

# 一种逆傅里叶激光测量系统的研究

王亚民 张婧雯

西安科技大学理学院, 陕西 西安 710054

**摘要** 针对测量粒径的传统傅里叶测量系统(FS)的缺点,提出了一种改进的逆傅里叶激光测量系统(RFS)。通过实验测量,结果表明通过增加散射体与透镜的距离可以增加粒径测量的下限,扩大粒径测量的范围。另外,还对不同粒径的测量结果和理论计算结果进行了对比。结果表明,该方法特别适合于在小颗粒的测量。

**关键词** 测量;逆傅里叶光学;激光测量;粒径测量;Mie散射

**中图分类号** O436.2 **文献标识码** A

**doi:** 10.3788/LOP52.021202

## Study of an Reverse Fourier Laser Measurement System

Wang Yamin Zhang Jingwen

College of Sciences, Xi'an University of Science and Technology, Xi'an, Shaanxi 710054, China

**Abstract** For measurements on particle size, an improved reverse Fourier laser measurement system (RFS) which based on disadvantage traditional Fourier system (FS) is presented. In the experimental parts, the results show that the increase in lower limit of particle size measurement by increasing the distance of scattering volume and lens can expand the range of particle size measurement. In addition, the different particle size measurement results and theoretical calculation results are compared. The experimental evidence and simulation results show that, this method is especially suitable for measuring small particles.

**Key words** measurement; reverse Fourier optics; laser measurement; particle size measurement; Mie scattering

**OCIS codes** 290.5850; 290.5820; 070.4560

## 1 引言

粒度分析是必要的各种各样的工业过程,包括研磨,结晶,乳化和聚合。粒度和粒度分布(PSD)是有价值的信息,尤其在特定的大小的颗粒的生产效率和产品质量控制过程中更为重要。仪器已开发和建造用于此目的。随着激光技术,光电和计算机科学的发展,基于光散射激光粒子分析仪自20世纪70年代末发现的广泛使用。这种仪器的特点是测量快速、准确,可测量的尺寸范围外,重现性好,使用方便<sup>[1]</sup>。

前向光散射是一种最广泛使用的技术进行样品的颗粒粒径接近或大于光的波长。该技术已被广泛称为激光衍射。然而,长期的激光衍射不再反映当前状态的艺术。一种基于Mie散射理论的方法,其测量的散射角范围很宽,因此测量粒径大小的范围已经扩展到亚微米区域<sup>[2]</sup>。

为了测量超细颗粒,从事激光粒度分析仪的研究人员先后尝试了各种方法,如提高检测散射角范围,增加散射角<sup>[3]</sup>等。在这些方法中,粒子是由准直光束或会聚束照射进行散射。以往进行微粒测量的系统大多是传统的傅里叶系统(FS),其缺点是粒径范围较小,接收透镜的焦距必须足够大<sup>[4]</sup>。针对传统的傅里叶光学系统的缺点,本文提出了一种改进的逆傅里叶激光测量系统(RFS),并针对不同粒径、不同探测距离的微粒的散射光强进行了实验,给出了比较结果。

## 2 理论模型

传统的傅里叶系统如图1所示,透镜在样品池之前,测量的距离非常有限且该方法适用于大颗粒。本文

收稿日期: 2014-08-06; 收到修改稿日期: 2014-08-29; 网络出版日期: 2014-12-23

基金项目: 陕西省自然科学基金研究计划(2013JM8004)、陕西省自然科学基金研究计划(2014JQ8335)

作者简介: 王亚民(1958—),男,教授,硕士生导师,主要从事光网络理论与技术方面的研究。

E-mail: 281149345@qq.com

采用的逆傅里叶激光测量系统(如图2所示),接收透镜在颗粒的后面,光强探测器是在点源成像的平面上。理论分析证明,傅里叶变换存在于傅里叶系统和逆傅里叶激光测量系统中<sup>[6]</sup>,如图1和图2所示,其中光强探测器是傅里叶变换平面的共平面。

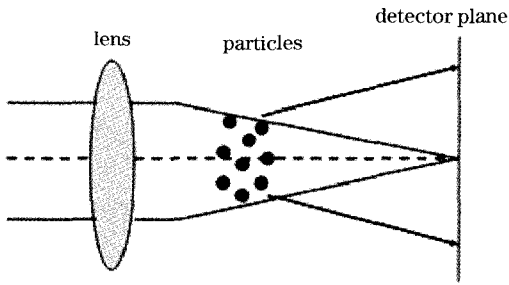


图1 传统傅里叶系统

Fig.1 Conventional Fourier system

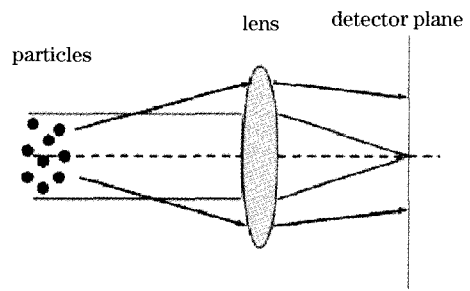


图2 逆傅里叶系统

Fig.2 Reverse Fourier system

本实验采用的光路如图3所示。先讨论一个粒子的散射检测平面光模式。在傍轴近似下,光强探测面  $O_2$  中的光场可表示为

$$U_i(x, y) = \frac{C}{\lambda f_{\text{eff}}} \exp\left[-j\frac{\pi\mu}{\lambda}(x^2 + y^2)\right] \iint U_{i,0}(\xi, \eta) \times \exp\left[-j\frac{2\pi}{\lambda f_{\text{eff}}}(x\xi + y\eta)\right] d\xi d\eta, \quad (1)$$

式中  $(x, y)$  是探测平面的坐标,  $(\xi, \eta)$  是颗粒平面的坐标,如图4所示,下标  $i$  是散射颗粒的数量,  $C$  是常数,  $\lambda$  是激光的波长,参数  $\mu$  和  $f_{\text{eff}}$  定义为

$$\mu = \frac{(u+v)a - uv}{v^2(u-a)}, \quad (2)$$

$$f_{\text{eff}} = \frac{u-a}{u-f} f. \quad (3)$$

如图3所示,  $u$  和  $v$  满足关系  $u^{-1} + v^{-1} = f^{-1}$ 。

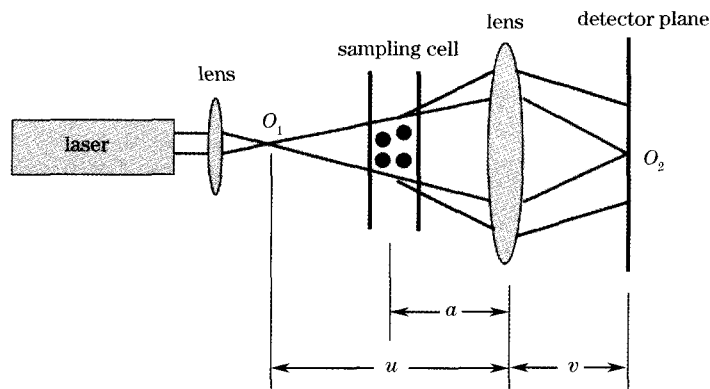


图3 逆傅里叶激光测量系统的光路图

Fig.3 Optical reverse Fourier laser measurement system

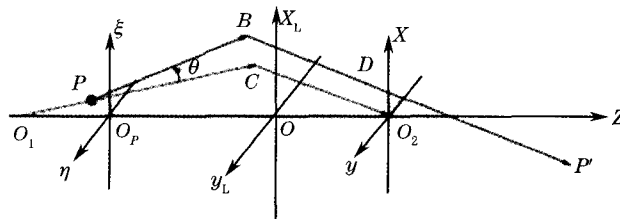


图4 散射光传播示意图

Fig.4 Illustrating of scattered light

如图4所示,颗粒分布在平面  $O_{p\xi\eta}$ , 散射光线为  $PB$  和  $BDP'$ ,  $P'$  和  $P$  互为共轭。对于任一球形颗粒,其直

径为  $d$ , 中心位于  $(\xi_i, 0, \eta_i, 0)$ , 有

$$U_{i,0}(\xi, \eta) = \begin{cases} 1, & (\xi - \xi_{i,0})^2 + (\eta - \eta_{i,0})^2 \leq \left(\frac{d}{2}\right)^2 \\ 0, & \text{else} \end{cases} \quad (4)$$

因此可得到(1)式的解为

$$U_i(x, y) = \frac{C}{\lambda f_{\text{eff}}} \exp \left[ -j \frac{\pi \mu}{\lambda} (x^2 + y^2) - j \frac{2\pi}{\lambda f_{\text{eff}}} (x \xi_{i,0} + y \eta_{i,0}) \right] \frac{2J_1(X)}{X} \quad (5)$$

假定所有颗粒的大小是相同的, 则散射光强的分布为

$$I(x, y) = \frac{C^2}{\lambda^2 f_{\text{eff}}^2} \left[ \frac{2J_1(X)}{X} \right]^2 \sum_{i=1}^N \exp \left[ -j \frac{\pi \mu}{\lambda} (x^2 + y^2) - j \frac{2\pi}{\lambda f_{\text{eff}}} (x \xi_{i,0} + y \eta_{i,0}) \right] \quad (6)$$

如果颗粒浓度很低, 颗粒之间的相互作用可以忽略不计。因此(6)式也可以表示为<sup>[6]</sup>

$$I(r) = NI_0 \frac{\lambda^2 a^4}{16\pi^2 f_{\text{eff}}^2} \left[ \frac{2J_1(x)}{x} \right]^2 \quad (7)$$

式中  $I_0$  是发光粒子的入射光束的强度,  $r$  是径向距离, 定义为  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。

通过(7)式, 可以看出逆傅里叶光学的球形颗粒的散射图案与传统的傅里叶光学的散射图案相同。

为了满足亚微米颗粒精确测量的要求, 采用建立在严格麦克斯韦方程基础之上的 Mie 理论。因此, (7)式可写为

$$I(r) = NI_0 \frac{\lambda^2}{4\pi^2 f_{\text{eff}}^2} i(\theta) \quad (8)$$

$$i(\theta) = \frac{i_1(\theta) + i_2(\theta)}{2} \quad (9)$$

式中  $i_1(\theta)$  和  $i_2(\theta)$  是散射光强度函数<sup>[6]</sup>,  $\theta$  是散射角, 定义为

$$\theta = \arctan \frac{r}{f_{\text{eff}}} \quad (10)$$

假设有  $N$  个颗粒, 颗粒的位置是随机的, 颗粒的厚度 ( $Z$  方向) 非常小, 所以每一个颗粒的  $a$  值是相同的。则在  $D$  点的散射光强为

$$I_D = \frac{N \lambda^2 I_0 a^3}{S 4\pi^2 f_{\text{eff}}^2} \iint_{PB} \frac{1}{S} i(\theta) d\xi_{i,0} d\eta_{i,0} \quad (11)$$

式中  $S$  是入射光束照射散射体得到的投影面积。由于光学对准的圆柱对称, 上述积分可以在极坐标系下进行:

$$I_D = \frac{N \lambda^2 I_0 a^3}{S 4\pi^2 f_{\text{eff}}^2} \iint_{PB} \frac{1}{PB} i(\theta) \rho_{i,0} d\rho_{i,0} d\beta_{i,0} \quad (12)$$

式中

$$\begin{aligned} \xi_{i,0} &= \rho_{i,0} \cos \beta_{i,0}, \\ \eta_{i,0} &= \rho_{i,0} \sin \beta_{i,0}. \end{aligned} \quad (13)$$

在检测平面的散射光是圆柱对称, 因此只与半径有关。(11)式的数值计算可通过计算机完成<sup>[7]</sup>。

综上所述, 在检测平面的散射光空间分布由(7)、(8)和(11)式表示。(7)式和(8)式是在傍轴近似下得到的, 表达式在形式上是非常简单的。然而, 当检测位置远离光轴且散射体积较大时, (7)式和(8)式的结果将逐渐偏离真实值。由于(11)式是由 Mie 理论得出的, 因此可以直接应用于颗粒直径接近或大于波长的测量计算中<sup>[8]</sup>。

### 3 实验分析

本文设计的逆傅里叶激光散射分析仪测量系统将测量散射光强与理论公式计算的结果进行比较, 并对相关参数进行了讨论。

在本文的实验中,采用 $d=4.9\ \mu\text{m}$ 的标准聚苯乙烯颗粒作为样品, $\lambda=0.6328\ \mu\text{m}$ 的单模氦氖激光器作为光源,10 mm玻璃比色皿作为样品池,浙江光学仪器制造有限公司生产的光强分布测定仪与WJF-X10<sup>-7</sup>A型数字式检流计作为光强测定。如图3所示,激光通过透镜变换成会聚光束,光束的束腰位于点 $O_1$ 。在光束束腰的右侧,光束是发散的,发散角 $\psi$ 大约为 $2^\circ$ 。通过采样单元后,光束通过接收透镜再次转换成会聚光束,束腰位置是点 $O_2$ 。点 $O_2$ 在接收透镜120 mm处(即 $v=120\ \text{mm}$ ),点 $O_1$ 在接收透镜120 mm处(即 $u=120\ \text{mm}$ )。接收透镜的焦距 $f=60\ \text{mm}$ 。样品池采用的玻璃厚度是1.0 mm。样品池的厚度是8.0 mm。散射光信号被光强分布测定仪和检流计转化为电流。此外,重复测量10次并取平均值以保证信号非常稳定。

测量结果如下:

1)当样品池和透镜之间的距离分别为 $a=90\ \text{mm}$ , $a=110\ \text{mm}$ 和 $a=150\ \text{mm}$ 时,测量平面检测到的散射光强。

从图5可以看出,当样品池远离接收透镜时,散射光强曲线逐渐向内转变。这表明,更大的距离 $a$ 可测量到更大范围的散射角。增加了散射角的范围,散射光就会含有更多的信息。

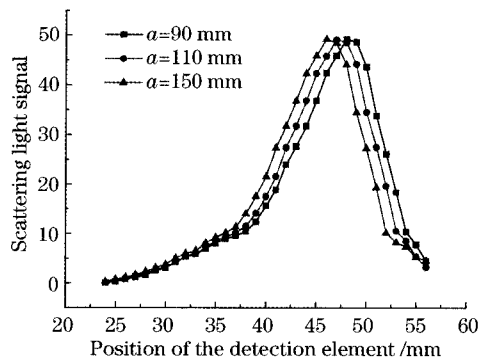


图5 不同 $a$ 值的散射结果比较

Fig.5 Comparison of the results based on different  $a$

在Mie散射理论中,散射光的分布与颗粒直径有很大的关系(即 $d/\lambda$ 或无量纲粒子的大小 $\alpha = \pi d/\lambda$ )。随着粒径变小,粒径与波长的比值减小,散射曲线会变得更加光滑,这些会导致确定粒径的尺寸越来越困难。为了增加粒径测量范围的下限,增加散射角的检测范围,本文通过增加样品池和透镜之间的距离 $a$ 来实现。

在传统傅里叶光学中,散射体(样品池)移向检测器以增加角检测范围。这可能会导致在测量上的诸多问题:多反射散射光的样品池和探测器之间的增强对散射光的分布造成较大的干扰。在本文中提出的光路中,为了测量小颗粒的光散射,散射体(样品池)移向 $O_1$ ,所以样品池和透镜的分离是足够大的,因此对散射光的多次反射可以忽略不计。

2)当粒径为 $d=4.9\ \mu\text{m}$ 和 $d=10.9\ \mu\text{m}$ 时,光强分布的理论结果与实验结果。

由图6可以发现,测量结果与理论模拟的结果相当吻合。但是在较大散射角的情况下测量与计算的结果存在一定差异。其原因有可能是:样品放置在一个比色皿中。发散光束在传播过程中,经过玻璃比色皿时光发生折射。从几何光学的角度看,米氏散射是夫琅禾费衍射、反射、折射三部分光的相干叠加,折射光与

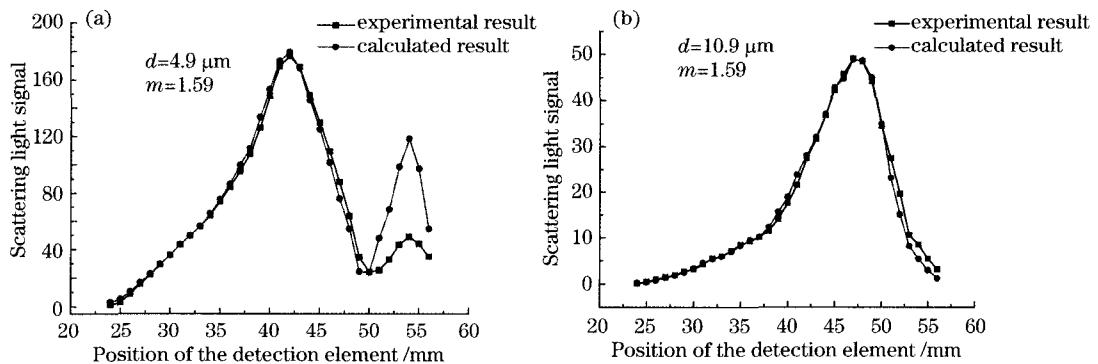


图6 测量和计算的信号比较。(a)  $d=4.9\ \mu\text{m}$ ; (b)  $d=10.9\ \mu\text{m}$

Fig.6 Comparison of the experimental and calculated results. (a)  $d=4.9\ \mu\text{m}$ ; (b)  $d=10.9\ \mu\text{m}$

反射光对散射光场有一定的贡献<sup>[9]</sup>。而在本文中,光的折射不在理论考虑范围内。

## 4 结 论

本文提出了一种用于粒径分析的逆傅里叶激光测量系统。类似于傅里叶光学,以经典 Mie 散射理论为基础,通过沿光轴方向移动样品池,可以得到不同的光强分布,进而可以确定出颗粒尺寸的范围。该方法与传统傅里叶光学相比,由于在逆傅里叶光学中,多次在样品池之间的光反射对散射光强产生的影响可以忽略,因此本文提出的测量系统更利于小粒子的测量。此外,与以往采用的环形探测器不同,本文采用的光强分布测定仪得到的测量所得的光强数据更多,光强分布坐标更加准确。

虽然对于未知大小的待测粒子样品未进行测试,但是通过增加样品池和透镜之间的距离证明了该方法可以有效增加角检测范围,增加粒径测量范围的下限,具有一定的探索价值。

## 参 考 文 献

- 1 Renliang Xu. Particle Characterization: Light Scattering Methods [M]. Particle Technology Series, 2000.
- 2 Lufang Guo, Jianqi Shen, Chen Wan. Particle analysis based on light scattering of particles illuminated by a divergent Gaussian beam [J]. Opt & Lasers in Eng, 2013, 51(7): 826-831.
- 3 Huang Huijie, Zhao Yongkai, Ren Bingqiang, *et al.*. Aerosol particle measurement by laser diode light scattering [J]. Chinese J Lasers, 2002, 29(12): 1118-1121.  
黄惠杰, 赵永凯, 任冰强, 等. 尘埃粒子的半导体激光散射测量[J]. 中国激光, 2002, 29(12): 1118-1121.
- 4 Du Hong. Mie-scattering calculation [J]. Appl Opt, 2004, 43(9): 1951-1956.
- 5 Shen J, Cai X. Algorithm of numerical calculation on Lorentz Mie theory [J]. PIERS Online, 2005, 1(6): 691-694.
- 6 Xu Feng, Cai Xiaoshu, Shen Jiaqi. Geometric approximation of light scattering in arbitrary diffraction regime for absorbing particles: application in laser particle sizing [J]. Acta Optica Sinica, 2003, 23(12): 1464-1469.  
徐 峰, 蔡小舒, 沈嘉祺. 米氏理论的近似及在粒度测量中的应用[J]. 光学学报, 2003, 23(12): 1464-1469.
- 7 Jianqi Shen, Bin Yu, Huarui Wang, *et al.*. Smoothness-constrained projection method for particle analysis based on forward light scattering [J]. Appl Opt, 2008, 47(11): 1718-1728.
- 8 Ferri F, Bassini A, Pagani E. Modified version of the Chahine algorithm to invert spectral extinction data for particle sizing [J]. Appl Opt, 1995, 34(25): 5829-5839.
- 9 Ge Baozhen, Pan Linchao, Zhang Fugen, *et al.*. Abnormal moving of scattered energy distribution and its effect on particle size analysis [J]. Acta Optica Sinica, 2013, 33(6): 0629001.  
葛宝臻, 潘林超, 张福根, 等. 颗粒散射光能分布的反常移动及其对粒度分析的影响[J]. 光学学报, 2013, 33(6): 0629001.

栏目编辑: 何卓铭