

## $\phi 1.2$ m 主镜光学加工中轴向支撑系统的补偿力分析计算

王洪桥<sup>1,2</sup>, 范 斌<sup>1</sup>, 吴永前<sup>1</sup>, 刘海涛<sup>1,2</sup>, 刘 容<sup>1,2</sup>

(1. 中国科学院光电技术研究所, 四川 成都 610209;

2. 中国科学院大学, 北京 100049)

**摘 要:** 大镜面反射镜在加工过程中需要处理一些低阶的 Zernike 多项式面形中非旋转对称的面形残余量。这些面型残余量大大增加了加工的难度。提出利用主动支撑技术指导镜面面形的加工过程, 降低加工难度。主要研究加工过程中应用主动支撑技术补偿某些低阶 Zernike 系数面形残差的技术方法。在轴向支撑系统中采用全浮动支撑方式对镜面面形进行控制, 采用力作为控制变量的控制模式使镜面产生低阶 Zernike 多项式面形变化, 进一步“修正”处理某些不满足合力为零和合力矩平衡的解, 成功实现主动支撑补偿低阶 Zernike 系数项面形。最后通过 Ansys-Workbench 软件仿真验证该计算方法的可行性。

**关键词:** 主动支撑; 薄镜; 有限元分析

**中图分类号:** TH706 **文献标志码:** A **文章编号:** 1007-2276(2014)06-1889-05

## Analysis and calculation for compensation force in axial support system in $\phi 1.2$ m primary mirror optical fabrication

Wang Hongqiao<sup>1,2</sup>, Fan Bin<sup>1</sup>, Wu Yongqian<sup>1</sup>, Liu Haitao<sup>1,2</sup>, Liu Rong<sup>1,2</sup>

(1. The Institute of Optics and Electronics the Chinese Academy of Sciences, Chengdu 610209, China;

2. University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China)

**Abstract:** Dealing with some non-rotational symmetrical residual error in low-frequency Zernike polynomials surface is needed in the manufacture of large-reflecting mirror. These errors greatly increase the difficulty of processing. Propose to change the mirror surface for reducing the fabrication difficulty by active support technique. Study the method of compensating some non-rotational symmetrical residual error in low-frequency Zernike polynomials surface by active support technique. Firstly, apply the all-floating support method in axial support system to control the deformation of the mirror's surface. Then, apply force as the control variable in the system. Do the "correction" process on the solution which can not satisfy the principles of "Resultant equal to zero" and "Total torque equal to zero". Successfully achieve the compensation of low-frequency Zernike coefficient surface by active support technique. The results of simulation by Ansys-Workbench software prove the feasible.

**Key words:** active support; thin mirror; FEA

收稿日期: 2013-10-10; 修订日期: 2013-11-25

作者简介: 王洪桥(1988-), 男, 硕士生, 主要从事光学加工方面的研究。Email: waterbridge7@163.com

导师简介: 范斌(1977-), 男, 副研究员, 主要从事光学加工方面的研究。Email: fanbin@ioe.ac.cn

吴永前(1977-), 男, 副研究员, 主要从事光学检测方面的研究。Email: wyq95111@sina.com

## 0 引言

主动支撑技术主要应用于大型地基望远镜系统,它不仅校正低阶像差,而且可以用于校正由于制造、装配、温度和风力造成的镜面微小变形。现在正在使用的大口径望远镜都使用了主动支撑技术,如 ESO 的 NTT(口径 3.5 m)、VLT 系列(单个口径 8.2 m)、美国的 LSST(口径 8.4 m)和日本的 Subaru(口径 8.3 m)等。其中 VLT 主镜经过主动支撑系统校正后的面形 RMS 值最佳可以达到 20 nm。镜面加工过程中也可以采用主动支撑技术。这样可以在加工过程中适当的调整镜面面形,有利于能动磨盘处理某些低阶的 Zernike 系数面形中非旋转对称的面形残余量。有效的降低了加工的难度,缩短了加工周期。

目前,主动支撑系统中驱动器常采用液压、机电和气压这三种动力源。机电式驱动器结构间存在摩擦和散热问题,可能导致支撑力输出不准确和工作过程温升情况<sup>[1]</sup>。液压式驱动器也存在问题如:系统结构复杂、成本高和液体泄漏等问题。整体来讲气压式驱动器是相对较好的选择<sup>[1]</sup>。文中采用力控制方式控制气压驱动器,避免了位移控制方式中在每个驱动器上添加位移传感器的麻烦。部分大型地基望远镜系统中支撑系统采用浮动支撑配合固定约束的支撑方式。如 ESO 的 VST(VLT Survey Telescope)中有 81 个浮动支撑和 3 个固定约束点(fixed points),其中固定支撑点处安装位移传感器用来确定镜面的轴向坐标<sup>[3]</sup>。也有无固定支撑而采用“虚硬点”的支撑方式如 VLT<sup>[4]</sup>。因为固定约束点对加工过程中镜面的保护存在一定影响,如能动磨盘加工过程中有可能导致部分固定约束点应力过大等情况。所以提出采用全浮动支撑方式、采用力控制系统、气压驱动器作为动力源。更适合加工中使用。文中基于加工中主动支撑系统模型着重对补偿力计算进行了理论分析和可行性仿真。

## 1 面形主动控制原理

### 1.1 响应矩阵计算

主动支撑技术是通过调整各镜面支撑点的施力大小、方向来控制镜面面形。在满足 Hook 定律的变

形范围内,镜面变形满足以下线性关系:

$$W = \sum_{i=1}^n F_i \omega_i(x, y) \quad (1)$$

式中:  $W$  为镜面面形;  $F_i$  为第  $i$  个驱动器施加的力;  $\omega_i(x, y)$  为第  $i$  个驱动器对镜面施加单位力变化前后对镜面的影响,称作该驱动器的响应函数。由于该模型采用力控制驱动器的方法补偿面形,同时没有固定点对镜面进行约束。当某一驱动器增加 1 N 的支撑力后整个系统的合力不为零,必须变化其他驱动器的支撑力才能保证所有驱动器的合力等于重力和合力矩为零。直接测得响应函数很困难。文中采用求解方程组的思想进行理论计算响应函数。下面以 37 单元控制系统为例说明响应函数的求解过程。将所有驱动器编号为 1 到 37 号。设某 1 号驱动器的相对响应函数为  $\omega_1$ , 2 号驱动器的相对响应函数为  $\omega_2$ , ..., 37 号驱动器的相对响应函数为  $\omega_{37}$ 。每一种施力分布可以表达为:

$$F_1 \omega_1 + F_2 \omega_2 + F_3 \omega_3 + \cdots + F_{37} \omega_{37} = \varphi_1 \quad (2)$$

式中:  $F_1, F_2, \dots$  分别表示 1 号驱动器施加的支撑力, 2 号驱动器施加的支撑力 ...,  $\varphi_1$  表示第一种施力分布产生的镜面面形用 Zernike 系数项表示。由于  $F$  和  $\varphi$  是可以测量的, 可以通过测量 37 组甚至更多不同面形的力分布来计算  $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{37}$ 。

$$F_{11} \omega_1 + F_{12} \omega_2 + F_{13} \omega_3 + \cdots + F_{137} \omega_{37} = \varphi_1$$

$$\dots$$

$$F_{371} \omega_1 + F_{372} \omega_2 + F_{373} \omega_3 + \cdots + F_{3737} \omega_{37} = \varphi_{37} \quad (3)$$

设  $A$  表示集合所有响应函数的响应矩阵 ( $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_{37}$ )',  $\phi = (\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_{37})'$ 。根据公式(3)可以得到以下方程:

$$A = \text{inv}(F) * \phi \quad (4)$$

### 1.2 解的修正

根据  $A \cdot x = b$ ,  $A \in R^{m \times 37}$  为支撑点的响应矩阵,  $b \in R^{m \times 1}$  为待补偿面形的 Zernike 系数向量。求解即  $x \in R^{37 \times 1}$  为各个支撑点所需要改变的支撑力的大小。

文中采用常用的阻尼最小二乘法计算:

$$x = \text{inv}(A' * A + k * I) * A' * b \quad (5)$$

式中:  $k$  为阻尼系数。

通过求解公式(5)得到的大多数解  $x$ , 自然满足合力为零和合力矩为零的约束条件。对于补偿某些 Zernike 项时  $x$  并没有达到所要求的合力为零和合力

矩为零的情况,对解  $x$  进行进一步修正。将多出来的合力和合力矩( $X$  或  $Y$ )平分到每一个支撑点上消除。图 1 中,有一个支撑点位于  $X$  对称轴上和 5 个支撑点位于  $Y$  对称轴上。

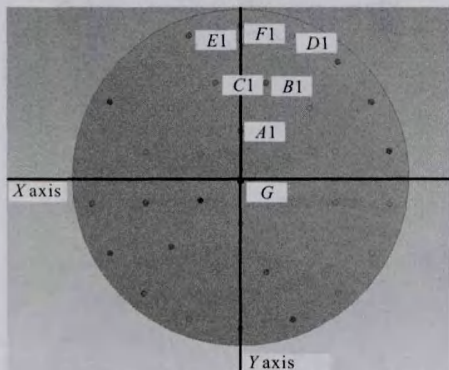


图 1  $X$ 、 $Y$  对称轴示意图

Fig.1 Schematic diagram of  $X$  and  $Y$  axis

设,解  $x \in R^{37 \times 1}$  的合力为  $m(m \neq 0)$ ,  $X$  轴合力矩为  $n(n \neq 0)$ ,  $Y$  轴合力矩为  $p(p \neq 0)$ 。修正合力的解为:

$$x1(i) = x(i) - \frac{m}{37} \quad i=1,2,3,\dots,37 \quad (6)$$

继续修正  $X$  轴合力矩、 $Y$  轴合力矩。设,解  $st1 \in R^{37 \times 1}$ ,  $st2 \in R^{37 \times 1}$  分别为每个支撑点距  $X$  轴的距离和距  $Y$  轴的距离:

$$x2(i) = x1(i) - \left(\frac{n}{36}\right) / st1(i) \quad i=1,2,3,\dots,36 \quad (7)$$

其中,  $\frac{n}{36}$  为将  $X$  轴合力矩分为 36 份(排除中间支撑点作用不产生力矩改变)。

$$x3(i) = x2(i) - \left(\frac{p}{32}\right) / st2(i)$$

$$i=1,2,\dots,36(i \neq 7,12,25,30,37) \quad (8)$$

由于有 5 个支撑点分布在  $Y$  轴上,所以排除。所以将  $p$  分成 32 份,作用到每个支撑点上。 $x3$  即为修正后的最终结果。经过“修正”后的解  $x3$  相对于  $x$ ,校正了由计算误差产生的合力不为零和合力矩不为零的支撑力分布。

## 2 仿真计算

### 2.1 模型建立

通过 ANSYS-WORKBENCH 软件建立主动支撑模型,主镜为口径为 1 200 mm,厚度为 50 mm,材料为 K9 玻璃。支撑排布采用参考文献[4]中的(6-

12-18)方式分布。由于此模型镜面没有中心孔,所以中心多加 1 个支撑点。各支撑环的归一化半径分别为 0.275、0.583、0.897。每个支撑点的接触半径为 20 mm。镜子的主要参数如表 1 所示。

表 1 K9 玻璃性质

Tab.1 K9 Material properties

| Material | Elastic modulus/ $10^9$ Pa | Shear modulus/ $10^9$ Pa | Poisson's ratio | Density/g.<br>$\text{cm}^{-3}$ |
|----------|----------------------------|--------------------------|-----------------|--------------------------------|
| K9       | 8 132                      | 3 346                    | 0.209           | 2.53                           |

### 2.2 计算过程

通过对各个支撑点施加固定约束,可以获得镜体由于重力产生的镜面面形 1,再对第  $i$  个支撑点增加 1  $N$  的支撑力,其他支撑点状态不变得到镜面面形 2。面形 2 减去面形 1 即得到一组力变化分布  $F_i$  和面形变化图  $\varphi_i$ 。图 2 所示为第一组面形变化图  $\varphi_1$ 。

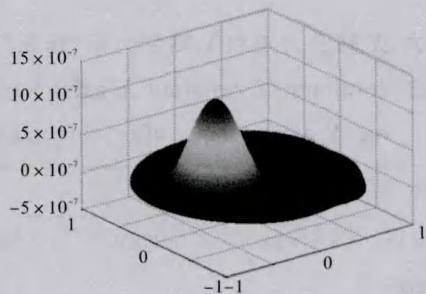


图 2 A1 点变化后面形变化图

Fig.2 Surface transformation of A1 point

通过 ANSYS-WORKBENCH 分析仿真分别得到 A1、B1、C1、D1、E1、F1、G 的力变化分布和对应的面形变化图。由于镜面和支撑点具有旋转对称性,其他支撑点的响应函数可以通过以上点计算出。将所有 37 组支撑力变化分布和面形变化带入到公式(4)中,即可得到响应矩阵  $A$ 。

根据收敛定律(St.Venant 定律)如果镜面能够产生某种模式面形,那么给镜面施加相同大小、方向相反的支撑力可以消除此种模式面形。如果镜面不能产生某种高空间频率模式,镜面也不能校正该种频率模式,这属于饱和情况<sup>[4,6]</sup>。由于 37 个驱动器的低频空间分布,高频的镜面空间模式既不能由轴向支撑所引起,也不能通过轴向支撑来校正。为了验证这种应用于加工中无固定约束点的支撑方式的可行

性。在低阶 Zernike 系数项面形中选取了具有代表性的非旋转对称的第 5、7 和 11 项面形进行计算仿真。以下以补偿 Zernike 第 5、7 和 11 项面形为例进行讨论。设  $b$  为需补偿面形的 Zernike 系数。应用 Matlab 软件根据公式(5)、(6)、(7)、(8)计算出所需的补偿力。经修正后将  $x_3 \in R^{37 \times 1}$  施加到 Ansys 模型中即可得到仿真面形见表 2 和表 3。

表 2 合力、X 轴合力矩和 Y 轴合力矩“修正”前结果

| Tab.2 Resultant of resultant X axial torque and Y axial torque before correction |                        |                        |                        |  |
|----------------------------------------------------------------------------------|------------------------|------------------------|------------------------|--|
| Zernike                                                                          | 5                      | 7                      | 11                     |  |
| Resultant(N)                                                                     | $-3.46 \times 10^{-6}$ | $-1.20 \times 10^{-4}$ | $-9.41 \times 10^{-6}$ |  |
| X axial torque (N*m)                                                             | -9.80                  | -1 267.59              | 31.25                  |  |
| Y axial torque (N*m)                                                             | -146.96                | 9 518.79               | 114.4                  |  |

表 3 合力、X 轴合力矩和 Y 轴合力矩“修正”后结果

| Tab.3 Resultant of resultant X axial torque and Y axial torque after correction |                         |                         |                        |  |
|---------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|------------------------|--|
| Zernike                                                                         | 5                       | 7                       | 11                     |  |
| Resultant(N)                                                                    | $1.11 \times 10^{-16}$  | $-1.29 \times 10^{-14}$ | $3.55 \times 10^{-15}$ |  |
| X axial torque (N*m)                                                            | $3.86 \times 10^{-12}$  | 0                       | $-1.8 \times 10^{-12}$ |  |
| Y axial torque (N*m)                                                            | $-5.00 \times 10^{-12}$ | $7.27 \times 10^{-12}$  | 0                      |  |

2.3 分析验证

校正后的仿真面形如图 4 所示,图 4(a)为 Zernike 第 5 项的面形图,图 4(b)为 Zernike 第 7 项的面形图,图 4(c)为 Zernike 第 11 项的面形图。表 4 为图 4 中三种面形的 Zernike 系数。最大误差比表示校正后的面形 Zernike 系数项中误差最大的系数项与目标

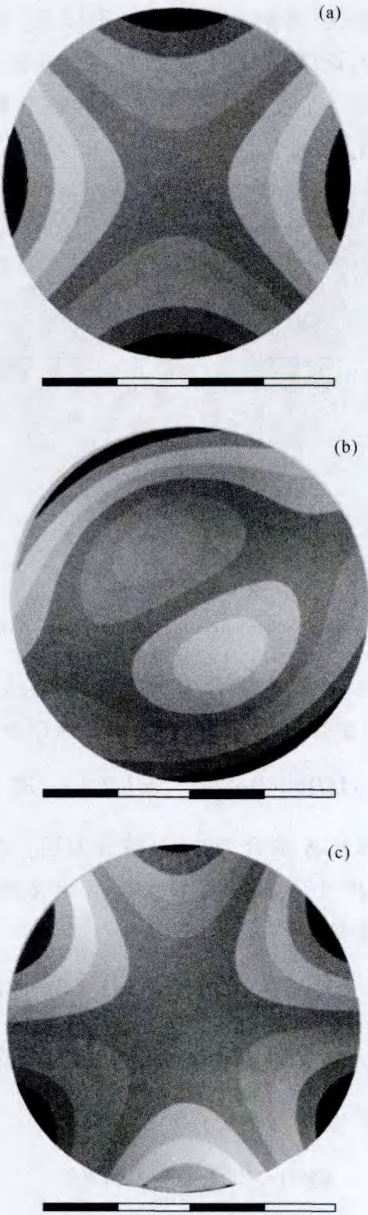


图 4 补偿不同 Zernike 项面形图

Fig.4 Compensation of different Zernike coefficient surfaces

校正项系数的绝对值比。最大误差比均小于 5%,满足误差要求。尽管在补偿第 5 项和第 11 项时没有精

表 4 镜面变形后的 Zernike 模式分解系数

| Tab.4 Zernike coefficient after deformation |           |          |           |           |           |           |           |           |                     |
|---------------------------------------------|-----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|---------------------|
| Zernike/mm                                  | 4         | 5        | 6         | 7         | 8         | 9         | 10        | 11        | Scale of most error |
| 5                                           | -4.49e-09 | 0.001 3  | -3.92e-05 | -4.91e-09 | -9.53e-10 | -1.41e-09 | 1.15e-09  | -1.17e-08 | 3%                  |
| 7                                           | -5.60e-07 | 7.30e-07 | -4.71e-08 | 0.001     | -3.54e-05 | 1.78e-06  | 1.69e-05  | -6.37e-06 | 3.5%                |
| 11                                          | -1.87e-08 | 1.85e-08 | -2.11e-08 | -5.76e-09 | 9.87e-09  | -1.22e-08 | -4.48e-05 | 0.001     | 4.9%                |

确达到 0.001 mm。根据薄板的线性变形理论<sup>[9]</sup>可以对各驱动器所施加的力按比例适当增减进行调整,不会影响误差变化。表 5 列出了补偿 Zernike 第 5、7 和 11 项系数面形残余量时驱动器所要提供的最大推力和最大拉力。可见在保持良好面形修正效果的同时驱动器完全能满足需求。结果证明采用全浮动支撑系统控制镜面面形的可行性,同时满足加工中主动支撑系统校正精度的要求。

**表 5 补偿 Zernike 各项时最大推力和最大拉力**  
**Tab.5 Max pushing and pulling force in compensating Zernike coefficient surface**

| Zernike         | 5    | 7    | 11   |
|-----------------|------|------|------|
| Max force(push) | 11.1 | 76.4 | 26.6 |
| Min force(pull) | 16.6 | 75.6 | 18.5 |

### 3 结 论

主动支撑技术在大型望远镜系统中在消除热载荷、风力和装配等因素产生的镜面低频误差方面已经表现出其优秀的性能。为了在加工中提供更好的研磨或抛光环境提出主镜光学加工中轴向支撑系统。同时分析了该系统的力学部分的设计要求和计算方法。对  $\phi 1.2$  m 薄主镜加工中无固定约束点的主动支撑系统补偿力的计算进行了理论分析和仿真计算。这种无固定约束点的支撑系统对补偿力的求解要求严格。“修正”不符合合力为零和合力矩为零的解。通过对低阶的非旋转对称 Zernike 系数面形仿真验证了该计算方法完全可以求解出满足要求的补偿力。

方法的可行性在以上的论述中已得到说明,下一阶段将近一步的仿真 Zernike 系数项面形,尝试用

面形数据替代原有的 Zernike 系数作为响应函数。同时搭建 1.2 m 口径薄主镜试验平台,进行下一步相关试验研究。

### 参考文献:

- [1] Tang Jinlong. The support optimum of honeycomb light-weight primary mirror and the study of pneumatic actuator [D]. Chengdu: The Institute of Optics and Electronics the Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)
- [2] Pietro Schipani, Massimo Capaccioli, Sergio D'Orsi, et al. The VST active primary mirror support system [C]//SPIE, 2010, 7739, 31.
- [3] Chen Fulin, Zhang Jingxu, Wu Xiaoxia, et al. Supporting structure of 620 mm thin primary mirror and its active surface correction [J]. *Optics and Precision Engineering*, 2011, 19(5): 1022-1029. (in Chinese)
- [4] Yao Pin. The control study of Thin-mirror active optics[D]. Chengdu: The Institute of Optics and Electronics the Chinese Academy of Sciences, 2012. (in Chinese)
- [5] Shi Zhenguang, Sui Yongxin, Liu Zhenyu, et al. Mathematical construction and perturbation analysis of Zernike discrete orthogonal points [J]. *Applied Optics*, 2012, 51 (18): 4210-4214. (in Chinese)
- [6] Wilson R N, Rranza F, Noethe L, et al. A system for optimizing the optical quality and reducing the costs of large telescopes[J]. *Journal of Modern Optics*, 1987, 34(4): 485-509.
- [7] Ernst-Dieter Knohl, CARL ZEISS Oberkochen, VLT Primary Support system[C]//SPIE, 1994, 2199: 271.
- [8] Stephane Guisard, Lothar Noethe, Jason Spyromilio. Performance of active optics at the VLT [C]//SPIE, 2000, 4003.
- [9] Noethe L. Use of minimum-energy modes for modal-active optics correction [J]. *Journal of Modern Optics*, 1991, 38(6): 1043-1066.