0$$

其光强为

$$I = A^2 = \frac{1}{2} I_0$$

206. 波长 $6328\text{\AA}$ 的单色平行光垂直入射到一小圆孔屏上, 在孔后中心轴上距圆孔 $r_0 = 1\text{ m}$ 处的 $P_0$ 点出现一个亮点, 假定这时小圆孔对 $P_0$ 点恰好露出第一个菲涅耳半波带。试求: (1) 小圆孔的半径 $\rho$ ; (2) 由 $P_0$ 点沿中心轴从远处向圆孔移动时, 第一个暗点至圆孔的距离。

解: (1) 由 $\rho = \sqrt{k r_0 \lambda}$ , 将 $k = 1$ ,  $r_0 = 1\text{ m}$ ,

$\lambda = 6328 \times 10^{-10}\text{ m}$ 代入, 得

$$\rho = \sqrt{1 \times 1 \times 6328 \times 10^{-10}} = 8 \times 10^{-4}(\text{m}) = 0.8(\text{mm})$$

(2) 由 $r_0 = \frac{\rho^2}{k \lambda}$ , 将 $k = 2$ ,  $\rho = 8 \times 10^{-4}\text{ m}$ ,

$\lambda = 6328 \times 10^{-10}\text{ m}$ 代入, 得

$$r_0 = \frac{(8 \times 10^{-4})^2}{2 \times 6328 \times 10^{-10}} = 0.5(\text{m}) = 50(\text{cm})$$

超星阅读器提醒您：  
 请支持正版图书

207. 单色平面光波 波长 $5000\text{\AA}$ ，正入射到如图所示的衍射屏上， $r_1 = \sqrt{2}\text{ mm}$ ， $r_2 = 1\text{ mm}$ ，轴上观察点离衍射屏 $2\text{ m}$ ，计算观察点处的振幅和强度。

解：透光屏分为两部分， $\rho_1 = r_2 = 1\text{ mm}$ 的四分之三圆孔和 $\rho_2 = r_1 = \sqrt{2}\text{ mm}$ 的四分之一圆孔。已知 $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{ mm}$ ， $r_0 = 2 \times 10^3\text{ mm}$ 。先看半径为 $\rho_1$ 的四分之三圆孔包含的“半波带数” $k_1$ ：

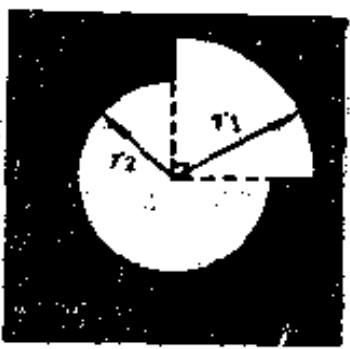
$$k_1 = \frac{\rho_1^2}{\lambda r_0} = \frac{1}{5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^3} = 1$$

即恰为一个“半波带”，令一个“半波带”在观察点的振幅为 $a_1$ ，则 $A_1 = \frac{3}{4}a_1$ ；再看半径为 $\rho_2$ 的

四分之一圆孔包含的“半波带”数 $k_2$ ：

$$k_2 = \frac{\rho_2^2}{\lambda r_0} = \frac{\sqrt{2}^2}{5 \times 10^{-4} \times 2 \times 10^3} \approx 2$$

即恰为二个“半波带”，故 $A_2 \approx 0$ 。所以



$$A_{\text{总}} = A_1 + A_2 = \frac{3}{4}a_1 + 0 = \frac{3}{4}a_1 = \frac{3}{4} \times 2A_0$$

$$I_{\text{总}} = \left( \frac{3}{2}A_0 \right)^2 = \frac{9}{4}I_0$$

208. 波长 $5633\text{\AA}$ 的单色光，从远处的光源发出，穿过一个直径 $D = 2.6\text{ mm}$ 的圆孔。问：（1）在 $r_0 = 1\text{ m}$ 处轴上P点为亮点还是暗点？（2）要使P点明暗与（1）相反，至少要将观察屏向前或向后移动多少距离？

解：（1）由 $k = \frac{\rho_k^2}{\lambda r_0}$ ，将 $\lambda = 5.633 \times 10^{-4}\text{ mm}$ ， $\rho_k$

$$= -\frac{D}{2} = 1.3\text{mm}, r_0 = 10^3\text{mm}, R = \infty \text{ 代入, 得}$$

$$k = \frac{1.3^2}{5.633 \times 10^{-4} \times 10^3} = 3$$

$k$ 为奇数, 即P为亮点。

(2) 要使P点为暗点, 可使 $k=2$ (将P点拉远)或使 $k=4$ (将P点拉近)。若 $k=2$ , 则

$$r_2 = \frac{\rho k^2}{k\lambda} = \frac{1.3^2}{2 \times 5.633 \times 10^{-4}} = 1500 \text{ (mm)}$$

即将P点远离小孔移动的距离为

$$\Delta r = r_2 - r_0 = 1500 - 1000 = 500 \text{ (mm)}$$

若 $k=4$ , 则 $r_4 = \frac{\rho k^2}{4\lambda} = 750\text{mm}$ , 即将P点靠近小孔移动的距离为

距离为

$$\Delta r = r_0 - r_4 = 1000 - 750 = 250 \text{ (mm)}$$

209. 用振幅矢量图解法导出单狭缝和多缝夫琅和费衍射光强分布公式。

解: (1) 将单狭缝等分为若干面元 $\Delta S$ , 令每一面元

在 $P_0$ 点振幅相等, 即 $\vec{A}_1 = \vec{A}_2 = \vec{A}_3 = \dots$ , 且相邻二振幅矢量在 $P_0$ 点的位相差相等。其矢量合成图如图(a)。从A点起作 $\vec{A}_1 + \vec{A}_2 + \vec{A}_3 + \dots$ , 即各小矢量首尾相接, 逐一转过相同角度, 最后到B点, 共转过角度为

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta = \frac{2\pi a}{\lambda} \sin\theta$$

当 $\Delta S \rightarrow 0$ 时, AB间折线趋于圆弧, 从图(a)可见,  $A_0$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

$= \overline{AB} = 2R \sin \alpha$ , 而  $R = \frac{\widehat{AB}}{2\alpha}$ , 所以

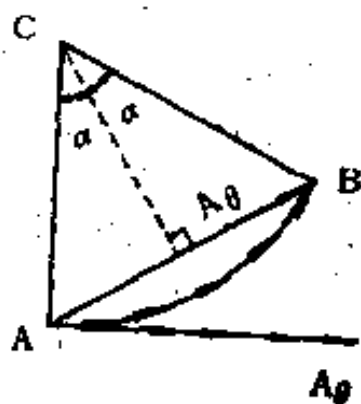
$$A_{\theta} = \overline{AB} = \widehat{AB} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

因  $\widehat{AB}$  展开为一直线时, 各小矢量间夹角 (位相差) 为零, 正好相当于  $P_0$  点振幅, 因而  $A_{\theta} = A_0 \frac{\sin \alpha}{\alpha}$ , 则单缝光强分布为

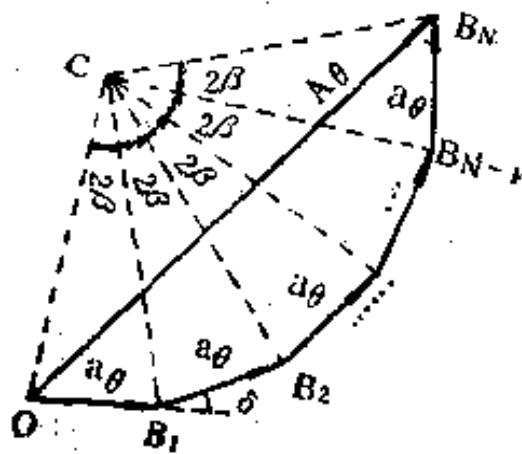
$$I_{\theta} = I_0 \left( \frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$

$$\text{其中 } \alpha = \frac{\delta}{2} = \frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta$$

(2) 多缝在  $P_{\theta}$  点的振动, 可视为  $N$  条狭缝在  $P_{\theta}$  点产生的振动的迭加, 而每条狭缝在  $P_{\theta}$  点的振幅  $A_{\theta}$  在 (1) 中已求出, 此处表为  $a_{\theta}$ , 则由图 (b) 可见,  $\overline{OB_1} = \overline{B_1B_2} = \dots =$



(a)



(b)

$B_{N-1}B_N = a_\theta$ ，它们逐一转过 $\delta$ 角度。因 $\overline{OC} = \frac{a_\theta}{2\sin\beta}$ ，故总

振幅 $\overline{OB_N} = 2\overline{OC}\sin N\beta$ ，即 $A_\theta = a_\theta \frac{\sin N\beta}{\sin\beta}$ ，将(1)中

结果 $a_\theta = a_0 \frac{\sin\alpha}{\alpha}$ 代入，则N缝光强分布为

$$I_\theta = a_0^2 \left( \frac{\sin\alpha}{\alpha} \right)^2 \left( \frac{\sin N\beta}{\sin\beta} \right)^2$$

其中 $\alpha = \frac{\pi a}{\lambda} \sin\theta$ ， $\beta = \frac{\pi d}{\lambda} \sin\theta$ 。

210. 一块菲涅耳波带片对波长 $0.5\mu\text{m}$ 的衍射光的焦距是 $10\text{m}$ ，假设它的中心为开带，(1)求波带片上第4开带外圆的半径；(2)将一点光源置于距波带片中心 $2\text{m}$ 处，求它的+1级象。

解：(1)第4个开带的k值为 $k=7$ ，由 $\rho = \sqrt{kr_0\lambda}$ ，

将 $k=7$ ， $r_0=10^4\text{mm}$ ， $\lambda=5\times 10^{-4}\text{mm}$ 代入，得

$$\rho = \sqrt{7 \times 10^4 \times 5 \times 10^{-4}} = 5.92 (\text{mm})$$

(2)由波带片成像公式 $\frac{1}{r_0} + \frac{1}{R} = \frac{1}{f'}$ ，将 $R=2\text{m}$ ，

$f'=10\text{m}$ 代入，得

$$r_0 = \frac{Rf'}{R-f'} = \frac{2 \times 10}{2-10} = -2.5 (\text{m})$$

211. 设波带片第5环半径为 $1.5\text{mm}$ ，求波带片对于波长 $0.5\mu\text{m}$ 的单色光的焦距 $f$ 和第1环半径 $r$ ，若波带片与屏幕之间充以折射率为 $n$ 的媒质，将发生什么变化？

超星阅读器提醒您：  
请购买正版图书，  
尊重知识，尊重版权！

解：由  $f = \frac{\rho k^2}{\lambda k}$ ，将  $\rho = 1.5\text{mm}$ ， $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$ ，

$k = 5$  代入，得

$$f = \frac{1.5^2}{5 \times 10^{-4} \times 5} = 900 (\text{mm})$$

由  $\rho = \sqrt{f \lambda k}$ ，将  $k = 1$ ， $f = 900\text{mm}$ ， $\lambda = 5 \times 10^{-4}\text{mm}$  代入，得

$$\rho_1 = \sqrt{900 \times 5 \times 10^{-4} \times 1} = 0.67 (\text{mm})$$

若充以介质后，其焦距将变长。

## 七、傅里叶光学的基本原理

212. 在光栅光谱仪的后透镜焦面上获得的是时间频谱还是空间频谱？

答：光栅光谱仪是用光栅作为色散元件，利用光栅的分光原理，将入射光中的不同波长成分在空间按一定的次序分开而形成光谱，并经光栅后面的透镜聚焦后在其后焦面上形成单色光谱。故在其后焦面上获得的是时间频谱。

213. 全息图的一块碎片和整块全息图再现的图象是否完全相同？

答：拍摄全息图的原理和普通照片不同，它的物象关系是点面对应，物体上每一点的光信息（振幅和位相）被记录在整个全息图上。换句话说，全息图上的每一局部都包含来自物体上各点的整个光信息。因此，每一破碎的全息图片都能再现原物的基本形状。所不同的是，由于全息图是一个复杂的光栅，它的面积减少，相当于光栅的总缝数 $N$ 减少，将导致其分辨本领降低，从而使得碎片的全息图象不如整块的清晰。

214. 伽伯最先拍摄全息图的装置中，物光和参考光源均位于全息图平面的同一法线上，称之为共轴全息图。这种全息图在再现时有什么缺点？

答：共轴全息图再现时的一个最大的缺点是它生成的0级和 $\pm 1$ 级衍射光沿同一方向，因此观察再现现象时要受直射

光和另一级衍射光的干扰，共轴全息图只能再现于一个亮的背景中而不能再现于暗的背景中，这样就使再现结果的反差严重下降。另外，由于三束衍射光沿同一方向，长时间用眼观察，也会对人眼带来一定的危害。

215. He-Ne激光器发出的平行光 ( $\lambda = 632.8\text{nm}$ ) 垂直照射在一圆孔衍射屏上，孔的半径为  $1.25\text{mm}$ 。为了观察夫琅和费衍射，观察屏大约必须放多远？

解：在夫琅和费近似条件下，通常取略去的二次项所引起的位相变化小于  $\frac{\pi}{10}$  作为标准，即

$$\frac{2\pi}{\lambda} \frac{(x_0^2 + y_0^2)_{\max}}{2Z} \ll \frac{\pi}{10}$$

将  $(x_0^2 + y_0^2)_{\max} = (1.25\text{mm})^2$ ， $\lambda = 6.328 \times 10^{-4}\text{mm}$  代入，得

$$Z \gg \frac{10(x_0^2 + y_0^2)_{\max}}{\lambda} = \frac{10 \times 1.25^2}{6.328 \times 10^{-4}}$$

$$= 24.69(\text{m})$$

即，观察屏至少应放在离衍射屏  $24.69\text{m}$  处。

216. 今有宽度为  $a$  的单狭缝的夫琅和费衍射装置如图，在缝宽  $x$  从  $(-\frac{a}{2})$  到  $(+\frac{a}{2})$  的缝平面上覆盖着振幅透射率为

$t(x) = \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right)$  的膜片。试求夫琅和费衍射场的振幅分布，并和无膜片时的衍射场振幅分布作比较。

解：在单狭缝上加膜片后，衍射屏上的夫琅和费衍射场的复振幅分布为

超星阅读器提醒您：  
 使用本复制品  
 请尊重相关知识产权！

$$\begin{aligned}
 E(u) &= \frac{\tilde{E}_0}{i\lambda z} e^{ikz} e^{ik\frac{u^2}{2z}} \tilde{\gamma} \left\{ t(x) \right\} \\
 &= \tilde{C} \tilde{\gamma} \left\{ \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \right\} \\
 &= \tilde{C} \int_{-a/2}^{a/2} \cos\left(\frac{\pi x}{a}\right) \cdot e^{-ik\frac{u}{z}x} dx \\
 &= \tilde{C} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left( e^{i\frac{\pi x}{a}} + e^{-i\frac{\pi x}{a}} \right) e^{-ik\frac{u}{z}x} dx \\
 &= \tilde{C} \int_{-a/2}^{a/2} \frac{1}{2} \left( e^{i\frac{\pi x}{a}} + e^{-i\frac{\pi x}{a}} \right) e^{-ik \cdot \sin\theta \cdot x} dx, \\
 & \qquad \qquad \qquad \left( \sin\theta = \frac{u}{z} \right) \\
 &= \tilde{C} \frac{a}{2} \left[ \text{sinc}\left(u + \frac{\pi}{2}\right) + \text{sinc}\left(u - \frac{\pi}{2}\right) \right] \quad (1)
 \end{aligned}$$

其中,  $u = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$ 。由(1)式可知

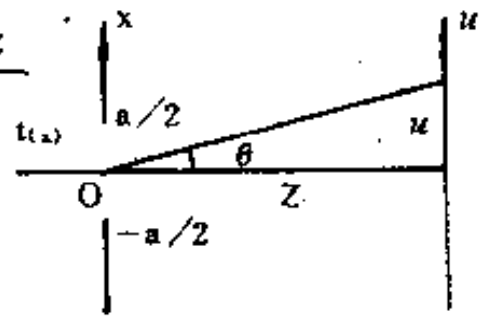
$$\text{sinc}\left(u \pm \frac{\pi}{2}\right) = \frac{\sin\left(\frac{\pi}{2} \pm u\right)}{\frac{\pi}{2} \pm u} = \frac{\cos u}{\frac{\pi}{2} \pm u}$$

当  $u = (2k+1) \frac{\pi}{2}$  时, 为衍射极小, 所以

$$u = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda} = (2k+1) \frac{\pi}{2}$$

即, 加膜片时衍射极小公式为

$$a \sin\theta = (2k+1) \frac{\lambda}{2}$$



超星阅读器提醒您：  
使用本复制(2)  
请尊重相关知识产权！

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{当 } k = 1 \text{ 即第一级极小时有: } a \sin \theta = \frac{3}{2} \lambda \\ \text{当 } u = 0 \text{ 时: } E(u) = \frac{a}{2} \tilde{C} \left[ \text{sinc} \left( \frac{\pi}{2} \right) + \text{sinc} \left( -\frac{\pi}{2} \right) \right] \\ = \frac{a}{2} \tilde{C} \left( \frac{1}{\frac{\pi}{2}} + \frac{-1}{-\frac{\pi}{2}} \right) = \frac{2}{\pi} a \tilde{C} \end{array} \right. \quad (3)$$

而未加膜片时，其复振幅分布为

$$E_{\text{无}}(u) = \tilde{C} a \text{sinc}(u) \quad (4)$$

为了与(1)式比较，将(4)式除以2使得(4)式和(1)式中的振幅相等，得

$$E_{\text{无}}(u) = \tilde{C} \frac{a}{2} \text{sinc}(u) \quad (5)$$

其衍射极小公式为： $a \sin \theta_{\text{无}} = k \lambda$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{当 } k = 1 \text{ 时, } a \sin \theta_{\text{无}} = \lambda \end{array} \right. \quad (6)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{当 } u = 0 \text{ 时, } E_{\text{无}}(u) = \frac{\tilde{C}}{2} a \end{array} \right. \quad (7)$$

将(2)式除以(6)式，得

$$\frac{a \sin \theta}{a \sin \theta_{\text{无}}} = \frac{3\lambda/2}{\lambda} = 1.5$$

即，加膜片后，中央主极大的宽度为不加膜片的1.5倍。将(3)式与(5)式相除，得

$$\frac{E(u)}{E_{\text{无}}(u)} = \frac{\frac{2}{\pi} a \tilde{C}}{\frac{\tilde{C}}{2} a} = \frac{4}{\pi} \approx 1.27 \text{ 及 } \frac{E^2(u)}{E_{\text{无}}^2(u)} \approx 1.63$$

即,加膜片后,中心的复振幅值及强度分别为不加膜片的1.27倍和1.63倍。故,加膜片后能使中央主极大的宽度增加、中心的光强增大,使光能主要分布在零级,而去掉零级以外的大部分光能。这种方法称为光学切趾法。

217. 一块透明片的振幅透射率为 $t(x) = e^{-\pi x^2}$  (高斯分布), 将其置于透镜的前焦面上, 并用单位振幅的单色光垂直照明, 求透镜后焦面上的振幅分布。

解: 光波通过透明片后的振幅分布为

$$E_0(x_0) = 1 \cdot t(x_0) = e^{-\pi x_0^2}$$

$E_0(x_0)$ 的傅氏变换即为透镜后焦面的振幅分布, 即

$$\begin{aligned} E(f_x) &= \int_{-\infty}^{\infty} E_0(x_0) e^{-i2\pi f_x \cdot x_0} dx_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi x_0^2} \cdot e^{-i2\pi f_x \cdot x_0} dx_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x_0^2 + 2if_x \cdot x_0)} dx_0 \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{\pi[x_0^2 + 2if_x \cdot x_0 + (if_x)^2 - (if_x)^2]} dx_0 \\ &= e^{-\pi f_x^2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\pi(x_0 + if_x)^2} d(x_0 + if_x) \end{aligned}$$

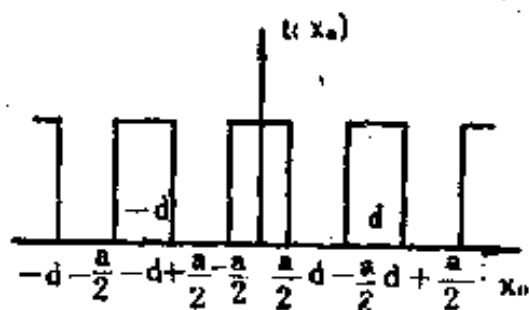
$$= e^{-\pi f_x^2} \cdot 2 \frac{\sqrt{\frac{\pi}{\lambda}}}{2\sqrt{\pi}} = e^{-\pi f_x^2}$$

若以后焦面上的坐标表示, 则为

$$E(x) = e^{-\pi \left(\frac{x}{f'\lambda}\right)^2}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

218. 利用傅里叶变换方法, 求包含  $N$  个狭缝的衍射光栅的夫琅和费衍射图样的强度分布公式。设狭缝宽度为  $a$ , 光栅常数为  $d$ , 光栅由单位振幅的单色光垂直照明。



解: 在光栅面上取坐标如图所示,  $x_0$  轴沿光栅宽度方向。设光栅包含奇数个狭缝, 于是光栅的透射率函数可写为

$$t(x_0) = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \text{rect}\left(\frac{x_0 - nd}{a}\right)$$

而  $t(x_0)$  的傅里叶变换就是夫琅和费衍射图样的振幅分布。即

$$\begin{aligned} E(f_x) &= \mathcal{F}\left\{t(x_0)\right\} = \mathcal{F}\left\{\sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \text{rect}\left(\frac{x_0 - nd}{a}\right)\right\} \\ &= \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} \mathcal{F}\left\{\text{rect}\left(\frac{x_0 - nd}{a}\right)\right\} \end{aligned}$$

根据傅里叶变换的缩放定理和平移定理, 上式可写为

$$E(f_x) = \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} a \cdot \text{sinc}(\pi a f_x) e^{-j2\pi n d f_x}$$

$$\begin{aligned}
&= a \cdot \text{sinc}(\pi a f_x) \sum_{n=-(N-1)/2}^{(N-1)/2} e^{-i2\pi f_x n d} \\
&= a \cdot \text{sinc}(\pi a f_x) \\
&\times \frac{e^{-i2\pi f_x d \cdot \frac{N-1}{2}} - e^{i2\pi f_x d \cdot \frac{N-1}{2}}}{1 - e^{i2\pi f_x d}} \cdot e^{i2\pi f_x d} \\
&= a \cdot \text{sinc}(\pi a f_x) \cdot \frac{e^{i\pi f_x d N} - e^{-i\pi f_x d N}}{e^{i\pi f_x d} - e^{-i\pi f_x d}} \\
&= a \cdot \text{sinc}(\pi a f_x) \frac{\sin(N\pi f_x d)}{\sin(\pi f_x d)}
\end{aligned}$$

因此，其衍射图样的强度分布为

$$I(f_x) = a^2 \text{sinc}^2(\pi a f_x) \cdot \frac{\sin^2(N\pi f_x d)}{\sin^2(\pi f_x d)}$$

上述结果是在假设光栅包含奇数个狭缝时得到的，若设包含偶数个狭缝，其结果完全一样。

219. 一柱面透镜的一个表面为柱面的一部分，另一面为平面。柱面的曲率半径为  $R$ ，透镜的最大厚度为  $d_0$ ，材料的折射率为  $n$ ，如图 (a) 所示。试证透镜的位相变换函数为

$$\tilde{t}(x, y) = \exp(iknd_0) \cdot \exp\left(-ik \frac{x^2}{2f'}\right)$$

注：柱面透镜的焦距  $\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$

解：如图 (b) 所示，柱面透镜的厚度函数仅仅与  $x_0$  方

向坐标有关, 即

$$d(x_0, y_0) = d_0 - (R_1 - \sqrt{R_1^2 - x_0^2})$$

$$= d_0 - R_1 \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{x_0^2}{R_1^2}} \right)$$

超星浏览器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

式中 $d_0$ 为中心最大厚度,  $R_1$ 为柱面的曲率半径。在傍轴近似条件下, 有

$$d(x_0, y_0) \simeq d_0 - R_1 \left[ 1 - \left( 1 - \frac{x_0^2}{2R_1^2} \right) \right] = d_0 - \frac{x_0^2}{2R_1}$$

设柱面透镜为薄透镜, 则光波通过透镜 $(x_0, y_0)$ 点产生的位相延迟为:

$$\Phi(x_0, y_0) = \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ nd(x_0, y_0) + [d_0 - d(x_0, y_0)] \right\}$$

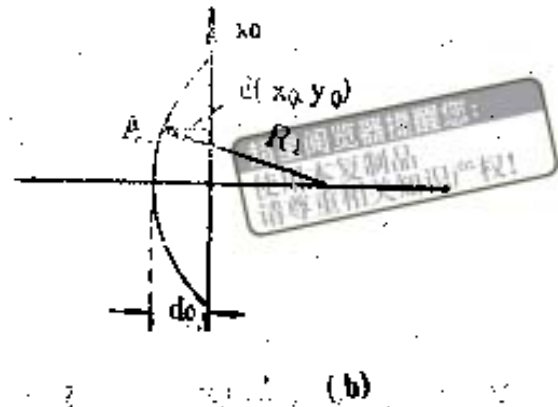
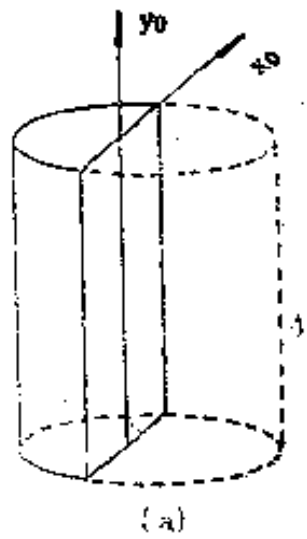
$$= \frac{2\pi}{\lambda} \left\{ d_0 + (n-1) \cdot d(x_0, y_0) \right\}$$

$$\simeq \frac{2\pi}{\lambda} \left( d_0 + (n-1) \left( d_0 - \frac{x_0^2}{2R_1} \right) \right)$$

$$= \frac{2\pi}{\lambda} \left( nd_0 - (n-1) \frac{x_0^2}{2R_1} \right)$$

由于柱面透镜的焦距为

$$\frac{1}{f'} = (n-1) \left( \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) = \frac{n-1}{R_1}, \quad (R_2 \rightarrow \infty)$$



所以，上式可以写为

$$\Phi(x_0, y_0) = \frac{2\pi}{\lambda} \left( nd_0 - \frac{x_0^2}{2f'} \right) = k \left( nd_0 - \frac{x_0^2}{2f'} \right)$$

故柱面透镜的位相变换函数为

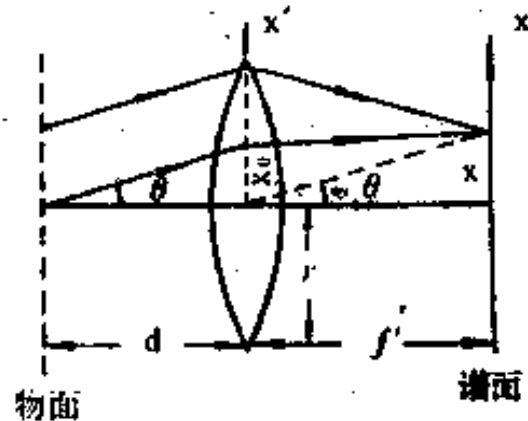
$$\tilde{t}(x_0, y_0) = e^{i\Phi(x_0, y_0)} = e^{iknd_0} \cdot e^{-ik \frac{x_0^2}{2f'}}$$

220. 在朗奇光栅的夫琅和费衍射装置中，光栅与透镜  $L_2$  相距为  $d$ 、透镜半径为  $r$ ，试求透镜的截止频率（即能通过透镜的最大空间频率）。

解：因为光栅经平面波照射在透镜的后焦面（即谱面）形成夫琅和费衍射，则物函数中所含的空间频率为

$$f_x = \frac{x}{\lambda f'}$$

因为  $\frac{x}{f'} = \frac{x'}{d}$  （如图）



所以  $f_x = \frac{x'}{\lambda d}$  ( $x'$  为透镜所处的坐标)

故, 物函数中能通过透镜的最大空间频率为

$$f_M \leq \frac{r}{\lambda d}$$

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

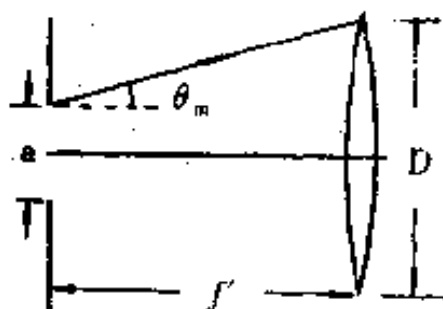
221. 将一宽为  $a = 2 \text{ cm}$  的单缝衍射屏置于焦距为  $60 \text{ cm}$  的透镜的前焦面上, 波长为  $0.6 \mu\text{m}$  的单色光正入射到衍射屏上, 求系统的截止频率。

解: 如图所示, 透镜所能接收的最大衍射角  $\theta_M$  为

$$\sin \theta_M \approx \frac{\frac{D}{2} - \frac{a}{2}}{f'} = \frac{D - a}{2f'}$$

因此, 透镜作为滤高频的低通滤波器, 其截止频率为

$$f_M = \frac{\sin \theta_M}{\lambda} = \frac{D - a}{2\lambda f'}$$



设透镜的孔径  $D = 5 \text{ cm}$ , 故

$$f_M = \frac{5 - 2}{2 \times 0.6 \times 10^{-4} \times 60} \approx 42 \text{ (mm}^{-1}\text{)}$$

222. 观察  $6328 \text{ \AA}$  的平行光波正入射到朗奇光栅上的傅里叶频谱。光栅每毫米内有 100 条刻线, 为了使傅氏面上至少能够获得  $\pm 5$  级衍射斑, 并要求相邻衍射斑的间隔不小于  $2 \text{ mm}$ , 透镜焦距及口径至少要多大?

解: 由于  $d \sin \theta = k\lambda$ , 所以相邻衍射斑的角间隔为

$$\Delta \theta = \frac{\lambda}{d}$$

相邻衍射斑的线间隔为

$$\Delta l = f' \cdot \Delta\theta = \frac{f'\lambda}{d}$$

由题意知  $\Delta l = 2\text{mm}$ ,  $\lambda = 6.328 \times 10^{-4}\text{mm}$ ,  $\frac{1}{d} = 100/\text{mm}$ ,

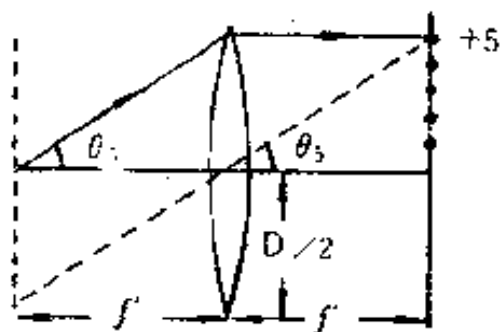
故为使相邻衍射斑的间隔不小于  $2\text{mm}$ , 其透镜的焦距  $f'$  应取

$$f' \geq \frac{\Delta l}{\lambda \cdot \frac{1}{d}} = \frac{2}{6.328 \times 10^{-4} \times 100} \approx 32 (\text{mm})$$

由于第5级衍射斑的衍射角为

$$\sin\theta_5 = \frac{5\lambda}{d}$$

而物面一般均位于透镜的前焦面上, 如图所示, 故



$$\sin\theta_5 = \frac{5\lambda}{d} \approx \frac{D/2}{f'} = \frac{D}{2f'}$$

$$\text{即 } D = 2f' \sin\theta_5 = \frac{10\lambda f'}{d}$$

所以, 为使在傅氏面上至少能够获得  $\pm 5$  级衍射斑, 其透镜孔径  $D$  应取

$$D \geq \frac{10\lambda f'}{d} = 10 \times 6.328 \times 10^{-4} \times 32 \times 100 \approx 20.2 (\text{mm})$$

223. 利用阿贝成像原理导出在相干照明条件下显微镜的最小分辨距离公式, 并同非相干照明的最小分辨距离公式比较。

解: 系统的截止频率  $f_M$  大体上由镜头边缘对物平面中心所张的最大孔径角  $u_0$  决定, 其间关系为  $\sin u_0$

$= f_M \lambda$ , 从几何关系看又有  $\sin u_0 \approx \frac{D/2}{F}$ , 所以相干系统的

截止频率为

$$f_M \approx \frac{\sin u_0}{\lambda} = \frac{1}{2\lambda} \cdot \frac{D}{F}$$

超星浏览器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

截止频率的倒数便是相干系统可分辨的最小空间周期，即最小分辨距离  $d_m$ ，它应为

$$d_m = \frac{1}{f_M} = \frac{\lambda}{\sin u_0} = 2\lambda \left( \frac{D}{F} \right)^{-1}$$

而非相干显微成像系统的最小分辨距离为

$$\delta y = 0.61 \frac{\lambda}{\sin u_0}$$

由此可见，两者 ( $d_m$  与  $\delta y$ ) 的数值相近，即相干照明并未显著提高系统分辨细节的能力。

224. 若一平面物体的全息图记录在一个与物平行的平面上，证明，再现现象必定成在一个与全息图平行的平面内。

解：如图 (a)，平面物体 B 与胶片平面  $(x, y)$  平行，且相距为  $z_0$ ，物体 B 上的任意一点  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  发出的球面波在胶片平面上产生的光场复振幅分布可表示为

$$\tilde{E}_0(x, y, 0) = a(x_0, y_0) e^{ikr_0} \quad (1)$$

其中  $r_0 = [ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + z_0^2 ]^{1/2}$

设参考平面波为

$$\tilde{E}_R(x, y) = A e^{-i2\pi\alpha y} \quad (2)$$

其中  $\alpha = \frac{\sin\theta}{\lambda}$

由  $\tilde{E}_O$  和  $\tilde{E}_R$  相干涉，在胶片平面上的干涉光强分布为

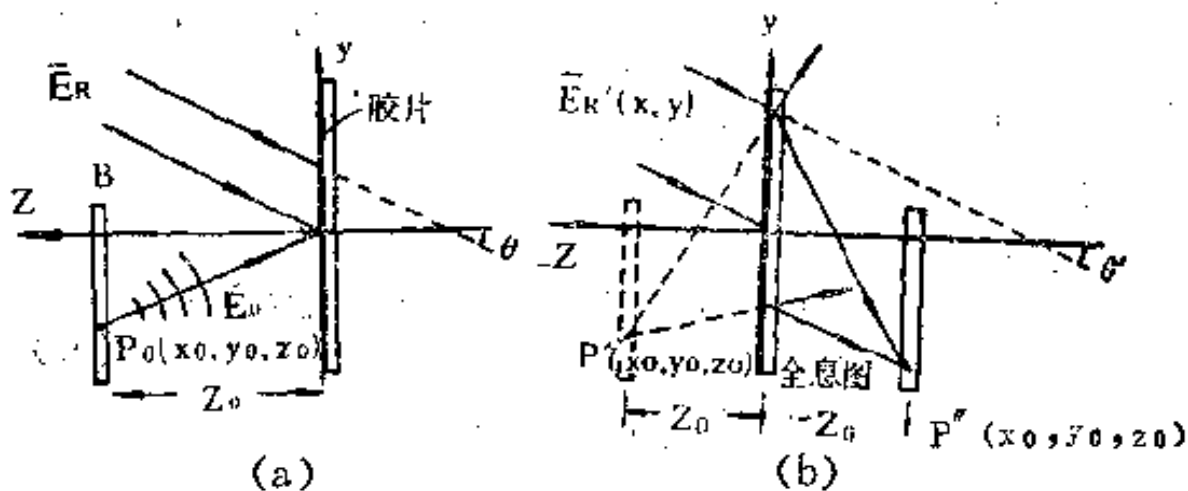
$$I(x, y) = A^2 + |a|^2 + aAe^{i(kr_0 + 2\pi\alpha y)} + a^*Ae^{-i(kr_0 + 2\pi\alpha y)}$$

将此胶片经线性曝光冲洗后，其全息图的振幅透过率为

$$t(x, y) = t_0 + t_1 I(x, y) = t_0 + t_1 A^2 + t_1 |a|^2 + t_1 a A e^{i(kr_0 + 2\pi\alpha y)} + t_1 a^* A e^{-i(kr_0 + 2\pi\alpha y)}$$

式中  $t_0$ 、 $t_1$  为常数， $t_0$  称为胶片的灰雾度。

在薄乳胶情况下，不受布喇格条件限制，可以用任意方向传播的平面波再现全息图（参见图b）。设用来再现的平面波为



$$\tilde{E}_{R'}(x, y) = A' e^{-i2\pi\alpha' y} \quad (3)$$

其中  $\alpha' = \frac{\sin\theta'}{\lambda}$ ； $A'$  为实数，则透过全息图的光场的衍射场

为

$$\begin{aligned}\tilde{E}(x, y) &= t(x, y) \cdot \tilde{E}'_R(x, y) \\ &= (t_0 + t_1 A^2) \cdot A' e^{-i2\alpha' y} \\ &\quad + t_1 |a|^2 A' e^{-i2\pi\alpha' y} \\ &\quad + t_1 a A A' e^{i[kr_0 + 2\pi(\alpha - \alpha')y]} \\ &\quad + t_1 a^* A A' e^{-i[kr_0 + 2\pi(\alpha + \alpha')y]} \quad (4)\end{aligned}$$

在(4)式中, 第三项为再现的物光波, 为虚象, 第四项为共轭物光波, 为实象。

下面分别对(4)式中的第三项和第四项进行讨论。因为

$$\begin{aligned}r_0 &= \left[ z_0^2 + (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right]^{1/2} \\ &\simeq z_0 + \frac{1}{2z_0} \left[ (x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 \right] \quad (5)\end{aligned}$$

故, 物光波(1)式可写成

$$\begin{aligned}\tilde{E}_0(x, y, 0) &= a(x_0, y_0) e^{ikz_0 + ik \frac{1}{2z_0} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2]} \quad (6)\end{aligned}$$

将(5)式代入(4)式中的第三项为

$$\begin{aligned}&t_1 a A A' e^{i[kr_0 + 2\pi(\alpha - \alpha')y]} \\ &= t_1 a A A' e^{i k z_0 + i k \frac{1}{2z_0} [(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2] + i 2\pi(\alpha - \alpha')y}\end{aligned}$$

$$= t_1 a A A' e^{ikz_0 + i \frac{k}{2z_0} \left[ (x-x_0)^2 + (y-y_0)^2 + 2z_0(\sin\theta - \sin\theta') y \right]}$$

$$= t_1 a A A' e^{ikz_0 + i \frac{k}{2z_0} \left\{ (x-x_0)^2 + (y - \overline{y_0} - z_0(\sin\theta - \sin\theta'))^2 \right\}}$$

$$\cdot e^{iky_0(\sin\theta - \sin\theta') - i \frac{z_0 \pi}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta')^2}$$

$$= a'(x_0, y_0) e^{ikz_0 + ik \frac{1}{2z_0} \left[ (x' - x_0)^2 + (y - \overline{y_0})^2 \right]} \quad (7)$$

式中

$$\overline{y_0} = y_0 - z_0(\sin\theta - \sin\theta') \quad (8)$$

$$a'(x_0, y_0) = t_1 A A' a(x_0, y_0) \cdot \exp \left[ ik y_0 (\sin\theta - \sin\theta') - i \frac{z_0 \pi}{\lambda} (\sin\theta - \sin\theta')^2 \right] \quad (9)$$

由(7)式与(6)式比较可知, (7)表示好象从 $P_0'$  ( $x_0, \overline{y_0}, z_0$ )发出的发散球面波, 其象点相对于原物点在同一平面上由 $y_0$ 点移动到 $\overline{y_0}$ 点, 但并不改变与全息图平面的距离。

以上证明了平面物体的虚象仍在平面物体所在的平面内, 与全息图保持平行。

同理可由(4)式中的第四项证明, 共轭物光波成实象, 与全息图的距离也是 $z_0$ , 位于全息图另一侧, 与全息图始终保持平行。

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

## 八、光在晶体中的传播

225. 为什么通过平面平行的双折射晶片观察远方物体时，只看到一个象，而不是如同物体放在近处那样看到两个象？

答：从远方物体A发出的光线可视为平行光线，经双折射晶片后，e光和o光的出射光线有不同的侧位移，但彼此平行。因为眼睛对无穷远聚焦，所以相互平行的e光、o光出射光线均聚于一点A'，故只看到一个象。

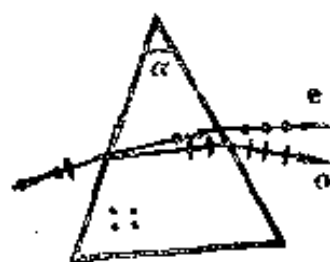
226. 如图(a)所示，一束光从方解石三棱镜左边入射。方解石的光轴可以有三种取向：即分别与图中直角坐标系的三个轴平行。试分析每一种情况下出射光束的偏振情况以及如何测定 $n_o$ 和 $n_e$ 。

答：光线从方解石三棱镜左边入射，当方解石的光轴分别沿x轴、y轴、z轴时，光的传播情况及其偏振态如图(b)~(d)。测出图(c)或(d)中e光、o光的最小偏向角 $\delta_{me}$ 、 $\delta_{mo}$ ，由最小偏向角公式 $n = \frac{\sin\left(\frac{\alpha + \delta_m}{2}\right)}{\sin\frac{\alpha}{2}}$ ，量出

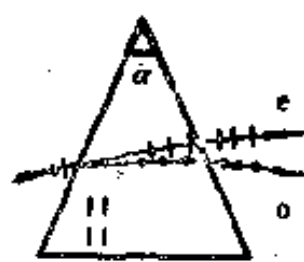
棱镜顶角 $\alpha$ ，分别将 $\delta_{me}$ 、 $\delta_{mo}$ 代入，即可求出e光、o光在方解石中的 $n_e$ 、 $n_o$ 。



(b)



(c)



(d)

227. 如果把方解石割成厚度相等的A、B两块并移开一点距离，一束自然光通过这两块方解石后有几条光线射出来？为什么？

答：一束自然光通过两块移开一点距离的方解石A、B后，出射光线一般为四条：ee、eo、oe和oo，如图所示。若

把B块绕光线转过一角度 $\alpha$ ，当 $\alpha = 0^\circ$ 时， $I_{oo} = I_{ee} = \frac{1}{2}I$ ，

$I_{oe} = I_{eo} = 0$ ，只有两条出射光线；当 $\alpha = 45^\circ$ 时， $I_{oo} = I_{ee}$

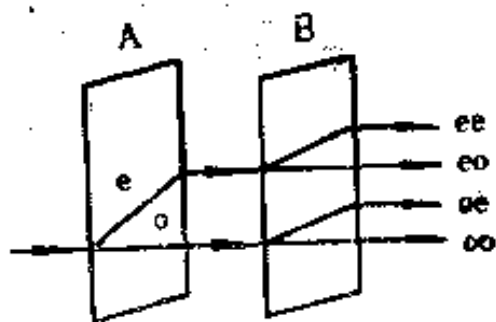
$= I_{oe} = I_{eo} = \frac{1}{4}I$ ，有四条出射

光线；当 $\alpha = 90^\circ$ 时， $I_{oo} = I_{ee}$

$= 0$ ， $I_{eo} = I_{oe} = \frac{1}{2}I$ ，只有两

条出射光线；当 $\alpha = 180^\circ$ 时，

同 $\alpha = 0^\circ$ 时的情形一样。



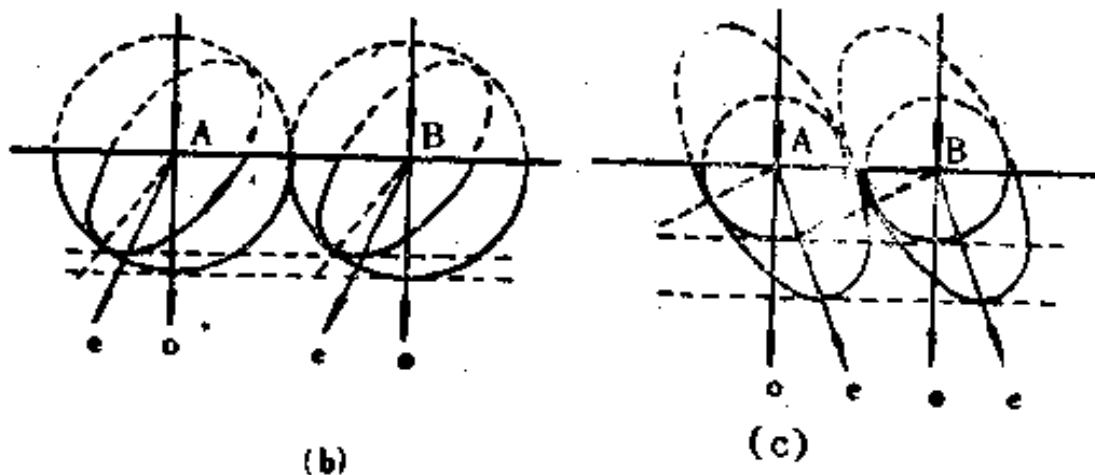
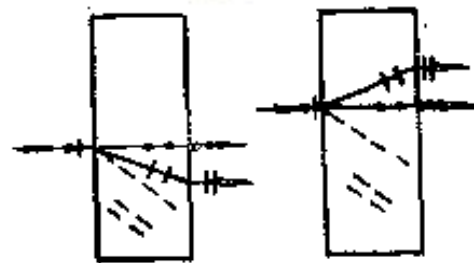
228. 试根据图(a)中所画的折射情况，判断晶体的正负。

答：如图（b），正晶体中， $v_e < v_o$ ，椭球面在球面之内；如图（c），负晶体中， $v_e > v_o$ ，椭球面在球面之外。

按惠更斯作图法，画出正入射的光束AB分别经正晶体和负晶体后e光、o光的传播方向。

将图（a）分别与图（b）、

（c）比较即可看出，（a）图左方晶体为正晶体，e光在o光下方；右方为负晶体，e光在o光上方。



229. 一棱镜由一个负晶体直角棱镜（光轴垂直图面）和一个玻璃直角棱镜（折射率为 $n$ ）组成。试就下列几种情形讨论垂直棱镜入射的自然光经棱镜后双折射光线的传播方向：（1） $n = n_o$ ；（2） $n = n_e$ ；（3） $n > n_o$ ；（4） $n_o > n > n_e$ 。

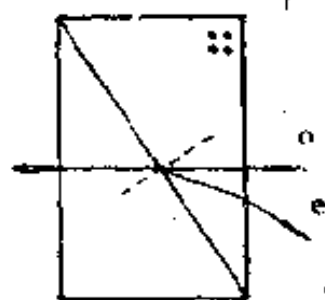
答：（1） $n = n_o$ ：正入射时o光不偏折。因为棱镜Ⅰ为负晶体制成，有 $n_e < n_o$ ，所以e光远法线折射，如图（a）。

（2） $n = n_e$ ：正入射时，e光不偏折，因为在棱镜Ⅰ中

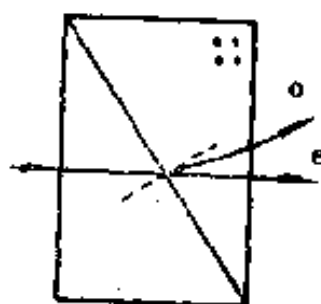
$n_o > n_e$ , 所以o光近法线折射, 如图(b)。

(3)  $n > n_o$ : 在负晶体棱镜 I 中,  $n_o > n$ , 即有  $n > n_o > n_e$ 。因此, 光线从棱镜 I 进入棱镜 II 时, 折射角  $i'$  与入射角  $i$  的关系为  $i_{e'} > i_{o'} > i$ , 如图(c)。

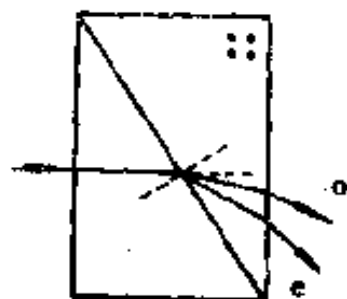
(4)  $n_o > n > n_e$ : 正入射时, 光线从棱镜 I 进入棱镜 II, 有  $i_{o'} < i < i_{e'}$ , 如图(d)。



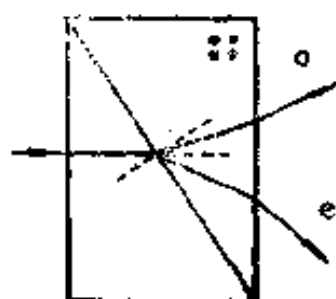
(a)



(b)



(c)



(d)

230. 从尼科耳镜透射出来的非常光, 入射到各向同性介质中, 是否遵从折射定律?

答, 所谓寻常光(o光)和非常光(e光), 是指自然光在双折射晶体中分成的两束偏振光。o光光矢量和e光光矢量振动方向分别与光线在晶体中的主平面垂直和平行。即o光、e光总是对某一双折射晶体而言的, 一旦它们离开晶体射出, 就

是一般的线偏振光。所以从尼科耳棱镜射出的非常光，仍然遵从折射定律。

231. 一束右旋圆偏振光正入射到一玻璃表面，反射光是右旋还是左旋？

答：迎着入射光看，仍为右旋；迎着反射光看，为左旋。这是因为入射光所分解的两个相互垂直的光振动（平行于入射面的P振动和垂直于入射面的S振动），在反射过程中均有 $\pi$ 的位相跃变，于是P振动与S振动的位相差 $\delta$ 不变，仍为 $+\frac{\pi}{2}$ 。因此，迎着入射光看仍为右旋圆偏振光；但当迎着反射光看时，因观察方向变了，所以看起来就是左旋圆偏振光。



232. 有哪些方法可以使一束线偏振光的振动面旋转 $90^\circ$ ？

答：要使一束线偏振光的振动面转 $90^\circ$ ，可以有以下几种方法：

(1) 用两个偏振片 $P_1$ 、 $P_2$ ，使线偏振光通过 $P_1$ 后光矢量转过一角度 $\theta_1$ ，通过 $P_2$ 时，再转过一角度 $\theta_2$ ，使 $\theta_1 + \theta_2 = 90^\circ$ 。

(2) 使线偏振光通过一个光轴取向与入射光光矢量夹角 $\theta = 45^\circ$ 的半波片。因为线偏振光通过半波片后，其出射光光矢量方向相对入射光光矢量将转过 $2\theta$ ，这里 $\theta = 45^\circ$ ，即可使出射光振动面转过 $2\theta = 90^\circ$ 。

(3) 用厚度为 $d$ 的旋光片，使得线偏振光光矢量转过的角度为 $\psi = \alpha d = 90^\circ$ 。

233. 在正交偏振片之间放一块 $\lambda/4$ 片，以自然光入射，旋转 $\lambda/4$ 片时，出射光强有何变化？如果有强度极大和消光现象，它们在 $\lambda/4$ 片光轴处于什么位置时出现？

答：在正交偏振片之间放一块波晶片，以自然光入射；

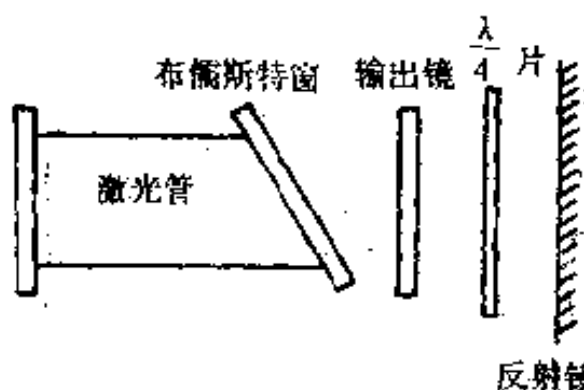
会产生偏振光干涉，干涉合光强为  $I = A^2 (\cos^2\theta \cdot \cos^2\varphi + \sin^2\theta \cdot \sin^2\varphi + 2\cos\theta \cdot \cos\varphi \cdot \sin\theta \cdot \sin\varphi \cdot \cos\delta')$ ，式中  $\theta$ 、 $\varphi$  分别为偏振片  $P_1$ 、 $P_2$  透振方向与波片光轴夹角， $\delta' = \frac{2\pi}{\lambda}$

$(n_o - n_e)d + \pi$ 。对于  $\frac{\lambda}{4}$  片， $\delta' = \frac{2}{8}\pi$ 。旋转  $\frac{\lambda}{4}$  片， $I$  有两次极大  $I_M$ ，此时  $\theta = \varphi = 45^\circ$ ；两次消光  $I_m = 0$ ，此时  $\theta = 0^\circ$ ， $\varphi = 90^\circ$  及  $\theta = 90^\circ$ ， $\varphi = 0^\circ$ 。

### 234. 用什么方法区别 $\lambda/2$ 片和 $\lambda/4$ 片？

答：将一个透振方向与波片光轴成  $\theta = 45^\circ$  的偏振片  $P_1$  置于待测波片  $K$  之前。自然光经  $P_1$  后成为光矢量与波片光轴成  $\theta = 45^\circ$  的线偏振光，入射在待测波片  $K$  上。若出射光为圆偏振光，则  $K$  为  $\lambda/4$  片。若出射光为光矢量转过  $90^\circ$  的线偏振光，则  $K$  为  $\lambda/2$  片。究竟出射光是圆偏振光还是线偏振光，再用一个偏振片  $P_2$  对着出射光旋转一周即可鉴别。在  $P_2$  旋转过程中，前者光强不变，后者有两次消光。

235. 如图所示，在使用激光器发出的平面偏振光的各种测量仪器上，为了避免激光返回谐振腔，在激光器输出镜端放一  $\lambda/4$  片，且其主截面与光振动面成  $45^\circ$  角。试说明此波片的作用。



答：此装置中，线偏振光来回两次经过  $\lambda/4$  片，相当于经过一个  $\lambda/2$  片，可使其振动面转过  $2\theta = 90^\circ$ ，这样的线偏振光便无法通过布儒斯特窗返回谐振腔了。

236. 为了确定一束圆偏振光的旋转方向，可将  $\lambda/4$  片置

于检偏器前，再将检偏器转到消光位置，这时发现 $\lambda/4$ 片的快轴方位是这样的：它须沿着顺时针方向转 $45^\circ$ ，才能与检偏器的透振方向重合。问该圆偏振光是右旋的还是左旋的？

答：这是右旋圆偏振光。因为在以波片快轴 $\beta$ 为 $y$ 轴的直角坐标系中，偏振片 $P_2$ 位于I、II象限时消光。说明圆偏振光经 $\lambda/4$ 片后，成为 $\delta' = \pi$ 的I、IV象限的线偏振光。而 $\lambda/4$ 片使初位相差为 $\delta_0$ 的 $e$ 光、 $o$ 光位相差增加 $\pi/2$ 后，变为 $\pi$ ，所以 $\delta_0 = \pi/2$ ，即入射光为右旋圆偏振光。

237. 怎样用两个偏振片和一个白光光源来区分垂直于光轴和平行于光轴切出的两块石英晶片？

答：对于石英晶片，若垂直于光轴切片，即得旋光片；若平行于光轴切片，就是波晶片。

利用白光和两个偏振片来区分旋光片和波晶片可采取以下步骤：以白光照射正交偏振片 $P_1$ 、 $P_2$ ，则 $P_2$ 无光透过。将待测石英晶片 $K$ 置于 $P_1$ 、 $P_2$ 之间后， $P_2$ 不再消光，这时旋转晶片 $K$ 。

若旋转 $K$ 的过程中， $P_2$ 后出射光强及颜色不发生变化，则 $K$ 为旋光片。因为自然光经 $P_1$ 后成为光矢量与 $P_1$ 透振方向一致的线偏振光，经旋光片后，其光矢量将旋转一个角度 $\Psi$ ，此偏振光在 $P_2$ 透振方向的分量将透过 $P_2$ ， $P_2$ 后不再消光。由于旋光片使光矢量转过的角度 $\Psi = \alpha d$ 与旋光片的旋光率 $\alpha(\lambda)$ 和厚度 $d$ 有关，而旋光率 $\alpha(\lambda)$ 随光波长 $\lambda$ 的不同而不同。因此，白光中不同波长的线偏振光经旋光片后转过的角度 $\Psi$ 就不同。若白光中某种波长的光旋转 $\Delta\Psi$ 后，其光矢量恰与 $P_2$ 透振方向垂直，则该波长的光在 $P_2$ 后消失，白光中缺少这种波长成分，剩下各种波长成份的混合色就不再是原

来的白色，而是这种波长的光的互补色。例如红光互补色为蓝绿色，绿光互补色为紫色等。由于旋转旋光片K，各种波长的光转过的角度 $\psi$ 均不变，所以在旋转K过程中，若 $P_2$ 后光强及颜色均不发生变化，K就是旋光片。

若旋转K过程中， $P_2$ 后出射光强及颜色会随之变化，K就是波晶片。因为正交偏振片 $P_1$ 、 $P_2$ 之间插入波晶片会发生偏振光的干涉，其干涉合光强如233例中所示。若以白光入射，不同波长的光， $\delta'$ 不同，干涉合光强I的大小也不同。若某种波长的光干涉相消，则 $P_2$ 后出射光即呈现出这种波长的光的互补色。旋转波晶片K时， $\theta$ 、 $\varphi$ 发生变化，每种波长的光的光强I及 $P_2$ 后呈现的颜色都随之变化，即出现“显色偏振”现象。所以旋转K过程中， $P_2$ 后光强及颜色发生变化，K就是波晶片。

238. 两个尼科耳棱镜的主截面间夹角为 $30^\circ$ ，若夹角变为 $45^\circ$ 时，其透射光的强度将如何变化？

解：设通过第一、第二尼科耳棱镜后的振幅分别为A、 $A\cos\theta$ 。当 $\theta = 30^\circ$ 时， $A_1 = A\cos 30^\circ$ ，当 $\theta = 45^\circ$ 时， $A_2 = A\cos 45^\circ$ ，则

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \frac{A^2 \cos^2 45^\circ}{A^2 \cos^2 30^\circ} = \frac{2}{3}$$

239. 一束线偏振光垂直入射到一块方解石晶体上，光振动面与晶体主截面成 $20^\circ$ 角，试计算e光和o光的相对振幅和强度。

解：由马吕公式

$$I_o = A^2 \sin^2 \theta$$

$$I_e = A^2 \cos^2 \theta$$

及

$$A_o = A \sin \theta$$

$$A_e = A \cos \theta$$

则  $\frac{I_o}{I_e} = \text{tg}^2\theta, \quad \frac{A_o}{A_e} = \text{tg}\theta$

当  $\theta = 20^\circ$  时

$$\frac{A_e}{A_o} = \text{ctg}\theta = \text{ctg}20^\circ = 2.75 \text{ 及 } \frac{I_e}{I_o} = \text{ctg}^2 20^\circ = 7.55$$

240. 一束钠黄光以入射角为  $50^\circ$  入射到方解石平板上。设光轴与板表面平行，并垂直于入射面。问在晶体中 e 光和 o 光夹角为多少？

解：因为晶片光轴垂直于入射面，当  $i = 50^\circ$  时对 o 光有  $\sin i = n_o \sin i_o'$ 。将  $i = 50^\circ, n_o = 1.658$  代入，得  $i_o' = 27^\circ 30'$ 。在垂直于光轴的方向，e 光也满足折射定律：

$$\sin i = n_e \sin i_e'$$

将  $i = 50^\circ, n_e = 1.486$  代入，得  $i_e' = 31^\circ$ 。所以，o 光、e 光在晶片中的夹角为

$$i_e' - i_o' = 31^\circ - 27^\circ 30' = 3^\circ 30'$$

241. 渥拉斯顿棱镜的顶角  $\alpha = 15^\circ$  时，两出射光的夹角  $\gamma$  为多少（见图）？

解：在中间界面上，入射角为  $i = \alpha$ ，经该界面后，光线 1 由 e 光变为 o 光，相应折射角为

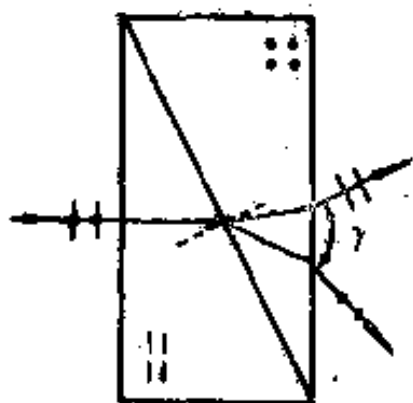
$$i_1 = \sin^{-1} \left( \frac{n_o}{n_e} \sin \alpha \right)$$

将  $\alpha = 15^\circ, n_e = 1.486, n_o = 1.658$  代入，得

$$i_1 = \sin^{-1} \left( \frac{1.486}{1.658} \sin 15^\circ \right) \approx 13.41^\circ$$

而光线 2 由 o 光变为 e 光，相应折射角为

$$i_2 = \sin^{-1} \left( \frac{n_o}{n_e} \sin \alpha \right) = \sin^{-1} \left( \frac{1.658}{1.486} \sin 15^\circ \right) \approx 16.78^\circ$$



在最后界面上，光线1的入射角  $i_1' = \alpha - i_1 \approx 1.59^\circ$ ，则光线1的折射角为

$$\begin{aligned} i_1'' &= \sin^{-1}(n_o \sin i_1') \\ &= \sin^{-1}(1.658 \sin 1.59^\circ) \\ &\approx 2.64^\circ \end{aligned}$$

光线2的入射角  $i_2' = \alpha - i_2$

$\approx -1.78^\circ$ ，相应的折射角为

$$i_2'' = \sin^{-1}(n_e \sin i_2') \approx -2.64^\circ$$

故，两条出射光线的夹角为

$$\gamma = i_1'' - i_2'' \approx 5.28^\circ$$

242. 如图所示是偏振光度计。从光源  $S_1$  和  $S_2$  射来的光都被渥拉斯顿棱镜  $W$  分为两束线偏振光，但其中一束被挡住，进入视场的只有一束。来自  $S_1$  这束光的光矢量在图面内，来自  $S_2$  这束光的光矢量垂直于图面。转动偏振片  $P$ ，直到视场两半的亮度相等。设这时偏振片透振方向与图面夹角为  $\theta$ ，试证明光源  $S_1$  与  $S_2$  的强度之比为  $\text{tg}^2 \theta$ 。

解：设来自光源  $S_1$  的光振幅为  $A_1$ ，经棱镜后成为  $e$  光，再经偏振片  $P$  后，其强度为

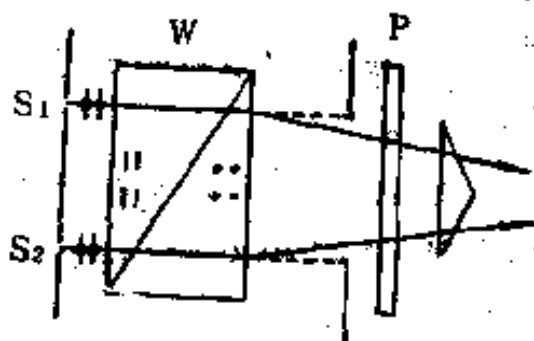
$$I_e = A_1^2 \cos^2 \theta$$

设来自  $S_2$  的光振幅为  $A_2$ ，应为  $o$  光，经  $P$  后其强度为

$$I_o = A_2^2 \sin^2 \theta$$

由题意可知，当视场两半的亮度相等即  $I_e = I_o$  时，有

$$\frac{A_1^2}{A_2^2} = \frac{\sin^2 \theta}{\cos^2 \theta} = \text{tg}^2 \theta$$



243. 在两个正交偏振片之间插入第三偏振片。求：(1) 当最后透过的光强为入射光强的 $1/8$ 时，插入偏振片的方位角；(2) 使最后透过光强为零，插入的偏振片如何放置？(3) 能否找到插入偏振片的合适方位，使最后透过的光强为入射自然光强的 $1/2$ ？

解：(1) 设插入偏振片 $P$ 与第一偏振片 $P_1$ 的透振方向成 $\theta$ 角，入射光强为 $I_0$ ，则经 $P_1$ 后，强度为 $I_1 = I_0/2$ ；再经 $P$ 后，强度为 $\frac{I_0}{2} \cos^2 \theta$ ，则经 $P_2$ 后强度为

$$I = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta \cdot \cos^2 \left( \frac{\pi}{2} - \theta \right) = \frac{I_0}{2} \cos^2 \theta \cdot \sin^2 \theta = \frac{I_0}{8} \sin^2 2\theta$$

若要使 $I = I_0/8$ ，则需 $\sin^2 2\theta = 1$ ，由此得到 $\theta = 45^\circ$ 。

(2) 若透过光强为零，即 $I = 0$ ，则有 $\theta = 0$ 或 $90^\circ$ 。

(3) 若要使 $I = I_0/2$ ，则有 $\sin^2 2\theta = 4$ ，这是不可能的。

因此不论插入偏振片 $P$ 的方位如何，最后透过 $P_2$ 的光强都不能为入射自然光光强的 $1/2$ 。

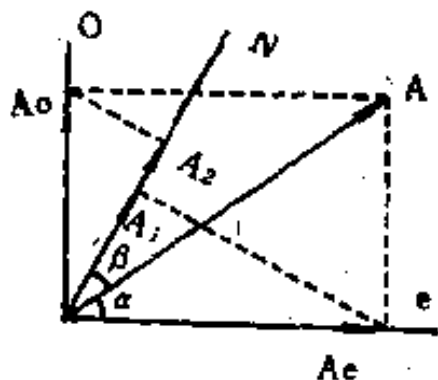
244. 单色线偏振光垂直射入方解石晶体，其振动方向与主截面成 $30^\circ$ 角，两折射光再经过方解石后面的尼科耳棱镜，棱镜主截面与原入射光振动方向成 $50^\circ$ 角，求两条光线的相对强度。

解：如图，经方解石晶体后，单色线偏振光分解为 $e$ 光和 $o$ 光，其振幅分别为

$$A_e = A \cos \alpha, \quad A_o = A \sin \alpha$$

再经尼科耳棱镜后，其振幅分别为

$$A_1 = A_e \cos(\alpha + \beta) = A \cos(\alpha + \beta) \cdot \cos \alpha$$



$$A_2 = A \sin(\alpha + \beta) = A \sin(\alpha + \beta) \cdot \sin \alpha$$

则两束光强度之比为

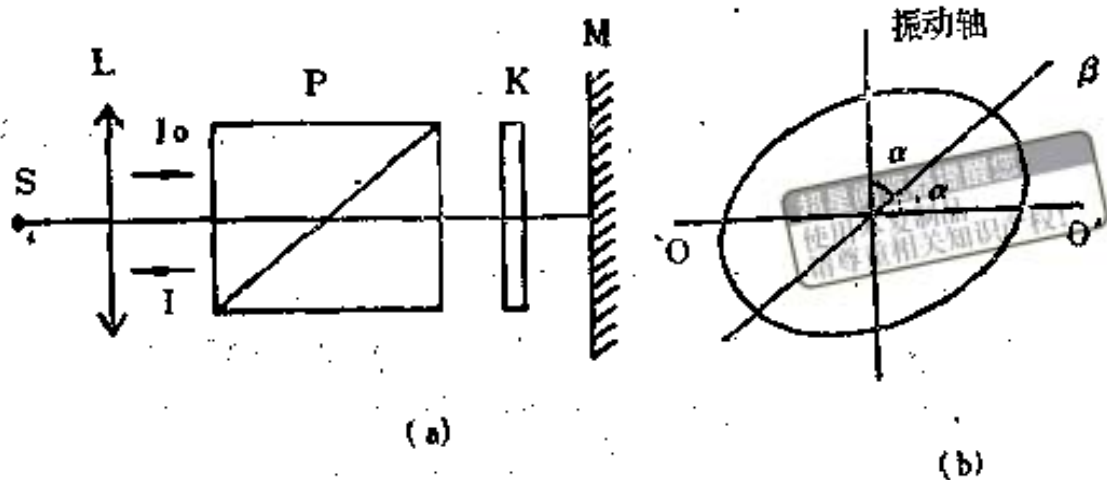
$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{A_2^2}{A_1^2} = \text{tg}^2(\alpha + \beta) \cdot \text{tg}^2 \alpha = \text{tg}^2(30^\circ + 50^\circ) \cdot \text{tg}^2 30^\circ = 10.72$$

245. 若将一线偏振光入射到绕光束为轴以角速度 $\omega_0$ 转动的半波片上, 出射光的偏振态如何? 其光矢量如何变化?

解: 线偏振光经半波片后仍是线偏振光。已知半波片以角速度 $\omega_0$ 转动, 设某时刻, 半波片光轴 $pp'$ 与入射光光矢量夹角为 $\theta = \omega_0 t$ , 则出射光光矢量 $A'$ 与 $A$ 的夹角应为 $2\theta = 2\omega_0 t$ , 即 $A'$ 相对于 $A$ 以 $2\omega_0$ 角速度转动。

246. 在图(a)所示装置中,  $S$ 为单色光源, 置于透镜 $L$ 的焦点处;  $P$ 为偏振器;  $K$ 为此单色光的 $\lambda/4$ 片, 其快轴与偏振器的透光轴成 $\alpha$ 角;  $M$ 为平面反射镜。已知入射到偏振器的光的强度为 $I_0$ , 通过分析光束经过各元件后的光振动状态, 求出光束返回 $L$ 处的光强(用 $I_0$ 、 $\alpha$ 表示)。(不计反射、吸收等损失。)

解: 强度为 $I_0$ 的自然光经偏振器 $P$ 后, 成为强度为 $I_0/2$ 的线偏振光, 设其振幅为 $A$ 。再通过 $\lambda/4$ 片, 变成如图(b)所示的椭圆偏振光, 它沿快轴与垂直于快轴方向的振幅分别为 $A \cos \alpha$ 和 $A \sin \alpha$ , 且沿快轴方向的振动比慢轴超前 $\pi/2$ 。经平面镜 $M$ 反射后, 上述两个分振动均有位相跃变, 故其位相差仍为 $\pi/2$ 。当它们再一次穿过 $\lambda/4$ 片 $K$ 后, 位相差为 $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ , 它们合成为线偏振光, 其振幅为 $A$ , 但其振动方向与快轴夹角为 $\alpha$ , 与 $P$ 成 $2\alpha$ (沿 $OO'$ 方向), 故当它穿



过P到达L时，就成为沿偏振片透振方向振动，振幅大小为  $A \cos 2\alpha$  的线偏振光，其强度为  $I = \frac{I_0}{2} \cos^2 2\alpha$ 。

247. 用一石英薄片来产生一束椭圆偏振光，要使椭圆的长轴或短轴在光轴方向，长短轴之比为 2:1，且是左旋的。问石英片应多厚？如何放置？( $\lambda = 5893 \text{ \AA}$ ,  $n_o = 1.5442$ ,  $n_e = 1.5533$ )

解：将波片光轴置于y方向，再将偏振片的透振方向置于I、II象限，和y轴成 $\theta$ 角，如图所示。 $\theta = \text{tg}^{-1} \frac{1}{2}$

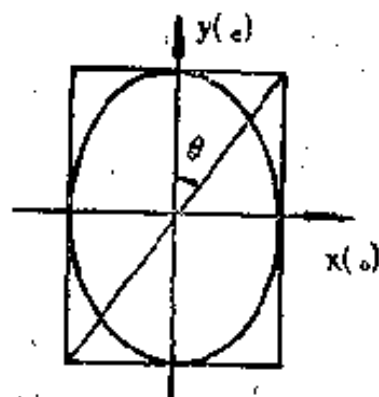
$\approx 26.565^\circ$ 。因石英是正晶体 ( $v_o > v_e$ )，其厚度必满足

$$\delta = (4k + 1) \frac{\pi}{2}$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots)$$

才能形成左旋椭圆偏振光。所以相应厚度d由下式决定

$$\frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d$$



$$= (4k + 1) \frac{\pi}{2}$$

得  $d = (4k + 1) \frac{\lambda}{4 |n_o - n_e|}$

对于最小厚度, 取  $k = 0$ , 再将  $\lambda = 5.89 \times 10^{-4} \text{mm}$ ,

$n_o = 1.5442$ ,  $n_e = 1.5534$  代入, 得

$$d = \frac{5.89 \times 10^{-4}}{4 \times (1.5534 - 1.5442)} = 0.0161 \text{ (mm)}$$

248. 在表(a)中, 已知正入射偏振光的偏振态。画出各正入射偏振光经方解石制成的各种波片后的后出射光的偏振态。

解: 正入射偏振光经方解石制成的各种波片后的后出射光的偏振态如表(b)中各图所示。

入射光偏振态	经 $\lambda/8$ 片后	经 $\lambda/4$ 片后	经 $\lambda/2$ 片后	经全波片后

入射光的振态	经 $\lambda/8$ 片后	经 $\lambda/4$ 片后	经 $\lambda/2$ 片后	经全波片后
				不变
				不变
				不变
				不变
				不变

249. 平行于光轴切割的一块方解石晶片，被放置在一对偏振片之间，光轴方向与两偏振片透振方向夹角均为 $15^\circ$ ，设入射自然光光强为 $I_0$ ，不计反射、吸收等损失，求：（1）从方解石晶片射出后的e光和o光的振幅和光强；（2）投影于第二个偏振片上的e光和o光的振幅和光强。

解：（1）如图，经 $P_1$ 后 $I_1 = \frac{I_0}{2} = \frac{A^2}{2}$ ，即 $A_1 = \frac{A}{\sqrt{2}}$ ；

经方解石晶片后， $A_{1e} = A_1 \cos 15^\circ = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos 15^\circ \approx 0.68A$ ，

$A_{1o} = A_1 \sin 15^\circ = \frac{A}{\sqrt{2}} \sin 15^\circ \approx 0.18A$ ，其光强分别为

$$I_e = A_{1e}^2 = \frac{1}{2} A^2 \cos^2 15^\circ$$

$$= 0.47 I_0$$

$$I_o = A_{1o}^2 = \frac{1}{2} A^2 \sin^2 15^\circ$$

$$= 0.03 I_0$$

(2) 投影于  $P_2$  后, 其振幅分别为

$$A_{2e} = A_{1e} \cos 15^\circ = A_1 \cos^2 15^\circ = \frac{A}{\sqrt{2}} \cos^2 15^\circ \approx 0.66 A$$

$$A_{2o} = A_{1o} \sin 15^\circ = A_1 \sin^2 15^\circ = \frac{A}{\sqrt{2}} \sin^2 15^\circ \approx 0.05 A$$

其光强分别为

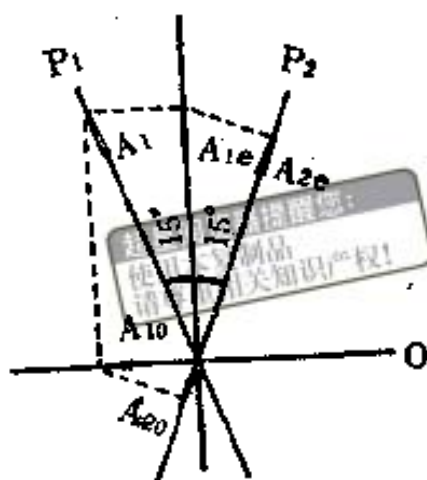
$$I'_e = A_{2e}^2 = \frac{I_0}{2} \cos^4 15^\circ \approx 0.44 I_0$$

$$I'_o = A_{2o}^2 = \frac{I_0}{2} \sin^4 15^\circ \approx 0.002 I_0$$

250. 两块偏振片透振方向夹角为  $60^\circ$ , 中央插入一块  $\lambda/4$  片, 波片主截面平分上述夹角, 光强为  $I_0$  的自然光入射, 求通过第二个偏振片的光强。

解: 自然光经  $P_1$  成为振幅为  $A_1 = \sqrt{I_0/2}$  的线偏振光, 再经  $\lambda/4$  片, 成为主轴之一在光轴上的椭圆偏振光。经  $P_2$  后, 两束光的振幅各为

$$A_{e2} = A_{e1} \cos 30^\circ = A_1 \cos^2 30^\circ = \frac{3}{4} A_1$$



$$A_{O_2} = A \sin 30^\circ = A_1 \sin^2 30^\circ = \frac{1}{4} A_1$$

而两束光的位相差为

$$\delta' = \delta_0 + \delta_{\text{晶}} + \delta_{\text{附}} = 0 + \frac{\pi}{2} + \pi = \frac{3}{2} \pi$$

所以，经 $P_2$ 后光强为这两束光干涉的合光强为

$$\begin{aligned} I_2 &= A_{e_2}^2 + A_{o_2}^2 + 2A_{e_2}A_{o_2}\cos\delta' \\ &= A_{e_2}^2 + A_{o_2}^2 = \left(\frac{3}{4}A_1\right)^2 + \left(\frac{1}{4}A_1\right)^2 \\ &= \frac{10}{16}A_1^2 = \frac{5}{16}I_0 \end{aligned}$$

251. 两偏振片之间有一 $\lambda/2$ 片，波片的快轴与 $P_1$ 的透振方向成 $38^\circ$ 角。设波长为 $\lambda = 6328\text{\AA}$ 的光垂直射到 $P_2$ 上。要使透射光有最大振幅， $P_2$ 应如何放置？若晶片的折射率 $n_o = 1.52$ ， $n_e = 1.48$ ，试计算此晶片的最小厚度。

解：要使通过 $P_2$ 的透射光振幅最大，则 $P_2$ 的透振方向应与波片的出射光光矢量方向相同，此时出射光光矢量比入射光光矢量方向（即 $P_1$ 方向）转过 $2\theta = 38^\circ \times 2 = 76^\circ$ ，即 $P_2$

应与 $P_1$ 透振方向成 $76^\circ$ 。由晶片最小厚度 $d = \frac{\lambda}{2(n_o - n_e)}$

将 $\lambda = 6.328 \times 10^{-4}\text{mm}$ ， $n_o = 1.52$ ， $n_e = 1.48$ 代入，得

$$d = \frac{6.328 \times 10^{-4}}{2(1.52 - 1.48)} = 7.91 \times 10^{-3} (\text{mm})$$

252. 一块厚度为 $0.04\text{mm}$ 的方解石晶片，其光轴平行于表面，将它插入正交偏振片之间，且使主截面与第一偏振片的透振方向成 $\theta$ （ $\theta \neq 0^\circ$ ， $\neq 90^\circ$ ）角。试问哪些光不能透

过该装置？

解：此装置将产生偏振光干涉。因 $P_1$ 、 $P_2$ 正交，经 $P_2$ 后，两束光的位相差为

$$\delta' = \delta_0 + \delta_{晶} + \delta_{附} = 0 + \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d + \pi$$

凡满足干涉相消的那些波长的光，将不能透过此装置，因干涉相消时， $\delta' = (2k + 1)\pi$ ，即有

$$\frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d + \pi = (2k + 1)\pi$$

$$(k = 0, 1, 2, \dots)$$

由此得  $\lambda = \frac{(n_o - n_e) d}{k}$ ，将  $n_o = 1.658$ ， $n_e = 1.486$ ，

$d = 0.04\text{mm}$  代入，得

$$\lambda = \frac{(1.658 - 1.486) \times 0.04}{k} = \frac{0.00688}{k} \text{ (mm)}$$

在可见光范围内： $k = 9$ ， $\lambda_9 = 7644 \text{ \AA}$ ； $k = 10$ ， $\lambda_{10} = 6880 \text{ \AA}$ ；  
 $k = 11$ ， $\lambda_{11} = 6254 \text{ \AA}$ ； $k = 12$ ， $\lambda = 5733 \text{ \AA}$ ； $k = 13$ ， $\lambda_{13} =$   
 $5292 \text{ \AA}$ ； $k = 14$ ， $\lambda_{14} = 4914 \text{ \AA}$ ； $k = 15$ ， $\lambda_{15} = 4586 \text{ \AA}$ ； $k =$   
 $16$ ， $\lambda_{16} = 4300 \text{ \AA}$ ； $k = 17$ ， $\lambda_{17} = 4047 \text{ \AA}$

即上述波长的光，不能透过该装置。

253. 将楔角  $\alpha = 0.33^\circ$  的石英劈（光轴平行于劈棱）置于正交偏振片之间，氢的红光（ $\lambda = 6563 \text{ \AA}$ ）通过此装置产生干涉，试计算干涉条纹间距（已知石英对该波长折射率  $n_o = 1.5419$ ， $n_e = 1.5509$ ）。

解：P<sub>1</sub>、P<sub>2</sub>正交，经P<sub>2</sub>后，两束光的位相差为

$$\delta' = \delta_0 + \delta_{\text{晶}} + \delta_{\text{附}} = 0 + \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) d + \pi$$

而石英尖劈各处厚度d不同，所以在P<sub>2</sub>后将看到等厚干涉条纹。

设距劈棱x处，晶体厚度为d，则d = xα，故

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) (x\alpha) + \pi$$

对于暗纹：δ' = (2k + 1)π

为求暗纹间距Δx，对δ'方程求Δx/Δk，并令Δk = 1，有

$$\frac{2\pi \cdot \Delta x \cdot \alpha}{\lambda} (n_o - n_e) = 2\pi \cdot \Delta k = 2\pi$$

得 
$$\Delta x = \frac{\lambda}{\alpha | (n_o - n_e) |}$$

$$= \frac{6.563 \times 10^{-4}}{0.33 \times \frac{3.14}{180} \times | (1.5419 - 1.55093) |}$$

$$= 12.53 \text{ (mm)}$$

254. 在两个正交偏振片之间有一石英巴俾涅补偿器 (n<sub>o</sub> = 1.5442, n<sub>e</sub> = 1.5533)，石英的光轴与偏振片的透振方向均成45°角。问：(1)用平行钠光照明 (λ = 5893Å)，在第二个偏振片后面会看到什么现象？(2)若楔角 α = 2.75°，求干涉条纹间距。(3)云母是双轴晶体，很薄时可按单轴晶体处理，令一云母片的快慢轴与巴俾涅补偿器的快慢轴方向一致，将其放在补偿器上，所有暗纹移动1/4条纹间距，试求云母片产生的光程差。

解：（1）将会产生偏振光的干涉。因此两光的位相差随通过补偿器的厚度而变化，所以在 $P_2$ 后将看到以中央暗纹（对应 $\delta = 0$ ）为对称线的明暗相间的等厚直条纹。

（2）因为两光的位相差为

$$\delta' = \delta_0 + \delta_{\text{晶}} + \delta_{\text{附}} = 0 + \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) \cdot (d_2 - d_1) + \pi$$

其中 $d_2 - d_1 = 2x\alpha$ ； $d_1$ 、 $d_2$ 为某光线通过上下两劈的厚度，于是

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) \cdot 2x\alpha + \pi$$

当距中心O点的x处为暗纹时，有

$$\delta' = \frac{2\pi}{\lambda} (n_o - n_e) \cdot 2x\alpha + \pi = (2k + 1)\pi$$

按253例之方法，对 $\delta'$ 求 $\Delta x / \Delta k$ ，并令 $\Delta k = 1$ ，得

$$\begin{aligned} \Delta x = x_1 - x_0 &= \frac{\lambda}{2\alpha | (n_o - n_e) |} \\ &= \frac{5.893 \times 10^{-4}}{2 \times \frac{3.14}{180} \times 2.75^\circ \times | (1.5442 - 1.5533) |} \\ &= 0.065 \text{ (mm)} \end{aligned}$$

（3）条纹移动一个间距 $\Delta x$ ，即光程差改变 $\lambda$ ，移动 $\Delta x / 4$ ，则光程差改变为

$$\frac{1}{4}\lambda = \frac{1}{4} \times 5893 = 1459 \text{ (Å)}$$

255. 用单色线偏振光、椭圆偏振光、自然光分别通过正交偏振片间的巴俾涅补偿器，通过第二个偏振片观察将看

### 到什么现象？

解：将巴俾涅补偿器置于正交偏振片之间，以光通过该装置，将产生偏振光的干涉。其中补偿器使两相干光产生位相差 $\delta_{晶}$ ，而两光的总位相差为

$$\delta' = \delta_0 + \delta_{晶} + \delta_{附} = \delta_0 + \frac{2\pi}{\lambda} (\pi_0 - \pi_e) \cdot 2x\alpha + \pi$$

式中 $\delta_0$ 是入射光的e光、o光的初位相，它由入射光的偏振态决定。

(1) 对于单色线偏振光( $\delta_0 = 0$ )，经 $P_1$ 后，仍为单色线偏振光；再经补偿器后，分成e光、o光，两光位相差为 $(\delta_0 + \delta_{晶})$ ；经 $P_2$ 后，两光位相差为 $\delta' = \delta_0 + \delta_{晶} + \delta_{附} = 0 + \delta_{晶} + \pi$ ；产生的干涉条纹为：中央( $x = 0$ 处)为暗纹的明暗相间的直条纹(参见254例)。

(2) 对于单色椭圆偏振光( $\delta_0 = \delta_{椭}$ ， $\delta_{椭}$ 为不等于0、 $\pi$ 整数倍的任意值)，经 $P_1$ 后，两光位相差为 $\delta' = \delta_0 + \delta_{晶} + \delta_{附} = \delta_{椭} + \delta_{晶} + \pi$ 。与情况(1)相比，两光的光程差增加了 $\delta_{椭}$ ，于是上述直条纹发生一个位移。

(3) 对于白色自然光(无固定 $\delta_0$ 值)，经 $P_1$ 后，成为白色线偏振光( $\delta_0 = 0$ )；再经补偿器后，两光产生的位相差 $\delta_{晶} = \frac{2\pi}{\lambda} (\pi_0 - \pi_e) \cdot 2x\alpha$ ，再经 $P_2$ 后，两光位相差 $\delta' = \delta_0$

$$+ \delta_{晶} + \delta_{附} = 0 + \frac{2\pi}{\lambda} (\pi_0 - \pi_e) \cdot 2x\alpha + \pi；$$
可见， $\delta'$ 与

波长 $\lambda$ 有关。同一位置( $x$ 一定)，不同 $\lambda$ 产生的 $\delta_{晶}$ 不同，干涉情况就不同。在某种波长出现暗纹的地方，该处就显示出这种波长的互补色。于是，整个干涉图样是：以零级暗纹为中

线(由254例, 暗纹位置  $x = \frac{k\lambda}{2\alpha(n_o - n_e)}$ 。对各种波长,  $k = 0$  时  $x = 0$ ) 对称分布的等距彩色直条纹。

256. 实验中常用半波片改变圆偏振光和椭圆偏振光的旋转方向。试说明理由, 并指出半波片应如何放置?

解: 由各种 $\delta$ 值的椭圆图\*可见, 当 $\delta$ 增加 $\pi$ 时, 椭圆(或圆)的旋转方向恰好与原来相反。例如 $\delta = \pi/4$ 时, 是右旋椭圆; 则 $\delta' = \frac{\pi}{4} + \pi = \frac{5}{4}\pi$ , 就是左旋椭圆。而用半波片就能使 $e$ 振动和 $o$ 振位相增加 $\pi$ 。半波片的放置应使其快轴与椭圆偏振光的 $e$ 振动方向重合。

257. 平行单色光照射到杨氏双缝上, 在屏幕上得到一组干涉条纹。现在双缝后放一偏振片 $P$ , 干涉条纹有何变化? 若在一个缝的偏振片后再添置一个 $\lambda/2$ 片, 使其光轴与偏振片透振方向成 $45^\circ$ , 则幕上条纹又如何变化? 若将 $\lambda/2$ 片绕光线传播方向旋转一周, 幕上干涉条纹发生什么变化?

解: 在双缝后加偏振片 $P$ , 则相干光光强减半, 故条纹光强减半, 其它不变。在一缝后再加 $\lambda/2$ 片, 使其光轴与 $P$ 透振方向夹角 $\theta = 45^\circ$ , 则经 $\lambda/2$ 片后, 出射光光矢量转过 $2\theta = 2 \times 45^\circ = 90^\circ$ , 与入射光光矢量方向, 也就是与另一缝出射光光矢量方向相垂直, 所以不发生干涉, 屏幕上光强均匀分布, 均为 $I_0/2$ 。

若 $\lambda/2$ 片绕光线传播方向旋转 $360^\circ$ , 则 $\lambda/2$ 片光轴与 $P$ 透振方向夹角 $\theta$ 也随之变化。

当 $\theta = 45^\circ, 135^\circ, 225^\circ, 315^\circ$ 时, 出射光光矢量与入

\*参见《光学教程》图4.4

射光光矢量方向垂直，亦即  $\vec{E}_2 \perp \vec{E}_1$ ，故不发生干涉，屏上四次出现无条纹的均匀光强分布， $I = I_0/2$ ；

当  $\theta = 0^\circ, 90^\circ, 180^\circ, 270^\circ$  时，出射光光矢量与入射光光矢量方向相同，亦即  $\vec{E}_2 \parallel \vec{E}_1$ ，且  $|\vec{E}_2| = |\vec{E}_1|$ ，此时干涉条纹可见度最大，即屏上四次条纹可见度最大。

当  $\theta$  为其它值时，出射光光矢量与入射光光矢量有一夹角，二者平行分量发生干涉时，由于其振幅不等，故条纹可见度较差。

258. 将引起  $6500 \text{ \AA}$  光程差的晶片，置于正交偏振片之间，用白光照明时，透射光是什么颜色？

解：已知光程差  $\Delta = 6500 \text{ \AA}$ ，则相应位相差为  $\delta_{\text{晶}} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta$ 。

因  $P_1, P_2$  正交， $\delta' = \delta_0 + \delta_{\text{晶}} + \delta_{\text{附}} = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta + \pi$ 。若某种光实现干涉相消，则应使

$$\frac{2\pi}{\lambda} \Delta + \pi = (2k + 1)\pi \quad (k = 0, 1, 2, \dots)$$

要此式成立，在可见光范围，须使  $\lambda = \Delta = 6500 \text{ \AA}$ ，即  $\lambda = 6500 \text{ \AA}$ （红光）时，可产生干涉相消。

所以，用白光入射时， $\lambda = 6500 \text{ \AA}$  的红光不能透过该装置，透射光呈  $6500 \text{ \AA}$  红光的互补色，即蓝绿色。

259. 将一石英尖劈置于两正交偏振片之间，劈角为

0.5°，光轴与劈棱平行，其主截面与任一偏振片的透振方向成45°角，平行单色光入射到P<sub>1</sub>上。求：（1）在P<sub>2</sub>后的屏上观察到的干涉图样是何形状？（2）计算相邻两暗纹间距离（λ = 6000 Å，n<sub>o</sub> = 1.5442，n<sub>e</sub> = 1.5533）。（3）若将劈棱绕入射光方向转过90°，在P<sub>2</sub>后的屏上有什么变化？

解：（1）在P<sub>2</sub>后将看到明暗相间的等厚直条纹。

（2）参见253例，可知  $\Delta x = \left| \frac{\lambda}{\alpha (n_o - n_e)} \right|$ 。将λ = 6 × 10<sup>-4</sup> mm，n<sub>o</sub> = 1.5442，n<sub>e</sub> = 1.5533，α = 0.5° = 0.0873 rad代入，得

$$\Delta x = \left| \frac{6 \times 10^{-4}}{0.0873 \times (1.5442 - 1.5533)} \right| \approx 7.5(\text{mm})$$

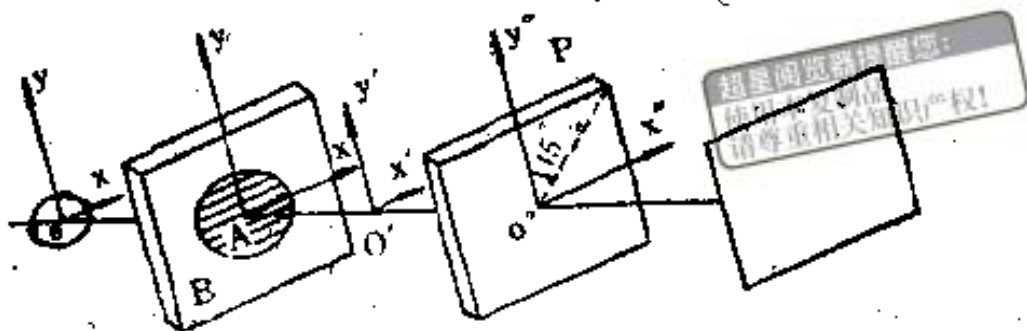
（3）若石英尖劈转过90°，则干涉图样也相应转过90°，其它不变。

260. 一束波长为λ的右旋圆偏振平行光，正入射到一块两表面平行的方解石晶片上，且充满整个晶片，晶片的光轴平行于表面（图中y方向），晶片中间斜线部分A为λ/4片，其余部分为λ/2片，如图所示。（1）分别画出通过晶片A、B两部分出射光的偏振态。（2）从晶片出射的光再通过偏振片P（P的透光轴与y成45°角），在屏上将见到什么现象？（3）将P绕光线方向旋转360°过程中，屏上光强发生什么变化？

解：（1）入射光为右旋圆偏振光，则δ<sub>0</sub> = π/2，已知A为λ/4片，B为λ/2片。入射光通过A（λ/4片）后，δ' = δ<sub>0</sub> + δ<sub>晶</sub> =  $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2} = \pi$ ，故出射光为光矢量在Ⅱ、Ⅳ象限

的线偏振光；入射光通过B ( $\lambda/2$ 片)后,  $\delta' = \delta_0 + \delta_{晶} = \frac{\pi}{2}$

$+ \pi = \frac{3}{2} \pi$ , 故出射光为左旋圆偏振光。



(2) 从晶片出射的线偏振光 (I、IV象限) 与 P 透振方向垂直, 不能通过 P; 从晶片出射的圆偏振光可通过 P, 在屏上看到均匀光强分布。

(3) P 旋转  $360^\circ$  过程中, 圆偏振光的透射光强无变化, 但线偏振光的光强有两次极大, 两次为零。故屏上光强出现两次极大:  $I_M = I_{圆} + I_{线}$ , 两次极小:  $I_m = I_{圆} + 0 \neq 0$ 。

261. 对波长为  $\lambda = 5893 \text{ \AA}$  的钠黄光, 石英旋光率为  $21.7^\circ/\text{mm}$ , 若将一石英晶片垂直其光轴切割, 置于两平行偏振片之间。问石英片多厚时, 无光透过偏振片  $P_2$ ?

解: 由  $\varphi = \alpha d$ , 当  $\varphi = (2k + 1) \frac{\pi}{2}$  时, 光不能透过

$P_2$ , 已知  $\alpha = 21.7^\circ/\text{mm}$ , 则

$$d = \frac{\varphi}{\alpha} = \frac{(2k + 1) \times 90^\circ}{21.7^\circ}$$

取  $k = 0$ , 则得石英晶片最小厚度

$$d_m = \frac{90^\circ}{21.7^\circ} \approx 4.15 \text{ (mm)}$$

262. 纯蔗糖溶液的旋光率  $\alpha = 6.65^\circ/\text{cm} \cdot (\text{g}/\text{cm}^3)$ ，今有不知纯度的蔗糖溶液，浓度为20%（即每100  $\text{cm}^3$  中有20g蔗糖）溶液的厚度为20cm，对一线偏振光振动面产生25°角的旋转。求这种蔗糖的纯度（即纯糖占蔗糖的百分比）。

解：由  $\varphi = [\alpha]cd$ ，将  $\varphi = 25^\circ$ ， $[\alpha] = \frac{6.65^\circ}{\text{cm} \cdot (\text{g}/\text{cm}^3)}$

$d = 2\text{cm}$  代入，得

$$c = 18.8 \text{ (g}/\text{cm}^3) = 0.188 \text{ (g}/100\text{cm}^3)$$

设这种蔗糖纯度为  $x$ ，由题意  $c = x \cdot 20\%$ ，得

$$x = \frac{c}{20} \times 100 = \frac{0.188}{20} \times 100 = 94\%$$

263. 在两个透振方向平行的偏振片  $P_1$ 、 $P_2$  之间放一  $\lambda/2$  片，其主截面沿  $P_1$  透振方向向右旋转  $27^\circ$ ， $\lambda/2$  片后再放一右旋石英片，其旋光率为  $\alpha = 18^\circ/\text{mm}$ ，用波长为  $\lambda$  的单色光入射到  $P_1$  上。求在  $P_2$  后消光时，石英片的最小厚度为多少？

解：若要  $P_2$  后消光，则  $\lambda/2$  片和旋光片应使光矢量转过  $90^\circ$ 。令  $\lambda/2$  片使光矢量转过  $2\theta$ ，旋光片再使光矢量转过  $\alpha d$ ，即  $2\theta + \alpha d = 90^\circ$ ，将  $\theta = 27^\circ$ ， $\alpha = 18^\circ/\text{mm}$  代入，得

$$d = \frac{90^\circ - 2\theta}{\alpha} = \frac{90^\circ - 2 \times 27^\circ}{18^\circ} = 2 \text{ (mm)}$$

264. 将厚度为 1 mm 的沿垂直光轴方向切出的石英片放在正交偏振片之间，为什么入射光的波长无论为何值时，晶片总是亮的？

解：沿垂直光轴方向切下的石英片为旋光晶片。当其厚

度  $d \leq 1 \text{ mm}$  时, 任何波长的光, 其振动面转过的角度  $\varphi$  都小于  $180^\circ$ , 因而都可以通过  $P_2$ , 故  $P_2$  后总是亮的。

265. 垂直于光轴切出厚度为  $1 \text{ mm}$  的石英片, 如何用两个偏振片和一个单色光源确定晶片是右旋的还是左旋的?

解: 将待测石英片置于两个偏振片  $P_1$ 、 $P_2$  之间, 使  $P_1 \perp P_2$ 。以单色光照明,  $P_2$  后不消光了。若需将石英片顺时针旋转,  $P_2$  才消光, 则石英是右旋的; 若需将石英片反时针旋转,  $P_2$  才消光, 则石英是左旋的。

266. 垂直于光轴切出厚度为  $1 \text{ mm}$  的石英片, 将其放在平行尼科耳棱镜之间, 对某一波长偏振面旋转  $20^\circ$  角, 试问石英晶片的厚度为多少时, 该波长的光将完全消失?

解: 当出射光光矢量与入射光光矢量垂直时, 则光不能通过  $P_2$ 。此时  $\varphi_2 = \alpha d_2 = 90^\circ$ 。已知  $\varphi_1 = \alpha d_1 = 20^\circ$ , 因为  $\alpha$  一定, 所以有  $\varphi_1/d_1 = \varphi_2/d_2$ , 将  $\varphi_2 = 90^\circ$ ,  $\varphi_1 = 20^\circ$ ,  $d_1 = 1 \text{ mm}$  代入, 得

$$d_2 = \frac{\varphi_2 d_1}{\varphi_1} = \frac{90^\circ \times 1}{20^\circ} = 4.5 \text{ (mm)}$$

267. 写出248例中第一、三、五种入射偏振光的琼斯矢量。

解: 248例中, 第一、三、五种入射光的偏振态及其琼斯矢量分别如下。第一种: 光矢量与  $x$  轴成  $+45^\circ$ , 其琼斯矢量为  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ; 第二种: 右旋圆偏振光, 其琼斯矢量为  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$ ; 第三种: 光矢量与  $x$  轴成  $-45^\circ$ , 其琼斯矢量为  $\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ 。

268. 用琼斯矩阵证明256例。

解：这里仅证明圆偏振光通过  $\lambda/2$  片后旋转方向的改变。

入射圆偏振光的琼斯矢量为

$$E = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix}$$

其中“+”和“-”分别对应于左旋和右旋圆偏振光；快轴沿  $y$  轴的  $\lambda/2$  片的琼斯矩阵为

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

则出射光

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}'_x \\ \tilde{E}'_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \pm i \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ \mp i \end{bmatrix}$$

即出射圆偏振光的旋转方向恰与入射圆偏振光旋转方向相反。

269. 试求右旋圆起偏器的琼斯矩阵，并证明左旋圆偏振光不能通过右旋圆起偏器。

解：由于右旋圆起偏器的琼斯矩阵为

$$A = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix}$$

左旋圆偏振光的琼斯矢量为

$$E_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$$

则出射光

$$\begin{bmatrix} \tilde{E}'_x \\ \tilde{E}'_y \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

出射光的  $\tilde{E}'_x$  和  $\tilde{E}'_y$  分量均为零，即  $\tilde{E}' = 0$ ，无光透过。所以左旋圆偏振光不能通过右旋圆起偏器。

超星阅读器提醒您：  
使用本复制品  
请尊重相关知识产权！

## 九、光的吸收、色散和散射

270. 在大风天和雾天，为了避免和对面来的车相碰，汽车必须打开雾灯。试解释为什么雾灯是桔红色的？

答：大风天和雾天时，空气中飘浮很多尘埃和雾滴，其线度大小恰使光发生瑞利散射。根据瑞利散射定律 $I \propto 1/\lambda^4$ ，波长愈短的光愈容易被这些微粒散射掉。为了使光线能透过这些微粒传得远一些，汽车上的信号灯，必须选用波长偏长的光。桔红色光的波长较长，因此雾灯采用桔红色光。

271. 有些地方刮大风时，天空会呈现黄色，称为“黄风天”，试解释原因。

答：有些地方刮大风时，空气中充满一种线度很小的尘埃，它们除了散射波长较短的光外，还能散射部分波长较长的光。这些散射光的混合色就是黄色。

272. 云和雾为什么是白色的？

答：因为组成云和雾的小水滴的线度接近或大于可见光波长。白光照射在这些微粒上，将发生米氏散射。而米氏散射的光强与光波长关系不大，故微粒的散射光呈白色。

273. 一均匀媒质的吸收系数 $\alpha = 0.32\text{cm}^{-1}$ ，求出射光强为入射光强的0.1、0.2、0.5倍时媒质的厚度。

解：由 $I = I_0 e^{-\alpha l}$ ，有 $l = \frac{I_0 I_0 / I}{\alpha} = \frac{\lg(I_0 / I)}{0.434 \alpha}$ 。已知

$\alpha = 0.32 \text{ cm}^{-1}$ , 当  $\frac{I_0}{I} = \frac{1}{0.1} = 10$  时, 得

$$l_1 = \frac{\lg(10)}{0.434 \times 0.32} = 7.196 \text{ (cm)}$$

当  $\frac{I_0}{I} = \frac{1}{0.2} = 5$  时, 得

$$l_2 = 5.0295 \text{ (cm)}$$

当  $\frac{I_0}{I} = \frac{1}{0.5} = 2$  时, 得

$$l_3 = 2.1661 \text{ (cm)}$$

274. 设海水的吸收系数为  $\alpha = 2 \text{ m}^{-1}$ , 而人眼能感觉到的光强为太阳光强度的  $10^{-18}$ 。试问在水面下多深处, 人眼还能看见亮光?

解: 由  $I = I_0 e^{-\alpha l}$  并将  $I_0/I = 10^{18}$  及  $\alpha$  代入, 得

$$l = \frac{\ln(I_0/I)}{\alpha} = \frac{\ln(10^{18})}{2} = 20.7 \text{ (m)}$$

275. 试证当媒质厚度  $l = 1 \text{ cm}$  时, 吸收系数  $\alpha$  很小很小时, 则吸收率  $G = \frac{I_0 - I}{I_0}$  在数值上就等于吸收系数本身。

解: 由  $I = I_0 e^{-\alpha l}$  及吸收率  $G = \frac{I_0 - I}{I_0}$ , 得

$$G = \frac{I_0 - I}{I_0} = 1 - \frac{I}{I_0} = 1 - e^{-\alpha l} = 1 - \left[ 1 - \alpha + \frac{\alpha^2}{2} + \dots \right] \\ \approx \alpha$$

276. 用  $A = 1.53974$  和  $B = 4.6528 \times 10^6 \text{ \AA}$  的玻璃做成  $50^\circ$  棱角的棱镜, 当其对  $5500 \text{ \AA}$  入射光处于最小偏向角位置时,

求其角色散为多少弧度/埃？

解：棱镜对某一波长处于最小偏向角 $\delta_m$ 位置时，对该波长的角色散公式为

$$\frac{d\delta_m}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\cos\frac{\alpha+\delta_m}{2}} \cdot \frac{dn}{d\lambda} = \frac{2\sin\frac{\alpha}{2}}{\sqrt{1-n^2\sin^2\frac{\alpha}{2}}} \cdot \frac{dn}{d\lambda}$$

由科希公式

$$n = A + \frac{B}{\lambda^2} \text{ 及 } \frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}$$

将 $\alpha = 50^\circ$ ， $\lambda = 5500 \text{ \AA}$ ， $A = 1.53974$ ， $B = 4.6528 \times 10^5 \text{ \AA}^2$ 代入上两式，得

$$n = 1.53974 + \frac{4.6528 \times 10^5}{(5500)^2} = 1.5551$$

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2 \times 4.6528 \times 10^5}{(5500)^3} = -5.5931 \times 10^{-6} / \text{\AA}$$

将这两个结果代入角色散公式，得

$$\begin{aligned} \frac{d\delta_m}{d\lambda} &= \frac{2\sin(\frac{50}{2})^\circ}{\sqrt{1-1.5551^2 \times \sin^2(\frac{50}{2})^\circ}} \times (-5.5931 \times 10^{-6}) \\ &= -6.2724 \times 10^{-6} \text{ (rad/\AA)} \end{aligned}$$

277. 某种玻璃对不同波长的折射率在 $\lambda = 4000 \text{ \AA}$ 时，

$n = 1.63$ ； $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ 时， $n = 1.58$ 。假定科希公式 $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$ 适用，

求此种玻璃在 $6000 \text{ \AA}$ 时的色散 $dn/d\lambda$ 。

解：由科希公式  $n = A + B/\lambda^2$ ，将  $\lambda_1 = 4000 \text{ \AA}$ ， $n_1 = 1.63$ ，  
 $\lambda_2 = 5000 \text{ \AA}$ ， $n_2 = 1.58$  代入上式，得

$$1.63 = A + \frac{B}{4000^2}$$

$$1.58 = A + \frac{B}{5000^2}$$

解此二式，得  $A = 1.5$ ， $B = 2.22 \times 10^8 (\text{ \AA}^2)$ 。由科希公式，有  $\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2B}{\lambda^3}$ ，将  $A$ 、 $B$  值及  $\lambda = 6000 \text{ \AA}$  代入，得

$$\frac{dn}{d\lambda} = -\frac{2 \times 2.22 \times 10^8}{(6000)^3} = -2.06 \times 10^{-6} / \text{ \AA}$$

$$= -2.06 \times 10^3 / \text{cm}$$

278. 已知相速  $v_p$ ， $K$  为常数，计算下列各情况下的群速。  
 (1)  $v_p = K$ ，无色散媒质，如空气中的声波；  
 (2)  $v_p = K\lambda$ ；  
 (3)  $v_p = K\sqrt{\lambda}$ ，重力在水面上所引起的波；  
 (4)  $v_p = \frac{K}{\sqrt{\lambda}}$ ，在水面上的表面张力波；  
 (5)  $v_p = \frac{K}{\lambda}$ ，

弹性薄片在弯曲时所产生的波。

解：因为相速  $v_p$  和群速  $v_g$  的关系为

$$v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$$

(1) 已知  $v_p = K$ ，则  $\frac{dv_p}{d\lambda} = 0$ ，所以  $v_g = v_p$ ；

(2) 已知  $v_p = K\lambda$ ，则  $\frac{dv_p}{d\lambda} = K$ ，所以  $v_g = K\lambda - K\lambda = 0$ ；

(3) 已知  $v_p = K\sqrt{\lambda}$ , 则  $\frac{dv_p}{d\lambda} = \frac{1}{2}K \frac{1}{\sqrt{\lambda}}$ , 所以

$$v_g = K\sqrt{\lambda} - \lambda \frac{1}{2}K \frac{1}{\sqrt{\lambda}} = \frac{1}{2}K\sqrt{\lambda} = \frac{1}{2}v_p$$

(4) 已知  $v_p = \frac{K}{\sqrt{\lambda}}$ , 则  $\frac{dv_p}{d\lambda} = -\frac{1}{2} \frac{K}{\sqrt{\lambda^3}}$ , 所以

$$v_g = \frac{K}{\sqrt{\lambda}} - \lambda \left( -\frac{1}{2} \frac{K}{\sqrt{\lambda^3}} \right) = \frac{3}{2} \frac{K}{\sqrt{\lambda}} = \frac{3}{2}v_p$$

(5) 已知  $v_p = \frac{K}{\lambda}$ , 则  $\frac{dv_p}{d\lambda} = -\frac{K}{\lambda^2}$ , 所以

$$v_g = \frac{K}{\lambda} - \lambda \left( -\frac{K}{\lambda^2} \right) = 2 \frac{K}{\lambda} = 2v_p$$

279. 证明媒质的群速折射率为

$$n_g = \frac{c}{v_g} = n_p - \lambda \frac{dn_p}{d\lambda}$$

式中  $n_g$ 、 $n_p$  分别为群速折射率和相速折射率。

解: 由  $v_g = v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}$ , 根据  $v = \frac{c}{n}$ , 则

$$\frac{dv_p}{dn_p} = \frac{-c}{n_p^2} = -\frac{v_p}{n_p}$$

$$\begin{aligned} \text{所以 } n_g &= \frac{c}{v_g} = \frac{c}{v_p - \lambda \frac{dv_p}{d\lambda}} = \frac{c}{v_p - \lambda \frac{dv_p}{dn_p} \cdot \frac{dn_p}{d\lambda}} \\ &= \frac{c}{v_p - \lambda \left( -\frac{v_p}{n_p} \right) \frac{dn_p}{d\lambda}} = \frac{c}{v_p} \left( 1 + \frac{\lambda}{n_p} \frac{dn_p}{d\lambda} \right)^{-1} \\ &\approx \frac{c}{v_p} \left[ 1 - \frac{\lambda}{n_p} \frac{dn_p}{d\lambda} \right] = n_p - \lambda \frac{dn_p}{d\lambda} \end{aligned}$$

即得  $n_g = n_p - \lambda \frac{dn_p}{d\lambda}$

280. 同时考虑媒质对光的吸收和散射时，吸收系数  $\alpha = \alpha_0 + \alpha_s$ ，其中  $\alpha_0$  为真正吸收系数， $\alpha_s$  为散射系数。

朗白定律为  $I = I_0 e^{-(\alpha_0 + \alpha_s)l}$ ，若光经过一定厚度的某种媒质后，只有20%的光强透过，已知该媒质的散射系数  $\alpha_s$  为真正吸收系数  $\alpha_0$  的  $1/2$ ，若不考虑散射，则透射光强可增加多少？

解：由  $I = I_0 e^{-(\alpha_0 + \alpha_s)l}$ ，有  $\frac{I}{I_0} = e^{-(\alpha_0 + \alpha_s)l}$

将  $\alpha_s = \frac{1}{2}\alpha_0$ ， $\frac{I}{I_0} = 20\% = 0.2$  代入，得

$$e^{-(\alpha_0 + \frac{1}{2}\alpha_0)l} = \frac{I}{I_0} = 0.2$$

故  $\alpha_0 = \frac{2 \ln 5}{3l}$

若消除散射，则  $\alpha_s = 0$ ，于是

$$\frac{I'}{I_0} = e^{-\alpha_0 l} = e^{-\frac{2}{3} \ln 5} = 0.34 = 34\%$$

即透射光强比原来增加14%。

281. 计算波长为  $2536 \text{ \AA}$  和  $5461 \text{ \AA}$  的两条谱线瑞利散射的强度之比。

解：因为  $I_0 \propto \frac{1}{\lambda^4}$ ，有  $\frac{I_1}{I_2} = \frac{\lambda_2^4}{\lambda_1^4}$ 。将  $\lambda_1 = 2536 \text{ \AA}$ ， $\lambda_2 = 5461 \text{ \AA}$  代入，得

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{5461^4}{2536^4} = 21.5$$

282. 一束光通过液体，用偏振片正对这束光观察。当偏振片透振方向在竖直方向时，光强达最大值，当偏振片透振方向在水平方向时，光强为零。再从正侧面观察散射光，在偏振片分别置于上述两个位置时，光强之比为20:1。计算散射光的退偏振度。

解：由退偏振度  $\Delta = 1 - P = 1 - \frac{I_y - I_x}{I_y + I_x}$ ，将  $I_y = 20$ ，

$I_x = 1$  代入，得

$$\Delta = 1 - \frac{20 - 1}{20 + 1} = 1 - 0.905 = 9.5\%$$

## 十、光的量子性

283. 煤火中由煤块形成的“空隙”看起来比煤本身亮些，空隙中的温度是否显著地高于露出的炽热煤块的表面温度？

答：不。因为由煤块形成的空穴可视为黑体。空穴的吸收率大于煤块的吸收率，而吸收率大的物体其辐出度也大。所以相同温度下，空穴辐射出的能量更多，看起来更亮。

284. 既然绝对黑体能全部吸收入射到它上面的能量，一点也不反射，也不透射。那么在太阳光照射下的绝对黑体，为什么其温度不能无限制地升高？

答：因为绝对黑体吸收了太阳照射到它上面的能量后，温度就会上升。而黑体的单色辐出度 $w_0(\lambda)$ 又是随温度的升高而迅速增加的，因此黑体辐射出的能量也随之增加。当其周围的物体达到热平衡时，它辐射的能量与吸收的能量相等，温度就不再上升了。

285. 用相同的单色光照射两块相同的金属板产生光电效应，设光的强度一样，但入射角不同。问哪块金属板逸出的电子数较多？

答：光垂直入射时，金属板逸出的电子数多些。因为垂直入射时，到达金属板的光子数为斜入射（与法线方向的倾斜角为 $\theta$ ）时的 $1/\cos\theta$ 倍，因而产生光电效应后逸出的电子数也多些。

286. 对于振动着的物体，为什么不考虑其波动性？

答：因为一般运动着的物体，其质量 $m$ 太大，由德布罗意公式 $\lambda = h/mv$ 可知，其德布罗意波长太小以致于不能显示出干涉、衍射的特征，所以不考虑其波动性。

287. 在彩色电视机的发明过程中曾面临一个技术问题：用于红色像部分的摄像管的设计技术要比绿管或蓝管困难，其主要原因何在？

答：因为摄像过程是一个将光信号转变为电信号的过程，其原理基于光电效应。由于光电效应存在着红限，红光的波长最长，即频率最小，比蓝绿光更难发生光电效应，因而红管的设计技术更困难。

288. 用光测辐射法测得炉壁小孔的辐出度 $M_0$ 为22.8瓦/厘米<sup>2</sup>，试求炉内温度。

解：炉壁小孔是一个很好的黑体，它遵从斯——玻黑体辐射定律 $M = \sigma T^4$ ，所以 $T = \sqrt[4]{\frac{M}{\sigma}}$ ，将 $M = 22.8$ 瓦/厘米<sup>2</sup> = 22.8

$\times 10^4$ 瓦/米<sup>2</sup>， $\sigma = 5.672 \times 10^{-8}$ 瓦/米<sup>2</sup>·开<sup>4</sup>代入，得

$$T = \sqrt[4]{\frac{22.8 \times 10^4}{5.67 \times 10^{-8}}} = 1416 \text{ (开)}$$

289. 在大气层外的火箭上记录了太阳表面发射光谱，测得它的能量最高峰在4650Å，把太阳当作黑体，计算太阳表面温度。

解：太阳为一黑体，其辐射应满足维恩位移定律 $\lambda_M \cdot T = b$ 。将 $b = 2897$ 微米·开， $\lambda_M = 0.465$ 微米代入，得

$$T = \frac{b}{\lambda_M} = \frac{2897}{0.465} = 6228 \text{ (开)}$$

290. 在加热黑体过程中，其最大单色辐出度的波长由

0.69 $\mu\text{m}$ 变化到0.50 $\mu\text{m}$ , 求总辐出度增加的倍数。

解: 由 $\lambda_M \cdot T = b$ , 有 $\frac{T_2}{T_1} = \frac{\lambda_1}{\lambda_2}$ , 将 $\lambda_1 = 0.69 \mu\text{m}$ ,

$\lambda_2 = 0.50 \mu\text{m}$ 代入, 得

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{0.69}{0.50} = 1.38$$

再由 $M_0 = \sigma T^4$ , 有 $\frac{M_{02}}{M_{01}} = \frac{T_2^4}{T_1^4}$ , 将 $\frac{T_2}{T_1} = 1.38$ 代入, 得

$$\frac{M_{02}}{M_{01}} = (1.38)^4 = 3.63$$

291. 在一定条件下, 人的眼睛视网膜能够对五个蓝绿光光子 ( $\lambda = 4861 \text{ \AA}$ ) 产生光的感受。此时视网膜上接收到光能量有多少? 如果每秒钟都吸收五个这样的光子, 到达眼睛的功率为多少?

解: 视网膜上接收的光能量为

$$E = n \frac{hc}{\lambda}$$

将 $n = 5$ ,  $h = 6.626 \times 10^{-34}$ 焦耳·秒,  $c = 3 \times 10^8$ 米/秒,  $\lambda = 4.861 \times 10^{-7}$ 米代入, 得

$$E = 2.05 \times 10^{-18} \text{ (焦耳)}$$

相应功率  $P = \frac{E}{t}$ , 由于 $E = 2.05 \times 10^{-18}$ 焦耳,  $t = 1$ 秒,

故  $P = \frac{2.05 \times 10^{-18}}{1} = 2.05 \times 10^{-18}$  (瓦特)

292. 已知单色光 ( $4800 \text{ \AA}$ ) 通过 1 平方厘米截面的辐

射通量为20瓦。试求该单色光1立方毫米内的光子数目。

解：1个光子的能量为

$$h\nu = h \frac{c}{\lambda}$$

将 $h = 6.626 \times 10^{-34}$ 焦·秒， $c = 3 \times 10^8$ 米/秒， $\lambda = 4.8 \times 10^{-7}$ 米代入，得

$$h\nu = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{4.8 \times 10^{-7}} = 4.14 \times 10^{-19} \text{ (焦耳)}$$

由题意，先计算20焦耳能量的光束所含的光子数 $n$

$$n = \frac{20}{4.14 \times 10^{-19}} = 4.83 \times 10^{19} \text{ (个)}$$

这些光子在单位时间内占有的体积为 $V = \nu s$ ，将 $\nu = c = 3 \times 10^{10}$ 厘米/秒， $s = 1$ （厘米）<sup>2</sup>代入，得

$$V = 3 \times 10^{10} \times 1 = 3 \times 10^{10} \text{ (厘米)}^3 = 3 \times 10^{13} \text{ (毫米)}^3$$

所以，单位时间每立方毫米内的光子数为

$$\frac{n}{V} = \frac{4.83 \times 10^{19}}{3 \times 10^{13}} = 1.61 \times 10^6 \text{ (个)}$$

293. 某金属功函数 $\Phi_0 = 1.8\text{eV}$ ，对于波长为 $4000\text{\AA}$ 的光，遏止电压为多少？金属表面发射的光电子最大速度为多少？

解：由 $eU_a = h\nu - \Phi_0$ ，有

$$U_a = \frac{h\nu - \Phi_0}{e} = \frac{hc}{e\lambda} - \frac{\Phi_0}{e}$$

将 $h = 6.626 \times 10^{-34}$ 焦·秒， $c = 3 \times 10^8$ 米/秒， $e = 1.6 \times 10^{-19}$ 库， $\lambda = 4 \times 10^{-7}$ 米， $\Phi_0 = 1.8 \times 1.6 \times 10^{-19}$ 焦耳代入，得

$$U_a = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 4 \times 10^{-7}} - \frac{1.8 \times 1.6 \times 10^{-19}}{1.6 \times 10^{-19}}$$

$$= 1.3 \text{ (伏)}$$

再由  $\frac{1}{2}mv^2 = eU_a$ ，并将  $e$ 、 $U_a$  值及  $m_e = 9.109 \times 10^{-31}$  千克代入，得

$$v = \sqrt{\frac{2eU_a}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.3}{9.109 \times 10^{-31}}}$$

$$= 6.8 \times 10^5 \text{ (米/秒)}$$

294. 紫外光 ( $\lambda = 2.54 \times 10^{-6}$  cm) 照射在铜表面，遏止电压为 0.59 伏。求铜的红限波长。

解：由  $eU_a = h\nu - \Phi_0 = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_0}$

因此红限波长为

$$\lambda_0 = \frac{hc\lambda}{hc - eU_a \cdot \lambda}$$

将  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  焦耳·秒， $c = 3 \times 10^8$  米/秒， $\lambda = 2.54 \times 10^{-7}$  米， $e = 1.6 \times 10^{-19}$  库， $U_a = 0.59$  伏代入，得

$$\lambda_0 = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 \times 2.54 \times 10^{-7}}{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8 - 1.6 \times 10^{-19} \times 0.59 \times 2.54 \times 10^{-7}}$$

$$= 2.89 \times 10^{-7} \text{ (米)} = 2890 \text{ (Å)}$$

295. 波长  $\lambda = 2000 \text{ Å}$  的光照射到铝表面，铝的功函数  $\Phi_0 = 4.2 \text{ eV}$ 。求：(1) 出射的最快的光电子能量是多少？(2) 遏止电压为多少？(3) 如果入射光强为  $2.0 \text{ 瓦/米}^2$ ，单位时间打到单位面积上的平均光子数为多少？

解：(1) 光子能量为  $E = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ ，将  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  焦耳·秒， $c = 3 \times 10^8$  米/秒， $\lambda = 2 \times 10^{-7}$  米， $e = 1.6 \times 10^{-19}$  库代入，得

$$E = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{2 \times 10^{-7} \times 1.6 \times 10^{-19}} = 6.2 \text{ (eV)}$$

故，出射最快的光子能量为  $W = E - \Phi_0$ ，将  $E$  值和  $\Phi_0$  值代入，得

$$W = 6.2 - 4.2 = 2.0 \text{ (eV)}$$

(2) 遏止电压就是  $W = 2.0 \text{ (eV)}$

(3) 铝的红限为  $\lambda_0 = \frac{E}{\Phi_0} \lambda$ ，将  $E = 6.2 \text{ eV}$ ， $\Phi_0 =$

$4.2 \text{ eV}$ ， $\lambda = 2000 \text{ \AA}$  代入，得

$$\lambda_0 = \frac{6.2}{4.2} \times 2000 = 2950 \text{ \AA}$$

光强  $I$  与光子流平均密度  $N$  的关系为

$$I = Nh\nu$$

将  $I = 2.0 \text{ 瓦/米}^2$ ， $h\nu = E = 6.2 \text{ eV} = 6.2 \times 1.6 \times 10^{-19}$  焦耳代入，得

$$N = \frac{I}{h\nu} = \frac{2.0}{6.2 \times 1.6 \times 10^{-19}} \approx 2 \times 10^{18} \text{ (个/米}^2 \cdot \text{秒)}$$

296. 某一电子的速度为光速的五分之一。求该电子的德布罗意波长。

解：按相对论，运动电子的质量为

$$m = m_0 \frac{1}{\sqrt{1 - (v/c)^2}}$$

将  $v = \frac{1}{5}c$ ,  $m_0 = 9.1 \times 10^{-31}$  千克代入, 得

$$m = 1.02 \times 9.1 \times 10^{-31} \text{ (千克)}$$

相应德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{1.02 \times 9.1 \times 10^{-31} \times \frac{1}{5} \times 3 \times 10^8}$$

$$= 0.119 \times 10^{-10} \text{ (米)} = 0.119 \text{ (Å)}$$

297. 中子质量为  $1.67 \times 10^{-27}$  千克, 试求使动能为 20keV 的中子通过直径  $d = 0.035 \text{ Å}$  的圆孔衍射后, 其中心极大与第一极小所成的夹角  $\theta$  为多大?

解: 由  $E_k = \frac{1}{2}mv^2$  并将  $E_k = 2 \times 10^4 \text{ eV} = 2 \times 10^4 \times 1.6 \times 10^{-19} = 3.2 \times 10^{-15}$  焦耳,  $m = 1.67 \times 10^{-27}$  千克代入, 得

$$v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}} = \sqrt{\frac{2 \times 3.2 \times 10^{-15}}{1.67 \times 10^{-27}}} = 2 \times 10^6 \text{ (米/秒)}$$

则中子的德布罗意波长为

$$\lambda = \frac{h}{mv} = \frac{6.626 \times 10^{-34}}{1.67 \times 10^{-27} \times 2 \times 10^6} = 2 \times 10^{-13} \text{ (米)}$$

因为夫琅和费衍射第一极小对应的衍射角满足

$$\theta = 0.61 \frac{\lambda}{a} = 1.22 \frac{\lambda}{d}$$

将  $\lambda = 2 \times 10^{-13}$  米  $= 2 \times 10^{-3} \text{ Å}$ ,  $d = 0.035 \text{ Å}$  代入, 得

$$\theta = 1.22 \times \frac{2 \times 10^{-3}}{0.035} = 0.6971 \approx 4^\circ$$

298. 做晶体衍射实验用  $1 \text{ \AA}$  级的波长较为合适, 试求具有这一波长的电子、光子的能量各为多少? (计算中不考虑相对论修正。)

解: 由  $E_{\text{光}} = h\nu = \frac{hc}{\lambda}$ , 将  $h = 6.626 \times 10^{-34}$  焦·秒,

$c = 3 \times 10^8$  米/秒,  $\lambda = 10^{-10}$  米代入, 得

$$E_{\text{光}} = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{10^{-10}} = 1.99 \times 10^{-15} \text{ (焦耳)}$$

$$= \frac{1.99 \times 10^{-15}}{1.6 \times 10^{-19}} = 1.24 \times 10^4 \text{ (eV)}$$

由  $E_{\text{电}} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2} \frac{p^2}{m} = \frac{1}{2m} \left( \frac{h}{\lambda} \right)^2$ , 将  $h$ 、 $\lambda$ 、 $m$  值代入, 得

$$E_{\text{电}} = \frac{1}{2 \times 9.1 \times 10^{-31}} \times \left( \frac{6.626 \times 10^{-34}}{10^{-10}} \right)^2$$

$$= 2.4 \times 10^{-17} \text{ (焦耳)}$$

$$= 1.51 \text{ (eV)}$$

299. 一电子经电势差  $U$  加速, 最后打在靶子上, 假设它丧失全部动能时产生一个光子。求当这光子相应的光波长分别为  $5000 \text{ \AA}$  (可见光),  $1 \text{ \AA}$  (x射线) 和  $0.001 \text{ \AA}$  (γ射线) 时, 加速该电子的电势差各是多少?

解: 由  $E_k = eU = \frac{hc}{\lambda}$ , 则  $U = \frac{hc}{e\lambda}$ , 且  $h = 6.626 \times 10^{-34}$

焦·秒,  $c = 3 \times 10^8$  米/秒,  $e = 1.6 \times 10^{-19}$  库, 对可见光:  $\lambda = 5 \times 10^{-7}$  米, 将各数据代入, 得

$$U = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 5 \times 10^{-7}} = 2.48 \text{ (伏)}$$

对x射线： $\lambda = 10^{-10}$ 米，将各数据代入，得

$$U = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-10}} = 1.24 \times 10^4 \text{ (伏)}$$

对γ射线： $\lambda = 0.001 \times 10^{-10}$ 米，将各数据代入，得

$$U = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{1.6 \times 10^{-19} \times 0.001 \times 10^{-10}} = 1.24 \times 10^7 \text{ (伏)}$$

300. 在康普顿实验中，当能量为0.50兆电子伏的x射线射中一个电子时，该电子会获得0.10兆电子伏的动能，假设电子原来是静止的。试求：(1) 散射光子的波长；(2) 散射光子与入射方向的夹角。

解：因为电子能量的增加，等于x射线光子能量的减少，即 $\Delta E = 0.1$ 兆eV。对光子有 $\Delta E = E_1 - E_2$ ，其中 $E_1 = \frac{hc}{\lambda}$ ，

$$E_2 = E_1 - \Delta E = \frac{hc}{\lambda'}， \text{ 所以}$$

$$\lambda' = \frac{hc}{E_1 - \Delta E}， \lambda = \frac{hc}{E_1}$$

将 $h = 6.626 \times 10^{-34}$ 焦·秒， $c = 3 \times 10^8$ 米/秒， $E_1 = 0.5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ 焦耳， $\Delta E = 0.1 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}$ 焦耳分别代入上两式，得

$$\begin{aligned} \lambda' &= \frac{6.63 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{(0.5 - 0.1) \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} \\ &= 3.1 \times 10^{-12} \text{ (米)} \\ &= 3.1 \times 10^{-2} \text{ (Å)} \end{aligned}$$

$$\lambda = \frac{6.626 \times 10^{-34} \times 3 \times 10^8}{0.5 \times 10^6 \times 1.6 \times 10^{-19}} = 2.4 \times 10^{-12} \text{ (米)}$$

$$= 2.4 \times 10^{-2} \text{ (Å)}$$

超星网路图书馆  
 使用本复制品  
 请尊重相关知识产权!

所以散射光子的波长  $\lambda' = 3.1 \times 10^{-2} \text{ Å}$ ，再由

$$\Delta\lambda = \frac{2h}{m_0 c} \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

并将  $\Delta\lambda = \lambda' - \lambda = (3.1 - 2.4) \times 10^{-2} \text{ Å} = 7 \times 10^{-13} \text{ 米}$ ，  
 $m_0 = 9.1 \times 10^{-31} \text{ 千克}$ ， $c = 3 \times 10^8 \text{ 米/秒}$ ， $h = 6.626 \times 10^{-34} \text{ 焦} \cdot \text{秒}$  代入，得

$$\sin^2 \frac{\theta}{2} = \frac{9.1 \times 10^{-31} \times 3 \times 10^8 \times 7 \times 10^{-13}}{2 \times 6.626 \times 10^{-34}} = 0.1441$$

即散射角  $\theta$  为  $42^\circ$ 。